

# 2006 年安徽省安联杯信息学奥林匹克竞赛

## AHOI 2006

### 第一试

比赛时间: 2006 年 4 月 15 日 8:00 至 11:00

题目名称	斐波卡契的兔子	基因匹配	梦游超空间
可执行文件名	kacci.exe	match.exe	hyper.exe
输入文件名	kacci.in	match.in	hyper.in
输出文件名	kacci.out	match.out	hyper.out
试题类型	传统型	传统型	传统型
满分	100	100	100
是否有部分分	是	否	是
时限	3 秒	1 秒	2 秒

#### 注意事项

1. 务必看清题目, 严格按照所要求的格式输入、输出。
2. 在调试程序时请先使用题目中的示例数据, 然后再自行设计多组测试数据进行调试。
3. 测试有严格的时间限制, 请尽可能优化算法。
4. 命名规则:
  - (1) 每题都规定了该题的英文名称。
  - (2) 程序文件和数据文件的主文件名都是该题的英文名字。
  - (3) 程序文件扩展名采用语言环境的默认扩展名。
  - (4) 数据文件都是文本文件, 输入和输出文件的扩展名分别是.in 和.out。
5. 程序应从输入文件读取数据, 并严格地按照规定的输出格式将结果输出到输出文件中。输入数据文件和输出数据文件都与程序在同一个目录中, 由于程序所在目录是不确定的, 因此不允许在程序中含有盘符信息和任何形式的路

径信息。

6. 选手在竞赛结束时应在硬盘指定位置建立以参赛号命名的文件夹, 并将所完成各题的源程序文件和编译所产生的可执行文件(即扩展名为.exe 的文件)拷贝到该文件夹中。

## 题目

### 1. 斐波卡契的兔子 ( Kacci )

最近, 卡卡开始玩一个叫《牧场物语》的网络游戏, 在游戏中卡卡办了一个养兔场! 开始的时候他只有一对刚出生的兔子, 经过一段时间的饲养, 卡卡了解到兔子的繁殖规律是这样的: 才出生的一对兔子在一个月后将第一次生出一胎  $a$  对兔子, 接着在出生后的二个月又将生出  $b$  对兔子, 在第三个月和以后每个月都会繁殖  $c$  对兔子 ( $a \leq b \leq c$ , 其中  $0 \leq a \leq b \leq c \leq 100$ )。

由于繁殖的过程类似于斐波纳契数列, 所以卡卡给它的养兔场取名叫“斐波卡契”。繁殖出的兔子都是可以到市场上卖的, 但是游戏中限定一个玩家只能买一对兔子, 现在已知有  $k$  个玩家, 卡卡想在  $m$  个月后让他们每个人都能买到一对, 他的愿望是否能够实现呢? ( $1 \leq m \leq 3\,000$ ,  $1 \leq k \leq 10^{6\,000}$ ) (题目中每对兔子均为一公一母)

任务: 编写一个程序:

- ◇ 从输入文件中读入输入信息;
- ◇ 计算  $m$  个月后卡卡将有多少对兔子, 设之为  $P$ ;
- ◇ 计算如果  $m$  个月后卡卡要拥有至少  $k$  对兔子, 那么开始时他至少应该有多少对兔子, 设之为  $Q$ ;
- ◇ 将结果输出至输出文件。

输入: 输入文件的第一行有 4 个由一个空格隔开的正整数:  $a, b, c$  和  $m$ ; 而第二行则仅含一个正整数  $k$ 。它们的含义见上文描述。

输出：你的程序将向输出文件输出两行，第一行是一个整数  $P$ ，第二行是一个整数  $Q$ ，它们的含义见上文描述。

样例：

输入：

0 1 1 10  
10000

输出：

89  
113

评分方法：

本题设有部分分，对于每一个测试点：

- ✧ 若你的程序输出的第一行  $P$  正确，则你的程序可以获得该测试点 60% 的分数；
- ✧ 若你的程序输出完全正确，则你的程序可以获得该测试点 100% 的分数。

注意在你的程序输出的每一行中不应该有多余的字符，数字前不应有前导 0，否则可能影响到你的得分！

## 2. 基因匹配 ( Match )

卡卡昨天晚上做梦梦见他和可可来到了另外一个星球，这个星球上生物的 DNA 序列由无数种碱基排列而成（地球上只有 4 种），而更奇怪的是，组成 DNA 序列的每一种碱基在该序列中正好出现 5 次！这样如果一个 DNA 序列有  $N$  种不同的碱基构成，那么它的长度一定是  $5N$ 。

卡卡醒来后向可可叙述了这个奇怪的梦，而可可这些日子正在研究生物信息学中的基因匹配问题，于是他决定为这个奇怪星球上的生物写一个简单的 DNA 匹配程序。

为了描述基因匹配的原理，我们需要先定义子序列的概念：若从一个 DNA 序列（字符串） $s$  中任意抽取一些碱基（字符），将它们仍按在  $s$  中的顺序排列成一个新串  $u$ ，则称  $u$  是  $s$  的一个子序列。对于两个 DNA 序列  $s_1$  和  $s_2$ ，如果存在一个序列  $u$  同时成为  $s_1$  和  $s_2$  的子序列，则称  $u$  是  $s_1$  和  $s_2$  的公共子序列。

