（文）高二数学第一学期期末试卷

满分 100 分，考试时间 90 分钟

一、选择题：（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分.）

1．如果直线 $ax+2y+2=0$ 与直线 $3x-y-2=0$ 平行，那么系数 a 等于(　　)

$A.-\frac{3}{2}$　　$B.\frac{2}{3}$　　$C.-3$　　$D.-6$

2．两名同学进行英语听力练习，甲能听懂的概率为 0.8，乙能听懂的概率为 0．5 ,则甲、乙二人恰有一人能听懂的概率为（　　）

A．0．4　　B．0．9　　C．0．5　　D．0．1

3．已知 x、y 满足条件 $\begin{cases} x-y+5\geq 0 \\ x+y\geq 0 \\ x\leq 3 \end{cases}$，则 $z=2x+4y$ 的最小值为（　　）

A．–6　　B．5　　C．10　　D．–10

4．$(1-2x)^5$ 的展开式中第四项的系数是（　　）

A．10　　B．−80　　C．80　　D．−8

5．抛物线 $y^2=2px$ $(p>0)$ 上横坐标为 3 的点到焦点的距离是 4，则 p 等于（　　）

A．8　　B．4　　C．2　　D．1

6．已知直线 l 的斜率为 $-\frac{2}{3}$，且过双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ 的左焦点，则直线 l 与此双曲线的交点个数为（　　）个

A．3　　B．2　　C．1　　D．0

7．五个人排成一排，其中甲、乙、丙三人左、中、右顺序不变（不一定相邻）的排法种数是（　　）

A．12　　B．20　　C．36　　D．48

8．已知 F_1、F_2 是椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ 的左、右焦点，l 是椭圆的右准线，点 P$\in l$ 且在 x 轴上方，则 $\angle F_1PF_2$ 的最大值是（　　）

智康1对1

A．15°　　B．30°　　C．45°　　D．60°

二、填空题：（本大题共 6 小题，每小题 4 分 ，共 24 分.）

9．在参加 2006 年德国世界杯足球赛决赛阶段比赛的 32 支球队中，有欧洲队 14 支，美洲队 8 支，亚洲队 4 支，大洋洲队 1 支，非洲队 5 支，从中选出一支球队为欧洲队或美洲队的概率为_____.

10．3 个班分别从 2 个风景点中选择 1 处游览，有_____ 种不同的选法 .

11．若点（－2，t）在不等式 2x－3y+6＞0 所表示的平面区域内，则t 的取值范围是_____ .

12．圆$\begin{cases}x=\cos\theta\\y=1+\sin\theta\end{cases}$的（$\theta$ 为参数）圆心坐标为 _____ ；直线 l 与此圆交于 A、B 两点，且线段 AB 的中点坐标是$(-\frac{1}{2},\frac{3}{2})$，则直线 l 的方程为_____ .

13．中心在原点，焦点在 x 轴上，离心率为$\frac{5}{3}$，并且虚轴长为 8 的双曲线标准方程为_____；若 P 为此双曲线上的一点，F_1、F_2 分别是此双曲线的左、右焦点，且$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，则$\Delta PF_1F_2$ 的面积为_____ .

14．过椭圆$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$的右焦点作 x 轴的垂线交椭圆于 A，B 两点，已知双曲线的焦点在 x 轴上，对称中心在坐标原点且两条渐近线分别过 A，B 两点，则双曲线的离心率 e 为_____ .

三、解答题：（本大题共 4 小题，共 44 分，）

15．（本题满分 12 分）已知点 P（2，0），□ C：$x^2+y^2-6x+4y+4=0$.

（Ⅰ）当直线 l 过点 P 且与圆心 C 的距离为 1 时，求直线 l 的方程；

（Ⅱ）设过点 P 的直线与□ C 交于 A、B 两点，且 $AB\perp CP$，求以线段 AB 为直径的圆的方程.

16．（本题满分 10 分）一个小朋友将七支颜色各不相同的彩笔排成一列.

（Ⅰ）求红色彩笔与黄色彩笔相邻的概率;

（Ⅱ）求绿色彩笔与蓝色彩笔之间恰有一支彩笔的概率.

