北京市朝阳区2010届上学期期末考试

高三年级数学试卷（文科）

本试卷分第I卷和第II卷两部分，第I卷1至2页，第II卷3页至5页，共150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第I卷（选择题 40分）

一．选择题：本大题共8小题，每小题5分。共40分。在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1．在复平面内，复数$i\cdot(1-i)$对应的点位于

A．第一象限　　B．第二象限

C．第三象限　　D．第四象限

2．已知命题$p:\forall x\in R,2^x>0$。那么命题$\neg p$为

A．$\exists x\in R,2^x<0$　　B．$\forall x\in R,2^x<0$

C．$\exists x\in R,2^x\le 0$　　D．$\forall x\in R,2^x\le 0$

3．已知圆的方程为$x^2+y^2-3x+3y+8=0$，那么下列直线中经过圆心的直线的方程为

A．$2x-y+1=0$　　B．$2x-y-1=0$

C．$2x+y+1=0$　　D．$2x+y-1=0$

4．已知幂函数$y=f(x)$的图象经过点$(2,4)$，则$f(x)$的解析式

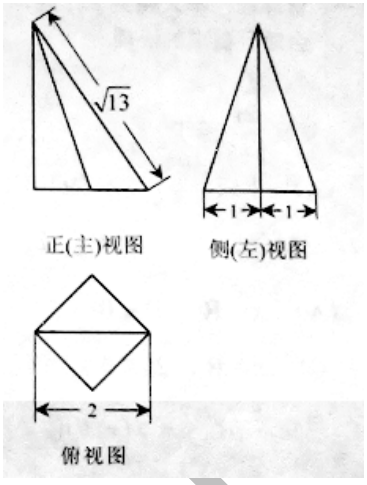
A．$f(x)=2x$　　B．$f(x)=x^2$

C．$f(x)=2^x$　　D．$f(x)=x+2$

5．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=2,a_4=\frac{1}{2}$，若$a_k=a^{-15}$，则k等于

A．9　　B．10　　C．16　　D．17

6．一个四棱锥的底面为正方形，其三视图如图所示，则这个四棱锥的体积是



A．1　　B．2

C．3　　D．4

7．ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $\cos\frac{A}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$bc=5$，则 ΔABC 的面积等于

A．$2\sqrt{5}$　　B．4　　C．$\sqrt{5}$　　D．2

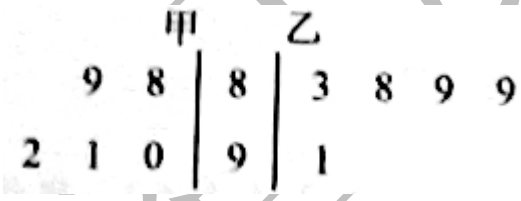
8．设集合 $S=\{A_0,A_1,A_2,A_3,A_4\}$，在 S 上定义运算 $\square$ 为：$A_i\square A_j=A_k$，其中 $k=|i-j|$，$i=0,1,3,4,5, j=0,1,2,3,4$，那么满足条件 $(A_i\square A_j)\square A_2=A_1(A_i\in S,A_j\in S)$ 的有序数对 (i,j) 共有

A．12 个　　B．8 个　　C．6 个　　D．4 个

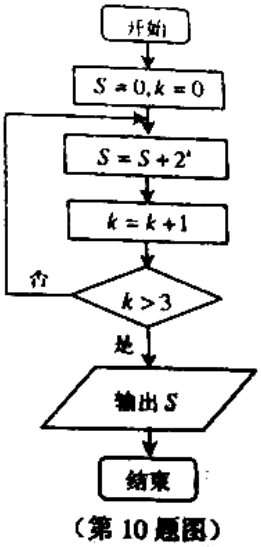
第 II 卷（非选择题 110 分）

二．填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

9．甲．乙两名同学在 5 次数学考试中，成绩统计用茎叶图表示如下，则平均成绩高的同学是_____。



10．执行如图所示的程序框图，输出的结果 S=_____。



（第 10 题图）

11．若向量 a,b 的夹角为 $30°$，$|a|=\sqrt{3},|b|=2$，则 $a\cdot b=$_____；$|a+b|=$_____。

12．已知 $\tan\alpha=\cos\alpha$，那么 $\sin\alpha$ 的值是_____。

13．设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x},x\geq 0\\ x^{-2},x<0\end{cases}$，若 $f(x_0)<1$，则 x_0 的取值范围是_____。

