第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**1.在4×7的方格纸板上面有如阴影所示的“6”字，阴影边缘是线段或圆弧，问阴影面积占纸板面积的几分之几？

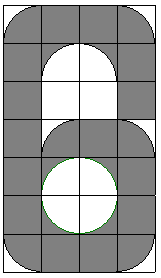
1．clip_image035_0000

        解：矩形纸板共28个小正方格，其中弧线都是clip_image037_0002圆周，

        非阴影部分clip_image039共6个，*也共六个，可拼成6个小正方格．

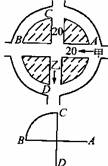
        因此阴影部分共28-6-3=19个小正方格．（如右图）

        所以，阴影面积占纸板面积的clip_image035_0001．



**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**2.如图是一座立交桥俯视图，中心部分路面宽20米，AB=CD=100米，阴影部分为四个四分之一圆形草坪(如右图)，现有甲、乙两车分别在A，D两处按箭头方向行驶，甲车速56千米/小时，乙车速50千

米/小时，问甲车要追上乙车至少需要多少分钟?(圆周率取3.1)



2．2.62分钟

        解：依交通规则，甲车行进路线为*A*→*B*clip_image043*C*→*D*(其中clip_image043_0000表示沿弧线行进)，因而两车初始相距：clip_image045_0000(米)

        现甲车每小时比乙车多行6千米，所以每分钟甲车可追及乙车clip_image047_0000米

        所以clip_image002_0022(分)

        即甲车至少需检经过2.62分钟才能追及乙车.

2．2.62分钟

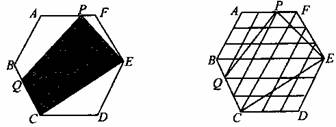
        解：依交通规则，甲车行进路线为*A*→*B*clip_image043*C*→*D*(其中clip_image043_0000表示沿弧线行进)，因而两车初始相距：clip_image045_0000(米)

        现甲车每小时比乙车多行6千米，所以每分钟甲车可追及乙车clip_image047_0000米

        所以clip_image002_0022(分)

        即甲车至少需检经过2.62分钟才能追及乙车.

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**3.如下图中正六边形ABCDEF的面积是54.AP=2PF，CQ=2BQ，求阴影四边形CEPQ的面积.



3．31

        解：如题图，将正六边形*ABCDEF*等分为54个小正三角形，根据平行四边形对角线平分平行四边形面积，采用数小三角形的办法来计算机积．

clip_image004_0011clip_image006_0013

        四边形clip_image008_0013面积=11．

        上述三块面积之和为3+9+11=23．

        因此，阴影四边形*CEPQ*面积为54-23=31

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**4.轮船从武汉到九江要行驶5小时，从九江到武汉要行驶7小时，问一长江飘流队员要从武汉乘木筏自然飘流到九江需要多少小时?

4．35小时

        解：轮船顺水速=静水船速+水速；轮船逆水速=静水船速-水速；

        由于武汉到九江距离为定值，所以，（静水船速+水速）×5=（静水船速-水速）×7

        这表明12×水速=2×静水船速，即6×水速=静水船速，

        也就是，轮船以7×水速的速度5小时可从武汉到九江．

        所以，木筏以1个水速的速度要35小时可从武汉（自然飘流）到九江．

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**5.你能在3×3的方格表中每个格子里都填一个自然数，使得每行、每列及两条对角线上的三数之和都等于1997吗？若能，请填出一例，若不能，请说明理由．



        5．不能

        解：若能填入九个自然数clip_image010_0014，clip_image012_0010，…，clip_image014_0012，clip_image016_0011满足题设条件，则

clip_image020_0005

clip_image022_0010

clip_image024_0007

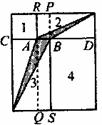
clip_image026_0005

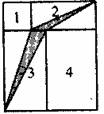
　        相加得：clip_image028_0003

　        而clip_image030_0003

        　所以clip_image032_0004clip_image034_0003

        与clip_image038_0001是自然数矛盾．

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**6．用面积为1，2，3，4的四张长方形纸片拼成如图所示的一个大长方形．问：图中阴影部分面积是多少？



