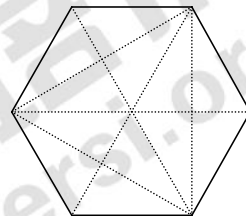


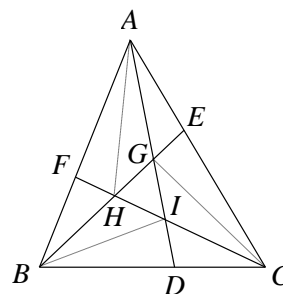
### 超常篇

1. 由题意知  $AE = \frac{1}{3}AC$ 、 $CF = \frac{1}{3}BC$ ，可得  $CE = \frac{2}{3}AC$ 。根据“共角定理”可得，  
 $S_{\triangle CEF} : S_{\triangle ABC} = (CF \times CE) : (CB \times AC) = (1 \times 2) : (3 \times 3) = 2 : 9$ ；而  $S_{\triangle ABC} = 6 \times 6 \div 2 = 18$ ；所以  $S_{\triangle CEF} = 4$ ；同理得， $S_{\triangle CDE} : S_{\triangle ACD} = 2 : 3$ ； $S_{\triangle CDE} = 18 \div 3 \times 2 = 12$ ， $S_{\triangle CDF} = 6$   
 故  $S_{\triangle DEF} = S_{\triangle CEF} + S_{\triangle DEC} - S_{\triangle DFC} = 4 + 12 - 6 = 10$  (平方厘米)。

2. 从图中可以看出，虚线  $AB$  和虚线  $CD$  外的图形都等于两个正六边形的一半，也就是都等于一个正六边形的面积；虚线  $BC$  和虚线  $DE$  外的图形都等于一个正六边形的一半，那么它们合起来等于一个正六边形的面积；虚线  $AE$  外的图形是两个三角形，从右图中可以看出，每个三角形都是一个正六边形面积的  $\frac{1}{6}$ ，所以虚线外图形的面积等于  $1 \times 3 + \frac{1}{6} \times 2 = 3\frac{1}{3}$ ，所以五边形的面积是  $10 - 3\frac{1}{3} = 6\frac{2}{3}$ 。



3.  $S_{\triangle AGE} = \frac{2}{5}S_{\triangle AGC} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{19} = \frac{8}{95}$



4. 令  $BI$  与  $CD$  的交点为  $M$ ,  $AF$  与  $CD$  的交点为  $N$ ,  $BI$  与  $AF$  的交点为  $P$ ,  $BI$  与  $CE$  的交点为  $Q$ , 连接  $AM$ ,  $BN$ ,  $CP$

(1) 求  $S_{\text{四边形}ADMI}$ : 在  $\triangle ABC$  中, 根据燕尾定理,  $S_{\triangle ABM} : S_{\triangle CBM} = AI : CI = 1 : 2$

$$S_{\triangle ACM} : S_{\triangle CBM} = AD : BD = 1 : 2$$

设  $S_{\triangle ABM} = 1$  (份), 则  $S_{\triangle CBM} = 2$  (份),  $S_{\triangle ACM} = 1$  (份),  $S_{\triangle ABC} = 4$  (份),

$$\text{所以 } S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ACM} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}, \text{ 所以 } S_{\triangle ADM} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABM} = \frac{1}{12} S_{\triangle ABC}, S_{\triangle AIM} = \frac{1}{12} S_{\triangle ABC},$$

$$\text{所以 } S_{\text{四边形}ADMI} = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12}\right) S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC},$$

同理可得另外两个顶点的四边形面积也分别是  $\triangle ABC$  面积的  $\frac{1}{6}$

(2) 求  $S_{\text{五边形}DNPQE}$ : 在  $\triangle ABC$  中, 根据燕尾定理  $S_{\triangle ABN} : S_{\triangle ACN} = BF : CF = 1 : 2$

$$S_{\triangle ACN} : S_{\triangle BCN} = AD : BD = 1 : 2,$$

$$\text{所以 } S_{\triangle ADN} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABN} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{7} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{21} S_{\triangle ABC}, \text{ 同理 } S_{\triangle BEQ} = \frac{1}{21} S_{\triangle ABC}$$

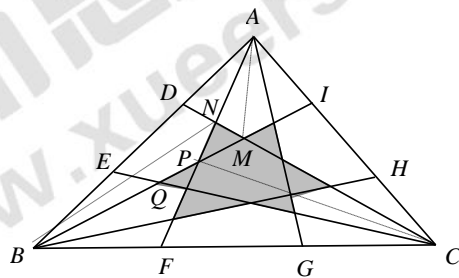
在  $\triangle ABC$  中, 根据燕尾定理  $S_{\triangle ABP} : S_{\triangle ACP} = BF : CF = 1 : 2$ ,  $S_{\triangle ABP} : S_{\triangle CBP} = AI : CI = 1 : 2$

$$\text{所以 } S_{\triangle ABP} = \frac{1}{5} S_{\triangle ABC}$$

$$\text{所以 } S_{\text{五边形}DNPQE} = S_{\triangle ABP} - S_{\triangle ADN} - S_{\triangle BEP} = \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{21} - \frac{1}{21}\right) S_{\triangle ABC} = \frac{11}{105} S_{\triangle ABC}$$

同理另外两个五边形面积是  $\triangle ABC$  面积的  $\frac{11}{105}$

$$\text{所以 } S_{\text{阴影}} = 1 - \frac{1}{6} \times 3 - \frac{11}{105} \times 3 = \frac{13}{70}$$



5. 由于  $AB \parallel DF$ , 利用相似三角形性质可以得到  $AB : DF = AH : HF = 5 : 3$ ,  
又因为  $E$  为  $AD$  中点, 那么有  $OE : FD = 1 : 2$ ,  
所以  $AB : OE = 5 : \frac{3}{2} = 10 : 3$ , 利用相似三角形性质可以得到  $AG : GO = AB : OE = 10 : 3$ ,  
而  $AO = \frac{1}{2} AF = \frac{1}{2} \times (5 + 3) = 4(\text{cm})$ , 所以  $AG = 4 \times \frac{10}{13} = \frac{40}{13}(\text{cm})$ .