

第二部分 基础知识

基础知识点列表

| 序号 | 知识点名称 | 序号 | 知识点名称 | 序号 | 知识点名称 |
|----|-------|----|-------|----|--------|
| 1 | 归一归总 | 9 | 鸡兔问题 | 17 | 加法乘法原理 |
| 2 | 和差问题 | 10 | 方阵问题 | 18 | 排列与组合 |
| 3 | 和倍问题 | 11 | 抽屉问题 | 19 | 商品利润 |
| 4 | 差倍问题 | 12 | 容斥问题 | 20 | 存款利息 |
| 5 | 植树问题 | 13 | 逻辑问题 | 21 | 浓度问题 |
| 6 | 年龄问题 | 14 | 数字谜 | 22 | 工程问题 |
| 7 | 盈亏问题 | 15 | 等差数列 | 23 | 正反比例 |
| 8 | 周期问题 | 16 | 一笔画 | 24 | 牛吃草问题 |

➤ 归一问题

【含义】在解题时，先求出一份是多少（即单一量），然后以单一量为标准，求出所要求的数量。这类应用题叫做归一问题。

【数量关系】 总量 \div 份数=1份数量

1份数量 \times 所占份数=所求几份的数量

另一总量 \div （总量 \div 份数）=所求份数

【解题思路】先求出单一量，以单一量为标准，求出所要求的数量。

【例题】买5支铅笔要0.6元钱，买同样的铅笔16支，需要多少钱？

解：（1）买1支铅笔多少钱？ $0.6 \div 5 = 0.12$ （元）

（2）买16支铅笔需要多少钱？ $0.12 \times 16 = 1.92$ （元）

列成综合算式： $0.6 \div 5 \times 16 = 0.12 \times 16 = 1.92$ （元）

答：需要1.92元。

11. 3台拖拉机3天耕地90公顷，5台拖拉机6天耕地多少公顷？

12. 5辆汽车4次可以运送100吨钢材，如果用同样的7辆汽车运送105吨钢材，需要运几次？

➤ 归总问题

【含义】解题时，常常先找出“总数量”，然后再根据其它条件算出所求的问题，叫归总问题。所谓“总数量”是指货物的总价、几小时（几天）的总工作量、几公亩地上的总产量、几小时行的总路程等。