6．clip_image040_0000

        解：如右图，大长方形面积为1+2+3+4=10，延长*RA*交底边于*Q*，延长*SB*交底边于*P*，矩形*ABPR*面积是上部阴影三角形面积的2倍，矩形*ABSQ*是下部阴影三角形面积的2倍，所以矩形*RQSP*的面积是阴影部分面积的两倍．

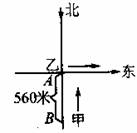
　        易知clip_image042，clip_image044

        　∴clip_image046

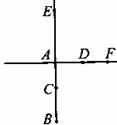
        　因此矩形*RQSP*的面积是大矩形面积的clip_image048，阴影部分面积是大矩形面积的clip_image050．

　        阴影部分面积=clip_image052．

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**7．某城市东西路与南北路交汇于路口A．甲在路口A南边560米的B点，乙在路口A．甲向北，乙向东同时匀速行走，4分钟后二人距A的距离相等．再继续行走24分钟后，二人距A的距离恰又相等．问：甲、乙二人的速度各是多少？（如下图）



7．80米；60米

        解：行走4分钟甲到*C*、乙到*D*．*AC=AD*，可见甲、乙二人4分钟共行*AB*=560米．

　        如右图（甲速+乙速）×4=560米

        　∴甲速+乙速=140米/分（1）

　        再行走24分钟甲到*E*，乙到*F*

        　已知*AE=AF*，

        　所以甲28分钟行*BE*，乙28分钟行*AF*，因此甲28分钟比乙28分钟多行*AB=*560米．

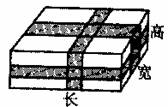
　        即（甲速-乙速）×28=560米

　        甲速-乙速=20米/分（2）

        　由（1），（2）知甲速=80米/分

        　乙速=60米/分．

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**8．某工人用薄木板钉成一个长方体的邮件包装箱，并且尼龙编织条如下图所示在三个方向上加固，尼龙编织条分别为365厘米，405厘米，485厘米，若每个尼龙条加固时接头重叠都是5厘米．问这个长方体包装箱的体积是多少立方米？



8．1.001立方米

        解：长方体中：高+高=clip_image056（1）

        高+长=clip_image058（2）

clip_image060（3）

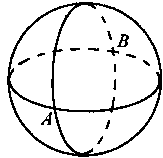
        　（2）-（1）：长-宽=20

　        （4）+（3）：长=130，从而宽=110，

        　代入（1）得高=70

        　所以长方体体积为：clip_image062（立方厘米）=clip_image064（立方米）

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**9．小地球仪上赤道大圆与过南北极的某大圆相交于A、B两点（如下图）．有黑、白二蚁从A点同时出发分别沿着这两个大圆爬行．黑蚁爬赤道大圆一周要10秒钟，白蚁爬过南北极的大圆一周要8秒钟．问：在10分钟内黑、白二蚁在B点相遇几次？为什么？



9．0

        解：黑蚁爬半圆需要5秒钟，白蚁爬半圆需要4秒钟．黑、白二蚁同时从*A*点出发，要在*B*点相遇，必须满足两个条件：①黑、白二蚁爬行时间相同，②在此时间内二蚁爬行奇数个半圆，但黑蚁爬行奇数个半圆要用奇数秒（5×奇数），白蚁爬行奇数个半圆要用偶数秒（4×偶数），奇数与偶数不能相等，所以黑、白二蚁永远不能在*B*点相遇．

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**10．有一长为11m，宽为9cm，高为7cm的长方体木块，能否切割成77块长、宽都是3cm，高是1cm的长方体形状的体积木块？说明理由．

10．不能

        解：木块体积为11×9×7=693立方厘米，77块3×3×1立方厘米的积木也恰为693立方厘米．如果能将11×9×7立方厘米的木块切割为77块3×3×1立方厘米的积木，那么11×7的侧面将被小积木的侧面盖满，而小积木侧面面积要么是3平方厘米，要么是9平方厘米．