14．设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_4\geq 8, a_5\leq 10$，则S_6的最小值为_____。

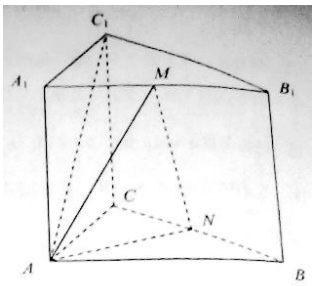
三．解答题：本大题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15．（本小题满分 13 分）已知函数$f(x)=\sin x\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos^2 x-\sin^2 x)$

（I）求$f\left(\frac{\pi}{6}\right)$；

（II）求$f(x)$的最大值及单调递增区间。

16．（本小题满分 14 分）已知三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的侧棱与底面垂直，$\angle BAC=90°$，M,N分别是A_1B_1,BC的中点。



（I）证明：$AB\perp AC_1$；

（II）判断直线MN和平面ACC_1A_1的位置关系，并加以证明。

17．（本小题满分 14 分） 设$a\in R$，函数$f(x)=2x^3+(6-3a)x^2-12ax+2$。

（I）若$a=1$，求曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程；

（II）求函数$f(x)$在$[-2,2]$上的最小值。

18．（本小题满分 13 分） 在平面直角坐标系xOy中，平面区域W中的点的坐标(x,y)满足$\begin{cases}-1\leq x\leq 2\\0\leq y\leq 2\end{cases}$，从区域$W$随机取点$M(x,y)$

（I）若 $x\in Z, y\in Z$，求点 M 位于第一象限的概率；

（II）若 $x\in R, y\in R$，求 $|OM|\leq 2$ 的概率。

19.（本小题满分 13 分） 已知两点 $F_1(-2,0), F_2(2,0)$，曲线 C 上的动点 P 满足 $|PF_1|+|PF_2|=\frac{3}{2}|F_1F_2|$。

（I）求曲线 C 的方程；

（II）若直线 l 经过点 $M(0,3)$，交曲线 C 于 A,B 两点，且 $\overrightarrow{MA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MB}$，求直线 l 的方程。

20.（本小题满分 14 分） 数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=a$，$a_{n+1}=\sqrt{\frac{a_n+3}{2}}, n=1,2,3\cdots$

（I）若数 $a_{n+1}=a_n$，求 a 的值；

（II）若 $a=\frac{1}{2}$ 时，证明：$a_n<\frac{3}{2}(n=1,2,3,\cdots)$

（III）设数列 $\{a_n-1\}$ 的前 n 项之积为 T_n，若对任意正整数 n，总有 $(a_n+1)T_n\leq 6$ 成立，求 a 的去取值范围。

智康1对1

2009—2010学年度第一学期高三年级抽样测试

数学（文史类）参考答案

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.

1. A　2. C　3. C　4. B　5. D　6. B　7. D　8. A

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.

9. 甲　10. 15　11. 3　$\sqrt{13}$　12. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$　13. $(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$

14. 42

三、解答题：本大题共6小题，共80分.

15. 解：（Ⅰ）$f(x)=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$

$=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，

所以 $f(\frac{\pi}{6})=\sin(2\times\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3})=\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅱ）当 $x=k\pi+\frac{\pi}{12}$（$k\in\mathbf{Z}$）时，$f(x)$ 的最大值是1.

由 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

得 $-\frac{5\pi}{12}+k\pi\le x\le\frac{\pi}{12}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$.

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $[-\frac{5\pi}{12}+k\pi,\frac{\pi}{12}+k\pi]$，$k\in\mathbf{Z}$

16. 证明：（Ⅰ）因为 $CC_1\perp$ 平面 ABC，

又 $AB\subset$ 平面 ABC，

所以 $CC_1\perp AB$.