【数量关系】1 份数量 \times 份数=总量

总量 \div 1 份数量=份数

总量 \div 另一份数=另一每份数量

【解题思路】先求出总数量，再根据题意得出所求的数量。

【例题】服装厂原来做一套衣服用布 3.2 米，改进裁剪方法后，每套衣服用布 2.8 米。原来做 791 套衣服的布，现在可以做多少套？

解：（1）这批布总共有多少米？ $3.2 \times 791 = 2531.2$ （米）

（2）现在可以做多少套？ $2531.2 \div 2.8 = 904$ （套）

列成综合算式 $3.2 \times 791 \div 2.8 = 904$ （套）

答：现在可以做 904 套。

13. 小华每天读 24 页书，12 天读完了《红岩》一书。小明每天读 36 页书，几天可以读完《红岩》？

14. 食堂运来一批蔬菜，原计划每天吃 50 千克，30 天慢慢消费完这批蔬菜。后来根据大家的意见，每天比原计划多吃 10 千克，这批蔬菜可以吃多少天？

➤ 和差问题

【含义】已知两个数量的和与差，求两个数量各是多少，这类应用题叫和差问题。

【数量关系】大数=（和+差） \div 2

小数=（和-差） \div 2

【解题思路】简单的题目可以直接套用公式；复杂的题目变通后再用公式。

【例题】甲乙两班共学生 98 人，甲班比乙班多 6 人，求两班各有多少人？

解：甲班人数=（98+6） \div 2=52（人）

乙班人数=（98-6） \div 2=46（人）

答：甲班有 52 人，乙班有 46 人。

15. 长方形的长和宽之和为 18 厘米，长比宽多 2 厘米，求长方形的面积？

16. 有甲乙丙三袋化肥，甲乙两袋共重 32 千克，乙丙两袋共重 30 千克，甲丙两袋共重 22 千克，求三袋化肥各重多少千克。

17. 甲乙两车原来共装苹果 97 筐，从甲车取下 14 筐放到乙车上，结果甲车比乙车还多 3 筐，两车原来各装苹果多少筐？

➤ 和倍问题

【含义】已知两个数的和及大数是小数的几倍（或小数是大数的几分之几），要求这两个数各是多少，这类应用题叫做和倍问题。

【数量关系】总和 \div （几倍+1）=较小的数

总和 - 较小的数 = 较大的数

较小的数 \times 几倍 = 较大的数

【解题思路】简单的题目直接利用公式，复杂的题目变通后利用公式。

【例题】果园里有杏树和桃树共 248 棵，桃树的棵数是杏树的 3 倍，求杏树、桃树各多少棵？

解：（1）杏树有多少棵？ $248 \div (3+1) = 62$ （棵）

（2）桃树有多少棵？ $62 \times 3 = 186$ （棵）

答：杏树有 62 棵，桃树有 186 棵。

18. 东西两个仓库共存粮 480 吨，东库存粮数是西库存粮数的 1.4 倍，求两库各存粮多少吨？

19. 甲站原有车 52 辆，乙站原有车 32 辆，若每天从甲站开往乙站 28 辆，从乙站开往甲站 24 辆，几天后乙站车辆数是甲站的 2 倍？

20. 甲乙丙三数之和是 170，乙比甲的 2 倍少 4，丙比甲的 3 倍多 6，求三数各是多少？

➤ 差倍问题

【含义】已知两个数的差及大数是小数的几倍（或小数是大数的几分之几），要求这两个数各是多少，这类应用题叫做差倍问题。

【数量关系】两个数的差 \div （几倍-1）=较小的数

较小的数 \times 几倍 = 较大的数

【解题思路】简单的题目直接利用公式，复杂的题目变通后利用公式。

【例题】果园里桃树的棵数是杏树的3倍，而且桃树比杏树多124棵。求杏树、桃树各多少棵？

解：（1）杏树有多少棵？ $124 \div (3-1) = 62$ （棵）

（2）桃树有多少棵？ $62 \times 3 = 186$ （棵）

答：果园里杏树是62棵，桃树是186棵。

21. 爸爸比儿子大27岁，今年，爸爸的年龄是儿子年龄的4倍，求父子二人今年各是多少岁？

22. 商场改革经营管理办法后，本月盈利比上月盈利的2倍还多12万元，又知本月盈利比上月盈利多30万元，这两个月盈利各是多少万元？

23. 粮库有94吨小麦和138吨玉米，如果每天运出小麦和玉米各是10吨，多少天后，玉米是小麦的12倍？

➤ 植树问题

基本类型及公式：

①在直线上或者不封闭的曲线上植树，两端都植树。

基本公式：棵数=段数+1；棵距（段长） \times 段数=总长

②在直线上或者不封闭的曲线上植树，两端都不植树。

基本公式：棵数=段数-1；棵距（段长） \times 段数=总长

③在封闭曲线上植树：

基本公式：棵数=段数；棵距（段长） \times 段数=总长

关键问题：确定所属类型，从而确定棵数与段数的关系。

【例题】一条河堤136米，每隔2米栽一棵垂柳，头尾都栽，共栽多少棵垂柳？

解： $136 \div 2 + 1 = 68 + 1 = 69$ （棵）

答：一共要栽69棵垂柳。

24. 一个圆形池塘周长为400米，在岸边每隔4米栽一棵白杨树，一共能栽多少棵白杨树？

25. 甲乙丙三人锯同样粗细的钢条，分别领取 1.6 米，2 米，1.2 米长的钢条，要求都按 0.4 米规格锯开，劳动结束后，甲乙丙分别锯了 24 段，25 段，27 段，谁锯钢条的速度最快？
26. 某一淡水湖的周长 1350 米，在湖边每隔 9 米种柳树一株，在两株柳树中间种植 2 株夹枝桃，可栽柳树多少株？可栽夹枝桃多少株？两株夹枝桃之间相距多少米？
27. 一座大桥长 500 米，给桥两边的电杆上安装路灯，若每隔 50 米有一个电杆，每个电杆上安装 2 盏路灯，一共可以安装多少盏路灯？