        由11×7=3*m*=9*n*，可知：3×11×7，得出矛盾．

        所以长为11*cm*，宽为9*cm*，高为7*cm*的木块不能切割成77块3×3×1立方厘米的长方体积木．

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**11．在3×3的方格表中已填入了九个质数，如果将表中同一行或同一列的三个数加上相同的自然数称为一次操作，问：你能通过若干次操作使得表中九个数都变为相同的数吗？为什么？



        11．不能！

        解：表中九个质数之和恰为100，被3除余1，经过每一次操作，总和增加3的倍数．

　        设*m*次操作后能使表中各数都相等，此时表中诸数总和为：clip_image066）．

　        它仍应是个被3除余1的数，但表中九个数变为相等，其总和应被3整除，这就得出矛盾！

　        所以，无论经过多少次操作，表中的数都不会变为九个相同的数．

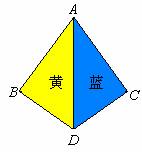
**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**12．①世界杯足球小组赛，每组四个队进行单循环比赛，每场比赛胜队得3分，败队记0分，平局时两队各记1分，小组各队全赛完以后，总积分最高的两个队出线进入下轮比赛，如果总积分相同，还要按小分排序．问：一个队至少要积几分才能保证本队必然出线？简述理由．

  12．7分

        解：四个队单循环赛共6场比赛，每场均有胜负，6场最多共计18分．若该队积7分，剩下的11分被3个队去分，那么，不可能再有两个队得7分，即至多再有一个队可得7分以上．这样该队可以出线．

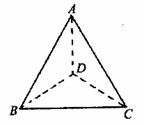
        其次，如果该队积6分，则剩下12分，可能有另两队各得6分，如果这另两队小分都比该队高，该队就不能出线了．所以，一个队至少要积7分才能保证必然出线．

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**13．一个正四面体放在桌面上，正对你的面（ABC）是红色，写有数字1；右侧面（ACD）是蓝色，写有数字2；左侧面（ABD）是黄色，写有数字3．

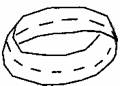


       如果在你的对面垂直于桌面放一面镜子，使这个四面体恰在你与镜子之间．请你画出镜面中你看到的这个四面体的形象（面上涂上颜色与数字的形象）．

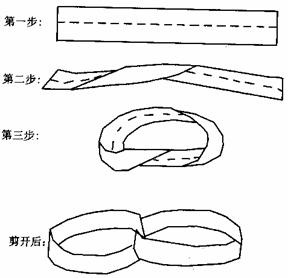
13．答：镜面中的所见四面体的像如下图所示（其中*A*、*B*、*C*、*D*标出是为帮助大家想象）

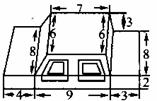


**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**14．将一长条形纸带两面都画上中轴线，然后将纸带的一端翻转，把两端粘在一起，如下图所示．再沿中轴线剪开，请你观察所得结果，并准备进如下操作：若将一长条形纸的一端作二次翻转后再将两端粘在一起，然后沿中轴线剪开，请在一分钟之内完成，展开出你的结果．



14．解：将长条形纸带的一端作二次翻转，再将两端粘在一起，沿中线剪开，得到两个套在一起的经过一次翻转粘结两端而成的纸带，如下图所示．



**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**15．（如下图）是一辆汽车模型纸工平面展开图，中轴线上面的一半标出了尺寸，将该图剪下折叠粘合（相同字母标记处粘合在一起）作成汽车模型的体积为V．请回答：1）403<V<445; 2)473<V<500哪一个正确，为什么？

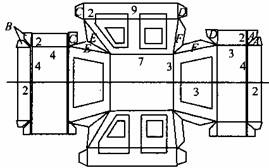
15．403<*V*<445正确

        解：汽车模型由下部长方体与上面的台体组合而成如图所示，长方体体积clip_image074，而台体clip_image076看成底面积为21，高在7与9之间的台体．

clip_image078

　        即clip_image080

　        ∴clip_image082．



**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**16．这是一个挖地雷的游戏，在64个方格中一共有10个地雷，每个方格中至多有一个地雷，对于写有数字的方格，其格中无地雷，但与其相邻的格中有可能有地雷，地雷的个数与该数字相等，请你指出哪些方格中有地雷．