卡卡已知两个 DNA 序列  $s_1$  和  $s_2$ ，求  $s_1$  和  $s_2$  的最大匹配就是指  $s_1$  和  $s_2$  最长公共子序列的长度。

任务：编写一个程序：

- ✧ 从输入文件中读入两个等长的 DNA 序列；
- ✧ 计算它们的最大匹配；
- ✧ 向输出文件打印你得到的结果。

输入：输入文件中第一行有一个整数  $N$ ，表示这个星球上某种生物使用了  $N$  种不同的碱基，以后将它们编号为  $1 \dots N$  的整数。

以下还有两行，每行描述一个 DNA 序列：包含  $5N$  个  $1 \dots N$  的整数，整数之间由一个空格隔开，且每一个整数在对应的序列中正好出现 5 次。

输出：输出文件中只有一个整数，即两个 DNA 序列的最大匹配数目。

样例：

输入：

```
2
1 1 2 2 1 1 2 1 2 2
1 2 2 2 1 1 2 2 1 1
```

输出 :

7

数据约束 :

60% 的测试数据中:  $1 \leq N \leq 1\,000$

100% 的测试数据中:  $1 \leq N \leq 20\,000$

评分方法 :

本题不设部分分, 对于每个测试点只有当你的程序的输出和我们的标准输出完全一致时才可以得到相应的分数。

### 3. 梦游超空间 ( *Hyper* )

卡卡又做梦了, 这次他和可可来到了一个  $N$  维空间的星球。我们知道, 在我们的三维空间中, 我们可以用下面这样的方程来描述一个椭球状的星球球面:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

其中  $a, b, c$  是和星球三个方向半轴长度有关的常数。

将这个方程推广至  $N$  维空间中的星球, 先设用  $x_1, x_2, \dots, x_N$  表示  $N$  维坐标, 而  $a_1, a_2, \dots, a_N$  表示星球在每一维坐标轴上半轴的长度, 那么就有其球面方程:

$$\sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{a_i^2} = 1$$

好了，现在卡卡和可可就可以用清晰的数学语言来描述那一团常人脑子根本想不清楚的超空间了。

在这个超球面上，可可和卡卡发现了一种分布不均匀的场，经过长时间的测量，他们发现场强对应坐标的函数可以描述如下：

$$f(x_1, x_2, \dots, x_N) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N b_{ij} x_i x_j$$

其中  $b_{ij}$  是由星球自身决定的常数。

卡卡猜测，在这个星球球面上场强最高的地方，一定会有一些能揭示一切秘密的事物，但是如何找到这个地方的坐标呢？他们找到了你。

任务：编写一个程序：

- ✧ 从输入文件中读入空间维数  $N$ ，星球方程  $a_i$  和关于场强的常数  $b_{ij}$ ；
- ✧ 计算出球面上场强最高的地方；
- ✧ 向输出文件打印你的结果。

输入：输入文件的第一行为一个整数  $N$ ，表示空间的位数。

第二行中有  $N$  个由一个空格隔开的正整数，依次为  $a_1, a_2, \dots, a_N$ ，表示球面的方程。

接下来有  $N$  行，每行  $N$  个由一个空格隔开的整数，其中第  $i$  行（总第  $(i+2)$  行）第  $j$  列的整数为  $b_{ij}$ 。这些数值表示与场强相关的常数。

输出：输出文件第一行为一个实数，为你找到的场强最高点的强度。

第二行有  $N$  个由一个空格隔开的实数，依次是这个的坐标  $x_1, x_2, \dots, x_N$ 。

所有实数均保留 12 位小数。

样例 1 :输入 :

2

1 1

1 2

0 1

输出 :

2.0000000000057

0.707106781167 0.707106781207

样例 2 :输入 :

5

10 10 20 20 20

530 789 458 723 -221

614 652 712 903 -521

804 558 590 444 591

90 677 575 417 599

600 811 330 -30 91

输出 :

627679.436334498230

2.795994232103 3.456328784443 12.743617414782 10.650068829539 6.717222600396

数据约束 :30% 的数据:  $N=2$ 100% 的数据:  $2 \leq N \leq 5, 1 \leq a_i \leq 50, -1000 \leq b_{ij} \leq 1000$ 评分方法 :**本题设有部分分** , 对于每一个测试点 :

- 如果你的输出不合法 , 那么不能得分 ;
- 否则将依据你得到的解答 *yourans* 和参考解答 *reference* 的相比之优劣按

如下公式给分 :



$$yourscore = \begin{cases} Maxscore & yourans \geq reference - 10^{-6} \\ \max\{1, Maxscore * \frac{4 - \log_{10}(reference - yourans)}{10}\} & \text{其他情况} \end{cases}$$

其中  $Maxscore$  是该测试点得满分分值，而你最终的得分将是  $yourscore$  四舍五入后的结果。

**我们判断输出是否合法的依据：**

你输出的解答合法，当且仅当：

- ◇ 你所输出的坐标代入球面方程中，方程两边的绝对误差不超过  $10^{-6}$ ；
- ◇ 你所输出的坐标代入场强公式中得到的实际场强和你输出的最大场强绝对误差不超过  $10^{-6}$ 。