17.（本题满分 12 分）一次小测验共有 3 道选择题和 2 道填空题，每答对一道题得 20 分，答错或不答得 0 分．某同学答对每道选择题的概率均为 0．8，答对每道填空题的概率均为 0．5．各道题答对与否互不影响．

（Ⅰ）求该同学恰好答对 1 道选择题和 2 道填空题的概率；

（Ⅱ）求该同学至少答对 1 道题的概率；

（Ⅲ）求该同学在这次测验中恰好得 80 分的概率．

18（A）．**(**本题满分 10 分**普通校学生做，重点校学生不做)**已知两点 $M(-2,0)$，$N(2,0)$，动点 $P(x,y)$ 在 y 轴上的射影为 H，$|\overrightarrow{PH}|$ 是 2 和 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$ 的等比中项．

（I）求动点 P 的轨迹方程；

（Ⅱ）若直线 $x+y=1$ 交以点 M、N 为焦点的双曲线 C 的右支于点 Q，求实轴长最长的双曲线 C 的方程．

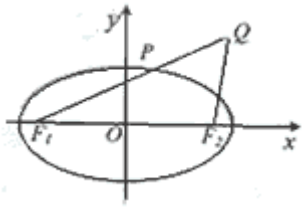
18（B）．（本题满分 10 分**重点校学生做，普通校学生不做**）

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别是 $F_1(-c,0),F_2(c,0)$，Q 是椭圆外的动点，满足 $|\overrightarrow{F_1Q}|=2a.$ 点 P 是线段 F_1Q 与该椭圆的交点，点 T 在线段 F_2Q 上，并且满足 $\overrightarrow{PT}\cdot\overrightarrow{TF_2}=0,|\overrightarrow{TF_2}|\neq 0.$

（I）设 x_1 为点 P 的横坐标，求证：$|\overrightarrow{F_1P}|=a+\frac{c}{a}x_1$；

（Ⅱ）求点 T 的轨迹 C 的方程；

（Ⅲ）在点 T 的轨迹 C 上，是否存在点 M，使△F_1MF_2 的面积 S=b^2.若存在，求∠F_1MF_2 的正切值；若不存在，请说明理由．



高二数学学科期末试卷答案

一．选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	A	B	C	C	B	B

二．填空题

9. $\frac{11}{16}$　10．8　11. $t<\frac{2}{3}$　12.　（0，1）；　$x-y+2=0$　13. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ ；16

14. $\frac{\sqrt{6}}{2}$(注 12，13 小题每空 2 分)

三．解答题

15. （Ⅰ）解：设直线 l 的斜率为 k（若 k 存在），则方程为 $y-0=k(x-2)$ …（2 分）

又□ C 的圆心为 C(3,-2)， r=3,由 $\frac{|3k-2k+2|}{\sqrt{k^2+1}}=1\Rightarrow k=-\frac{3}{4}$， …… （4 分）

直线 l 的方程为 $y=-\frac{3}{4}(x-2)$，即 $3x+4y-6=0$ ……（5 分）

当 k 不存在时，l 的方程为 x=2. …… （7 分）

（Ⅱ）依题意 AB⊥CP ,得 P 为线段 AB 的中点，即为以 AB 为直径的圆的圆心……（9 分）

已知 C(3,-2) ，P（2,0），由两点间距离公式得 $|CP|=\sqrt{5}$. …… （10 分）

在直角三角形 BCP 中，可求半径 $|BP|=2$. ……（11 分）

故以 AB 为直径的圆的方程为 $(x-2)^2+y^2=4$. ……（12 分）

16．解：七支彩笔可排列总数为 A_7^7，每一种排列出现的机会是等可能的 ……（3 分）

（Ⅰ）记红色彩笔与黄色彩笔相邻为事件 A，红色彩笔与黄色彩笔相邻的排列有 $A_2^2A_6^6$ 种，

则 P（A）= $\frac{A_2^2A_6^6}{A_7^7}=\frac{2}{7}$. …… （7 分）

（Ⅱ）记绿色彩笔与蓝色彩笔之间恰有一支彩笔的事件为 B，则

绿色彩笔与蓝色彩笔之间恰有一支彩笔的概率为 $P(B)=\dfrac{A_2^2A_5^1A_5^5}{A_7^7}=\dfrac{5}{21}$. … （10 分）