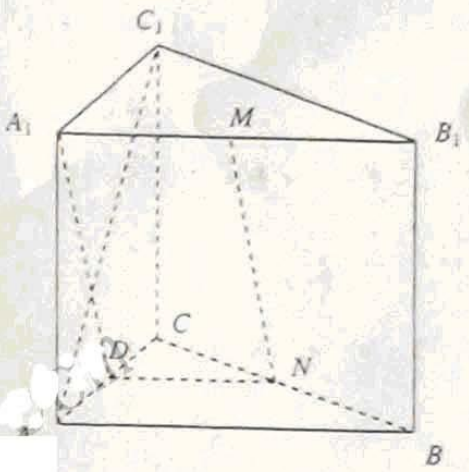
由条件 $\angle BAC=90^\circ$，即 $AC\perp AB$，

且 $AC\cap CC_1=C$，

所以 $AB\perp$ 平面 ACC_1A_1，

又 $AC_1\subset$ 平面 ACC_1A_1，

所以 $AB\perp AC_1$。



（Ⅱ）MN // 平面 ACC_1A_1。证明如下：

设 AC 的中点为 D，

连接 DN，A_1D，

因为 D，N 分别是 AC，BC 的中点，

所以 $DN\parallel\!=\frac{1}{2}AB$。

又 $A_1M=\frac{1}{2}A_1B_1$，$A_1B_1\parallel\!=AB$，

所以 $A_1M\parallel\!=DN$。

所以四边形 A_1DNM 是平行四边形，

所以 A_1D // MN。

因为 $A_1D\subset$ 平面 ACC_1A_1，$MN\not\subset$ 平面 ACC_1A_1，

所以 MN // 平面 ACC_1A_1。

17．解：（Ⅰ）$f'(x)=6[x^2+(2-a)x-2a]=6(x+2)(x-a)$。

当 $a=1$ 时，$f'(0)=-12$，$f(0)=2$，

所以切线方程为 $y-2=-12x$，即 $12x+y-2=0$。

令 $f'(x)=0$，解得：$x_1=-2$，$x_2=a$．

① $a\geq 2$，则当 $x\in(-2,2)$ 时，$f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 在 $(-2,2)$ 上单调递减，

所以，当 $x=2$ 时，函数 $f(x)$ 取得最小值，最小值为 $f(2)=42-36a$．

② $-2<a<2$，则当 $x\in(-2,2)$ 时，

当 x 变化时，$f'(x)$，$f(x)$ 的变化情况如下表：

x	-2	$(-2,a)$	a	$(a,2)$	2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$10+12a$	↘	极小值	↗	$42-36a$

所以，当 $x=a$ 时，函数 $f(x)$ 取得最小值，最小值为 $f(a)=-a^3-6a^2+2$．

③ $a\leq -2$，则当 $x\in(-2,2)$ 时，$f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 在 $(-2,2)$ 上单调递增，

所以，当 $x=-2$ 时，函数 $f(x)$ 取得最小值，最小值为 $f(-2)=10+12a$．

综上，当 $a\leq -2$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $10+12a$；当 $-2<a<2$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $-a^3-6a^2+2$；当 $a\geq 2$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $42-36a$．

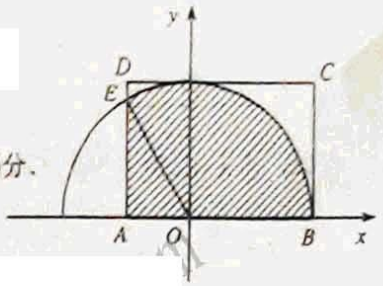
18. 解：（1）若 x，$y\in\mathbf{Z}$，则点 M 的个数共有12个，列举如下：

$(-1,0)$，$(-1,1)$，$(-1,2)$，$(0,0)$，$(0,1)$，$(0,2)$，$(1,0)$，$(1,1)$，$(1,2)$，$(2,0)$，$(2,1)$，$(2,2)$．

当点 M 的坐标为 $(1,1)$，$(1,2)$，$(2,1)$，$(2,2)$ 时，点 M 位于第一象限，

故点 M 位于第一象限的概率为 $\frac{1}{3}$．

（Ⅱ）如图，若 x，$y\in\mathbf{R}$，则区域 W 的面积是 $3\times2=6$.



满足 $|OM|\le2$ 的点 M 构成的区域为

$\{(x,y)\mid -1\le x\le2,0\le y\le2,x^2+y^2\le4\}$，即图中的阴影部分.