➤ 年龄问题

【含义】这类问题是根据题目的内容而得名，它的主要特点是两人的年龄差不变，但是，两人年龄之间的倍数关系随着年龄的增长在发生变化。

【数量关系】年龄问题往往与和差、和倍、差倍问题有着密切联系，尤其与差倍问题的解题思路是一致的，要紧紧抓住“年龄差不变”这个特点。

【解题思路】可以利用“差倍问题”的解题思路和方法。

【例题】爸爸今年 35 岁，亮亮今年 5 岁，今年爸爸的年龄是亮亮的几倍？明年呢？

解 $35 \div 5 = 7$ （倍） $(35+1) \div (5+1) = 6$ （倍）

答：今年爸爸的年龄是亮亮的 7 倍，明年爸爸的年龄是亮亮的 6 倍。

28. 母亲今年 37 岁，女儿 7 岁，几年后母亲年龄是女儿的 4 倍？
29. 3 年前父子的年龄和是 49 岁，今年父亲的年龄是儿子年龄的 4 倍，父子今年各多少岁？

30. 甲对乙说：“当我的岁数曾经是你现在的岁数时，你才 4 岁”。乙对甲说：“当我的岁数将来是你现在的岁数时，你将 61 岁”。求甲乙现在的岁数各是多少？

➤ 盈亏问题

【含义】根据一定的人数，分配一定的物品，在两次分配中，一次有余（盈），一次不足（亏），或两次都有余，或两次都不足，求人数或物品数，这类应用题叫做盈亏问题。

【数量关系】一般地说，在两次分配中，如果一次盈，一次亏，则有：

参加分配总人数 = (盈 + 亏) ÷ 分配差

如果两次都盈或都亏，则有：

参加分配总人数 = (大盈 - 小盈) ÷ 分配差

参加分配总人数 = (大亏 - 小亏) ÷ 分配差

【解题思路】大多数情况可以直接利用数量关系的公式。

【例题】给幼儿园小朋友分苹果，若每人分 3 个就余 11 个；若每人分 4 个就少 1 个。问有多少小朋友？有多少个苹果？

解：按照“参加分配的总人数 = (盈 + 亏) ÷ 分配差”的数量关系：

(1) 有小朋友多少人？ $(11 + 1) \div (4 - 3) = 12$ (人)

(2) 有多少个苹果？ $3 \times 12 + 11 = 47$ (个)

答：有小朋友 12 人，有 47 个苹果。

31. 修一条公路，如果每天修 260 米，修完全长就得延长 8 天；如果每天修 300 米，修完全长仍得延长 4 天。这条路全长多少米？

32. 学校组织春游，如果每辆车坐 40 人，就余下 30 人；如果每辆车坐 45 人，就刚好坐完。问有多少车？多少人？

➤ 周期问题

在日常生活中，有一些现象按照一定的规律不断重复出现。如：人调查十二生肖：鼠、牛、虎、兔、龙、蛇、马、羊、猴、鸡、狗、猪；一年有春夏秋冬四个季节；一个星期有七天等。像这样日常生活中常碰到的有一定周期的问题，我们称为简单周期问题。这类问题一般要利用余数的知

识来解决。

在研究这些简单周期问题时，我们首先要仔细审题，判断其不断重复出现的规律，也就是找出循环的固定数，如果正好有个整数周期，结果为周期里的最后一个；如果不是从第一个开始循环，利用除法算式求出余数，最后根据余数的大小得出正确的结果。

周期现象：事物在变化过程中，某些特征有规律循环出现。

周期：我们把连续两次出现所经过的时间叫周期。

闰年：四年一闰，百年不闰，四百年再闰；

月份：1、3、5、7、8、10、12 月大。

解答周期问题的关键：

- 找出周期 T,
- 考察余数，注意周期的首尾两数。

例题分析

【例 1】元旦是星期日，那么同年的国庆节是星期几？

【解】平年元旦到国庆节共有的天数：

$$31+28+31+30+31+30+31+31+30+1=274;$$

$$\text{循环的周期和余数: } 274 \div 7 = 39 \cdots 1;$$

平年的国庆节是星期日；[整周期的第一个数]

$$\text{闰年元旦到国庆节共有的天数: } 274+1=275;$$

$$\text{循环的周期和余数: } 275 \div 7 = 39 \cdots 2;$$

闰年的国庆节是星期一；[整周期的第二个数]

【例 2】甲、乙、丙三名学生，每天早晨轮流为李奶奶取牛奶，甲第一次取奶是星期一，那么，他第 100 次取奶是星期_____。

【解】21 天内，每人取奶 7 次，甲第 8 次取奶又是星期一，即每取 7 次奶为一个周期 $100 \div 7 = 14 \cdots 2$ ，所以甲第 100 次取奶是星期二。