（注：学生（1）问求出红色彩笔与黄色彩笔相邻的概率可得满分，未写出是等可能的不扣分）

17. 解：（Ⅰ）该同学恰好答对 1 道选择题和 2 道填空题的概率为

$$P=C_3^1(0.8)^1(0.2)^2\cdot C_2^2 0.5\times 0.5=\frac{3}{125}\ .$$ …… （4 分）

（Ⅱ）该同学至少答对 1 道题的概率为 $1-\left(\dfrac{1}{5}\right)^3\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{499}{500}$. …… （8 分）

（Ⅲ）设该同学在这次测验中恰好得 80 分为事件 A，他恰好答对 2 道选择题和 2 道填空题为事件 B_1，他恰好答对 3 道选择题和 1 道填空题为事件 B_2

则 $A=B_1+B_2$，B_1，B_2 为互斥事件.

$$P(A)=P(B_1)+P(B_2)$$

$$=C_3^2\left(\frac{4}{5}\right)^2(\frac{1}{5})C_2^2\left(\frac{1}{2}\right)^2+C_3^3\left(\frac{4}{5}\right)^3C_2^1\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{44}{125}$$ ……（12 分）

18. A（普通校）

解：（Ⅰ）动点为 $P(x,y)$，则 $H(0,y),\overrightarrow{PH}=(-x,0),\overrightarrow{PM}=(-2-x,-y),\overrightarrow{PN}=(2-x,-y)$

…… （2 分）

$\therefore \overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=x^2-4+y^2$，且 $\left|\overrightarrow{PH}\right|^2=x^2$. …… （4 分）

由题意得 $\left|\overrightarrow{PH}\right|^2=2\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$，即 $x^2=2\left(x^2-4+y^2\right)$，$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$. …… （5 分）

$\because$ $\left|\overrightarrow{PH}\right|$ 是 2 和 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$ 的等比中项，点 P 不能与点 H 重合，$\therefore x\neq 0$.

$\therefore \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$（$x\neq 0$）为所求点 P 的轨迹方程. …… （6 分）

（Ⅱ）当直线 $x+y=1$ 与双曲线 C 右支交于点 Q 时，而 $N(2,0)$ 关于直线 $x+y=1$ 的对称点为 $E(1,-1)$，则 $|QE|=|QN|$

$\therefore$ 双曲线 C 的实轴长 $2a=\big||QM|-|QN|\big|=\big||QM|-|QE|\big|\le|ME|=\sqrt{10}$（当且仅当

Q，E，M 共线时取“=”），此时，实轴长 $2a$ 最大为 $\sqrt{10}$；……（8 分）

所以，双曲线 C 的实半轴长为 $\frac{\sqrt{10}}{2}$

又∵ $c=\frac{1}{2}|MN|=2$，∴ $b^2=c^2-a^2=\frac{3}{2}$

∴双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{\frac{5}{2}}-\frac{y^2}{\frac{3}{2}}=1$. ……（10 分）

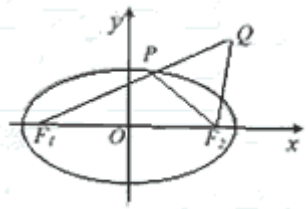
18．B（重点校）

解：（Ⅰ）证明：设点 P 的坐标为 (x_1,y_1). 椭圆的左准线方程为 $x=-\frac{a^2}{c}$.

由椭圆第二定义得 $\frac{|\overrightarrow{F_1P}|}{|x_1+\frac{a^2}{c}|}=\frac{c}{a}$，即 $|\overrightarrow{F_1P}|=\frac{c}{a}|x_1+\frac{a^2}{c}|=|a+\frac{c}{a}x_1|$.

由 $x_1\geq -a$, 知 $a+\frac{c}{a}x_1\geq -c+a>0$，所以 $|\overrightarrow{F_1P}|=a+\frac{c}{a}x_1$. …… 3 分

（Ⅱ）解法一：设点 T 的坐标为 (x,y).



