



竞赛篇周周练

知识点:

一、赛制问题

淘汰赛: N 个队进行淘汰赛, 至少要打 $N-1$ 场比赛, 每场比赛淘汰一名选手;

单循环赛: N 个队进行循环赛, 每个队要打 $N-1$ 场比赛, 总共要打 $N(N-1) \div 2$ 场比赛。

二、积分方式:

两分制: 胜一场得 2 分, 平一场得 1 分, 负一场得 0 分;

核心关系: 总积分 = $2 \times$ 比赛场数;

三分制: 胜一场得 3 分, 平一场得 1 分, 负一场得 0 分;

核心关系: 总积分 = $3 \times$ 比赛场数 - $1 \times$ 赛平场数。

1. A 、 B 、 C 、 D 、 E 五个足球队进行单循环比赛, 每两个队之间都要赛一场, 且只赛一场。胜者得 3 分, 负者得 0 分, 平局每队各得 1 分。那么当所有的比赛都结束以后, 共有 4 场平局, 则五支队伍的总得分是多少分?

【解析】由于每场比赛胜者得 3 分, 负者得 0 分, 平局两队各得 1 分, 所以每场比赛两队的得分之和为 2 分或者 3 分, 五支球队进行单循环赛, 共进行 $5 \times 4 \div 2 = 10$ 场比赛, 先假设无平局, 然后每出现一场平局总分 -1, 所以总分为 $3 \times 10 - 4 = 26$ 分。

2. 12 个队参加一次足球比赛, 每两个队都比赛一场, 每场比赛中胜队得 3 分, 负队得 0 分, 平局各得 1 分。比赛结束后, 获得第三名和第四名的两队得分最多可以相差多少?

【解析】要想 3、4 名相差最多, 前三名就要相等且尽量高。假设甲乙丙是前三, 他们与后 9 只对打全胜, 他们之间: 甲胜乙, 乙胜丙, 丙胜甲, 都 10 胜 1 负, 所以都得 30 分。后 9 名之间全部平局这时候第四名最低, 所以都 3 胜 8 平, 得 8 分。那么最多相差 $30 - 8 = 22$ 分

3. 五个足球队进行循环比赛, 即每两个队之间都要赛一场。每场比赛胜者得 2 分、负者得 0 分、打平两队各得 1 分。比赛结果各队得分互不相同。已知: (1) 第 1 名的队没有平过; (2) 第 2 名的队没有负过; (3) 第 4 名的队没有胜过。问全部比赛共打平了 _____ 场。

【解析】5 支球队进行循环赛, 共需要打 10 场, 产生总分 20 分。由 (1)、(2) 知第 1 名负于第 2 名, 那么第 1 名最多得 $2 \times 3 = 6$ 分。由于各队得分互不相同, 而且 $6 + 5 + 4 + 3 + 2 = 20$, 所以 5 支球队得分依次为 6 分、5 分、4 分、3 分、2 分。

因为: $6=2+2+2+0\dots$ (第一名没平过)

$5=2+1+1+1$ (第二名没输过)

$3=1+1+1+0$ (第四名没胜过)

由于第一名有 3 个 2, 所以得 4 分和 2 分得两支队都要有 1 个 0

所以 $4=2+1+1+0$, $2=1+1+0+0$ 其余情况有矛盾。一共有 10 个 1, 所以平了 5 场

4. A、B、C、D、E 四个足球队进行单循环比赛, 每两个队之间都要赛一场, 且只赛一场。胜者得 3 分, 负者得 0 分, 平局每队各得 1 分。比赛结果, 各队得分由高到低恰好是五个连续的自然数, 那么这次比赛中共有几场平局?

【解析】由于每场比赛胜者得 3 分, 负者得 0 分, 平局两队各得 1 分, 所以每场比赛两队的得分之和为 2 分或者 3 分, 五支球队进行单循环赛, 共进行 $5 \times 4 \div 2 = 10$ 场比赛, 所以比赛完成之后各队总得分至少为 20 分, 最多为 30 分, 又各队得分是五个连续的自然数, 而

$2+3+4+5+6=20$, $3+4+5+6+7=25$, $4+5+6+7+8=30$, 所以各队得分只可能为 2, 3, 4, 5, 6 或者 3, 4, 5, 6, 7 或者 4, 5, 6, 7, 8。

如五队得分为 2, 3, 4, 5, 6 或者 4, 5, 6, 7, 8。那么总得分为 20 分或者 30 分, 则每场比赛两队的得分之和都为 2 分或 3 分, 即每一场比赛都是平局或者每一场都不是平局, 那么每一场比赛的两只队的得分是一样的或者两只队的得分都是 3 的倍数(3 分或 0 分), 那么每支队的总得分应该一样或者都是 3 的倍数, 而不可能出现不相等或者说有球队得 4 分或 5 分的情况, 矛盾, 所以五队得分不能为 2, 3, 4, 5, 6 或者 4, 5, 6, 7, 8, 只能为 3, 4, 5, 6, 7, 平局为: $30-25=5$ (局)

5. (第八届华杯赛决赛) 10 个队进行循环赛, 胜队得 2 分, 负队得 1 分, 无平局。其中有两队并列第一, 两队并列第三, 有两个队并列第五, 以后无并列情况。请计算出各队的得分。

【考点】体育比赛

【难度】3 星

【题型】解答

【关键词】2001 年, 第八届, 华杯赛, 决赛, 二试

【解析】为简单起见, 假定胜队得 1 分, 负队不得分, 其它条件不变, 此种情况得到的答案, 各队都加上 9 分就是原题答案。

因为共赛 45 场, 每队赛 9 场, 所以共产生 45 分。由两队并列第一, 推知并列第一的队至少各输一场。

(1) 假设并列第一的队各输 1 场, 各得 8 分。如果并列第三的两个队各输两场, 各得 7 分, 那么前四名的队共输 6 场, 而它们之间恰好赛了 6 场, 所以前四名的队胜了后面的所有队。由此推知, 并列第五的队至少各输 5 场, 最多各得 4 分, 那么后四名的队共得 $45 - (8+7+4) \times 2 = 7$ 分, 而后四名的得分只能是 3、2、1、0, 其和不等于 7。所以并列第三的两个队不能各输两场, 而是各输三场, 各得 6 分。此时, 后 6 名的得分只能是 5、5、4、2、1、0,

10 个队的得分依次为: 8、8、6、6、5、5、4、2、1、0。

(2) 假设并列第一的队各输 2 场, 各得 7 分, 那么并列第三的队只能各输 3 场, 各得 6 分 (如果各输 4 场, 后八名的队的得分只能是 5、5、4、4、3、2、1、0, 总分不到 45 分), 后六名的得分只能是 5、5、4、3、2、0。此时 10 个队的得分依次为: 7、7、6、6、5、5、4、3、2、0。

(3) 假设并列第一的队至少各输 3 场, 则 10 个队的总得分之多 6+6+5+5+4+4+3+2+1+0=36 分, 不合题意。

综上所述, 各队得分为: 17、17、15、15、14、14、13、11、10、9;

或: 16、16、15、15、14、14、13、12、11、9。

【答案】各队得分为: 17、17、15、15、14、14、13、11、10、9;

或: 16、16、15、15、14、14、13、12、11、9。