16．

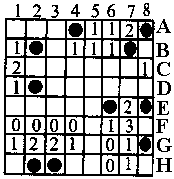
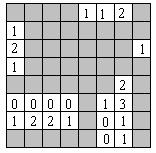
        解：①4*A*格中有地雷，因为5*A*格相邻的格中有4*A*中可能有地雷，且肯定有一个．

        ②由于*IC*格中数字是2，而1*B*，1*D*中又无地雷，所以2*B*，2*C*，2*D*三格中必有两格有地雷，若2*C*有地雷，则无论2*B*或2*D*中有地雷都与其左边格中数字为1矛盾，所以2*B*，2*D*中各有一个地雷．

        ③由1*F*到4*F*中数字0及1*G*到4*G*中的数字可以判断出1*H*到4*H*四个格中可能有地雷．首先如果1*H*中有地雷，则由1*G*格中数字为1，知2*H*一定无地雷．由于2*G*格数字为2，所以3*H*格有地雷．再由3*G*中的数字为2推断出4*H*中有地雷，则与4*G*相邻的格3*H*与4*H*中都有地雷，与4*G*格数字1矛盾．因此，4*H*无地雷．同理可推断1*H*格中无地雷．最后由2*G*，3*G*中的数字2可得2*H*，3*H*中各有一个地雷．

        ④由于6*A*格周围只有一个地雷且只有7*B*中可能有地雷，所以7*B*中有一个地雷，由于7*A*数字为2，则7*B*中有一个地雷，所以8*A*和8*B*格中只能一个地雷，再由8*C*格中的数字1可得8*A*中有一个地雷．

        ⑤由7*F*中的数字3，可推出6*E*，8*E*，8*F*和8*G*四格中有三个格中有雷，加上前面已找出7个地雷，又恰有10个地雷，所以8*H*中无地雷．由7*H*中的1推出8*G*中有一个地雷，由7*G*的数字1，推出8*F*中无地雷，因而6*E*，8*E*中各有一个地雷．

        答：地雷分布如上图所示

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**17．台球桌上有15个红球（每球1分），另有六个高分球；黄色球（2分），棕色球（3分），绿色球（4分），蓝色球（5分），粉色球（6分），黑色球（7分），台球比赛规则：

       ①先打红球，打完所有红球后，再将高分球依次由低分到高分打入袋中，称为打完一局．

       ②在打进两个红球之间可先后连续打进任意两个高分球，然后再取出这两个高分球放回原处，每打进一个球，选手得到该球的分值．

       问：小白兔打完一局最高能得多少分？

  17．224

　        解：小白兔一杆打完从未失误，每次按规则都打最高分的球，共得

        　14×（1+6+7）+（1+2+3+4+5+6+7）＝224分

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**18．在1，2，3，…，1996，1997这1997个自然数中，含数码1的数共有多少个？

18．1269

　        解：从100～1997共998个含数码1的数，

        　在001～999这999个数中，1～99中含数码1的数共19个，

　        在100～199共100个含数码1的数，

　        所以在001～999这999个数中，共有19×9+100=271个含有数码1的数

        　因此，在1，2，3，…，1996，1997中，含数码1的数共有：

　        998+271=1269个

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**19．将100以内的质数从小到大排成一个数字串，依次完成以下五项工作叫做一次操作：