当 $|\overrightarrow{PT}|\neq 0$ 且 $|\overrightarrow{TF_2}|\neq 0$ 时，由 $|\overrightarrow{PT}|\cdot|\overrightarrow{TF_2}|=0$，

得 $\overrightarrow{PT}\perp\overrightarrow{TF_2}$. 又由椭圆定义得 $|PF_1|+|PF_2|=2a$，如图可得 $|PF_1|+|PQ|=2a$

则 $|\overrightarrow{PQ}|=|\overrightarrow{PF_2}|$，所以 T 为线段 F_2Q 的中点.

在△QF_1F_2 中，$|\overrightarrow{OT}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{F_1Q}|=a$，所以有 $x^2+y^2=a^2$. ……5 分

当 $|\overrightarrow{PT}|=0$ 时，点（a，0）和点（$-a$，0）在轨迹上.

综上所述，点 T 的轨迹 C 的方程是 $x^2+y^2=a^2$. ……6 分

解法二：设点 T 的坐标为 (x,y).

当 $|\overrightarrow{PT}|\neq 0$ 且 $|\overrightarrow{TF_2}|\neq 0$ 时，由 $\overrightarrow{PT}\cdot\overrightarrow{TF_2}=0$，得 $\overrightarrow{PT}\perp\overrightarrow{TF_2}$.

又 $|\overrightarrow{PQ}|=|\overrightarrow{PF_2}|$，所以 T 为线段 F_2Q 的中点.

设点 Q 的坐标为（x',y'），则 $\begin{cases}x=\dfrac{x'+c}{2},\\ y=\dfrac{y'}{2}.\end{cases}$

因此 $\begin{cases}x'=2x-c,\\ y'=2y.\end{cases}$ ①

由 $|\overrightarrow{F_1Q}|=2a$ 得 $(x'+c)^2+y'^2=4a^2$. ②

将①代入②，可得 $x^2+y^2=a^2$. ……5 分

当 $|\overrightarrow{PT}|=0$ 时，点（a，0）和点（$-a$，0）在轨迹上.

综上所述，点 T 的轨迹 C 的方程是 $x^2+y^2=a^2$. ……6 分

（Ⅲ）解法一：C 上存在点 M（x_0,y_0）使 S=b^2 的充要条件是

$$\begin{cases}x_0^2+y_0^2=a^2, & ③\\ \dfrac{1}{2}\cdot 2c|y_0|=b^2. & ④\end{cases}$$

由③得 $|y_0|\le a$，由④得 $|y_0|=\dfrac{b^2}{c}$. 所以，当 $a\ge\dfrac{b^2}{c}$ 时，存在点 M，使 S=b^2；

当 $a<\dfrac{b^2}{c}$ 时，不存在满足条件的点 M. ……8 分

当 $a\ge\dfrac{b^2}{c}$ 时，$\overrightarrow{MF_1}=(-c-x_0,-y_0),\overrightarrow{MF_2}=(c-x_0,-y_0)$，

由 $\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=x_0^2-c^2+y_0^2=a^2-c^2=b^2$，

$\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=|\overrightarrow{MF_1}|\cdot|\overrightarrow{MF_2}|\cos\angle F_1MF_2$，

$S=\frac{1}{2}|\overrightarrow{MF_1}|\cdot|\overrightarrow{MF_2}|\sin\angle F_1MF_2=b^2$，得 $\tan\angle F_1MF_2=2$.……10 分

解法二：

由上解法当 $a\geq\frac{b^2}{c}$ 时，存在点 M，使 S=b^2；

当 $a<\frac{b^2}{c}$ 时，不存在满足条件的点 M. ……8 分

当 $a\geq\frac{b^2}{c}$ 时，

$k_{F_1M}=\frac{y_0}{x_0+c}$，$k_{F_2M}=\frac{y_0}{x_0-c}$，由 $|F_1F_2|<2a$，知 $\angle F_1MF_2<90^\circ$，

所以 $\tan\angle F_1MF_2=\left|\frac{\frac{y_0}{x_0-c}-\frac{y_0}{x_0+c}}{1+\frac{y_0^2}{x_0^2-c^2}}\right|=\left|\frac{2cy_0}{b^2}\right|=\frac{2b^2}{b^2}=2$. ……10 分

智康1对1