基础务实

33. 1989 年 12 月 5 日是星期二，那么再过十年的 12 月 5 日是星期几？

34. 《小学生数学报》每周星期五出版一期，1994 年 10 月份第 1 期是 10 月 7 日出版的，1995 年 1 月份第 1 期应在 1 月几日出版？

35. 果园里要种 100 棵果树，要求每六棵为一组。第一棵种苹果树，第二、三棵种梨树，后面三棵，即第四、第五、第六棵种桃树。那么，最后一棵应种什么树？在这 100 棵树中，有苹果树、梨树、桃树各多少棵？
36. 节日的校园内挂起了一盏盏小电灯，小明看出每两个白灯之间有红、黄、绿各一盏彩灯也就是说，从第一盏白灯起，每一盏白灯后面紧接着有 3 盏彩灯。那么第 73 盏灯是什么颜色的灯？
37. 小明把节省下来的硬币先按四个 1 分，再按三个 2 分，最后按两个 5 分这样的顺序往下排。那么，他排的第 111 个是几分硬币，这 111 个硬币共多少元？
38. 如果时钟现在表示的时间是 18 点整，那么分针旋转 1990 圈之后是几点钟？
39. 某年的 10 月里有 5 个星期六，4 个星期日。问：这年的 10 月 1 日是星期几？
40. 学校一学期共安排 86 节数学课，单周一、三、五每天两节，双周二、四每天两节。开学第一周星期一开学典礼没上课，从星期三开始上，则最后一节数学课是星期几上的？
41. 1993 年一月份有 4 个星期四、5 个星期五，1993 年 1 月 4 日是星期几？
42. 有一串数排成一行，其中第一个数是 15，第二个数是 40，从第三个数起，每个数恰好是前两个数的和，那么在这串数中，第 1991 个数被 3 除，所得的余数是多少？

➤ 鸡兔同笼

【含义】这是古典的算术问题。已知笼子里鸡、兔共有多少只和多少只脚，求鸡、兔各有多少只的问题，叫做第一鸡兔同笼问题。已知鸡兔的总数和鸡脚与兔脚的差，求鸡、兔各是多少的问题叫做第二鸡兔同笼问题。

【数量关系】第一鸡兔同笼问题：

假设全都是鸡，则有兔数 = $(\text{实际脚数} - 2 \times \text{鸡兔总数}) \div (4 - 2)$

假设全都是兔，则有鸡数 = $(4 \times \text{鸡兔总数} - \text{实际脚数}) \div (4 - 2)$

第二鸡兔同笼问题：

假设全都是鸡，则有兔数 = $(2 \times \text{鸡兔总数} - \text{鸡与兔脚之差}) \div (4 + 2)$

假设全都是兔，则有鸡数 = $(4 \times \text{鸡兔总数} + \text{鸡与兔脚之差}) \div (4 + 2)$

【解题思路】解答此类题目一般都用假设法，可以先假设都是鸡，也可以假设都是兔。如果先假设都是鸡，然后以兔换鸡；如果先假设都是兔，然后以鸡换兔。这类问题也叫置换问题。通过先假设，再置换，使问题得到解决。

【例题】长毛兔子芦花鸡，鸡兔圈在一笼里。数数头有三十五，脚数共有九十四。请你仔细算一算，多少兔子多少鸡？

解：假设 35 只全为兔，则鸡数 = $(4 \times 35 - 94) \div (4 - 2) = 23$ （只）

兔数 = $35 - 23 = 12$ （只）

也可以先假设 35 只全为鸡，则兔数 = $(94 - 2 \times 35) \div (4 - 2) = 12$ （只）

鸡数 = $35 - 12 = 23$ （只）

答：有鸡 23 只，有兔 12 只。

43. 2 亩菠菜要施肥 1 千克，5 亩白菜要施肥 3 千克，两种菜共 16 亩，施肥 9 千克，求白菜有多少亩？

44. 李老师用 69 元给学校买作业本和日记本共 45 本，作业本每本 3.20 元，日记本每本 0.70 元。问作业本和日记本各买了多少本？

45. （第二鸡兔同笼问题）鸡兔共有 100 只，鸡的脚比兔的脚多 80 只，问鸡与兔各多少只？

46. 有 100 个馍 100 个和尚吃，大和尚一人吃 3 个馍，小和尚 3 人吃 1 个馍，问大小和尚各多少人？