       ①将左边第一个数码移到数字串的最右边；

       ②从左到右两位一节组成若干个两位数；

       ③划去这些两位数中的合数；

       ④所剩的两位质数中有相同者，保留左边的一个，其余划去；

       ⑤所余的两拉质数保持数码次序又组成一个新的数字串

       问：经过1997次操作，所得到数字串是什么？

19．1731

　        解：第1次操作得数字串711131131737；

　        第2次操作得数字串11133173；

        　第3次操作得数字串111731；

        　第4次操作得数字串1173；

　        第5次操作得数字串1731；

　        第6次操作得数字串7311；

　        第7次操作得数字串3117；

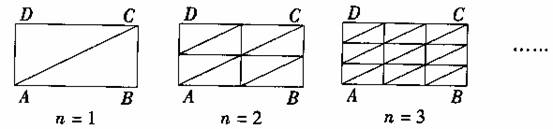
        　第8次操作得数字串1173；

        　以下以4为周期循环，即4*k*次操作均为1173，

        　1996=4×499，所以第1996次操作得数字串1173，

　        因此第1997次操作得数字串1731．

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**20．现有如下一系列图形（如下图）



       当n=1时，长方形ABCD分为2个直角三角形，总计数出5条边．

       当n=2时，长方形ABCD分为8个直角三角形，总计数出16条边．

       当n=3时，长方形ABCD分为18个直角三角形，总计数出33条边．

       ……

       按如上规律请你回答：当n=100时，长方形ABCD应分为多少个直角三角形？总计数出多少条边？

　        20．20000； 30200

        　解：*n*=1时，直角三角形clip_image087个，边数=clip_image089

*n*=2时，直角三角形clip_image091个，边数clip_image093

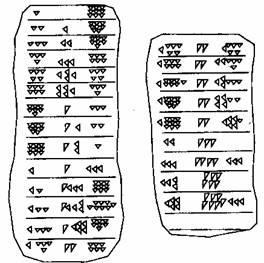
*n*=3时，直角三角形clip_image095个，边数clip_image097

        对一般的*n*，共分为clip_image099个直角三角形，总计数出clip_image101条边．

        所以*n*=100时，共分为clip_image103_1个直角三角形，总计数出

clip_image105_1条边．

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**21．华罗庚数学小组的同学们在图书馆发现一块古代楔形文字泥板的图片，同学们猜测它是一种乘法表的记录，请你根据这个猜测，判定clip_image025clip_image027_0000clip_image029_0000表示什么数？（如图）



        21．3952

        解：图片中记录的是自然数乘以9的运算结果，左列是被乘数，右列是该数乘以9的积数，经过分析可知：

        其中▽代表1，clip_image107代表10，clip_image109代表60．

        因此，clip_image111clip_image113clip_image115表示

        60×6+10×3+5×1=395

**第06届华罗庚金杯少年数学邀请赛团体决赛口试试题**22．下面是主试委员会为第六届华杯赛写的一首诗：

       美少年华朋会友，幼长相亲同切磋；

       杯赛联宜欢声响，念一笑慰来者多；

       九天九霄志凌云，九七共庆手相握；

       聚起华夏中兴力，同唱移山壮丽歌

       请你将诗中56个字从第1行左边第一字起逐行逐字编为1～56号，再将号码中的质数由小到大找出来，将它们对应的字依次排成一行，组成一句话，请读出这句话．

        22．少年朋友亲切联欢，一九九七相聚中山

        解：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | （2） | （3） | 4 | （5） | 6 | （7） |
| 美 | 少 | 年 | 华 | 朋 | 会 | 友， |
| 8 | 9 | 10 | （11） | 12 | （13） | 14 |
| 幼 | 长 | 相 | 亲 | 同 | 切 | 磋； |
| 15 | 16 | （17） | 18 | （19） | 20 | 21 |
| 杯 | 赛 | 联 | 谊 | 欢 | 声 | 响， |
| 22 | （23） | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| 念 | 一 | 笑 | 慰 | 来 | 者 | 多； |
| （29） | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |
| 九 | 天 | 九 | 霄 | 志 | 凌 | 云， |
| 36 | （37） | 38 | 39 | 40 | （41） | 42 |
| 九 | 七 | 共 | 庆 | 手 | 相 | 握； |
| 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 |
| 聚 | 起 | 华 | 夏 | 中 | 兴 | 力， |
| 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
| 同 | 唱 | 移 | 山 | 壮 | 丽 | 歌。 |

        将质数对应的汉字依次写出就是：

        少年朋友亲切联欢，一九九七相聚中山．