易知 $E(-1,\sqrt{3})$，$\angle EOA=60^\circ$.

所以扇形 BOE 的面积是 $\frac{4\pi}{3}$，$\triangle EAO$ 的面积是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，

故 $|OM|\le2$ 的概率为 $\frac{\frac{4\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}}{6}=\frac{8\pi+3\sqrt{3}}{36}$.

19. 解：（Ⅰ）由已知可得 $|PF_1|+|PF_2|=\frac{3}{2}|F_1F_2|=6>|F_1F_2|=4$，

故曲线 C 是以 F_1，F_2 为焦点，长轴长为 6 的椭圆，其方程为 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$

（Ⅱ）方法一：设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，由条件可知 A 为 MB 的中点，

则有 $\begin{cases}\frac{x_1^2}{9}+\frac{y_1^2}{5}=1, & (1)\\ \frac{x_2^2}{9}+\frac{y_2^2}{5}=1, & (2)\\ 2x_1=x_2, & (3)\\ 2y_1=y_2+3. & (4)\end{cases}$

将（3）、（4）代入（2）得 $\frac{4x_1^2}{9}+\frac{(2y_1-3)^2}{5}=1$，整理为 $\frac{4x_1^2}{9}+\frac{4y_1^2}{5}-\frac{12}{5}y_1+\frac{4}{5}=0$.

将（1）代入上式得 $y_1=2$，再代入椭圆方程解得 $x_1=\pm\frac{3}{\sqrt{5}}$，

故所求的直线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{5}}{3}x+3$.

方法二：依题意，直线 l 的斜率存在，设其方程为 $y=kx+3$.

由 $\begin{cases} y=kx+3, \\ \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1. \end{cases}$ 得 $(5+9k^2)x^2+54kx+36=0$. 令 $\Delta>0$，解得 $k^2>\dfrac{4}{9}$.

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\dfrac{-54k}{5+9k^2}$，① $x_1x_2=\dfrac{36}{5+9k^2}$，②

因为 $\overrightarrow{MA}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{MB}$，所以 A 为 MB 的中点，从而 $x_2=2x_1$.

将 $x_2=2x_1$ 代入①、②，得 $x_1=\dfrac{-18k}{5+9k^2}$，$x_1^2=\dfrac{18}{5+9k^2}$，

消去 x_1 得 $\left(\dfrac{-18k}{5+9k^2}\right)^2=\dfrac{18}{5+9k^2}$，

解得 $k^2=\dfrac{5}{9}$，$k=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.（$\Delta>0$）

所以直线 l 的方程为 $y=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{3}x+3$.

20. 解：（Ⅰ）因为 $a_{n+1}=a_n$，所以 $a_n=\sqrt{\dfrac{a_n+3}{2}}$，解得 $a_n=\dfrac{3}{2}$ 或 $a_n=-1$（舍去）.

由 n 的任意性知，$a_1=a=\dfrac{3}{2}$.

（Ⅱ）反证法：

假设 $a_n\geq\dfrac{3}{2}$，则 $\sqrt{\dfrac{3+a_{n-1}}{2}}\geq\dfrac{3}{2}$，得 $a_{n-1}\geq\dfrac{3}{2}$，

依此类推，$a_{n-2}\geq\dfrac{3}{2}$，…，$a_2\geq\dfrac{3}{2}$，$a_1\geq\dfrac{3}{2}$，与 $a=\dfrac{1}{2}$ 矛盾.

所以 $a_n<\dfrac{3}{2}$.

（Ⅲ）由已知，当 $n\geq2$ 时，$2a_n^2=a_{n-1}+3$，$2(a_n^2-1)=a_{n-1}+1$，$2(a_n-1)(a_n+1)=a_{n-1}+1$，

所以 $2(a_n-1)=\frac{a_{n-1}+1}{a_n+1}$.

同理 $2(a_{n-1}-1)=\frac{a_{n-2}+1}{a_{n-1}+1}$，…，$2(a_3-1)=\frac{a_2+1}{a_3+1}$，$2(a_2-1)=\frac{a_1+1}{a_2+1}$.

将上述 $n-1$ 个式子相乘，得

$$2^{n-1}(a_2-1)(a_3-1)\cdots(a_{n-1}-1)(a_n-1)=\frac{a_1+1}{a_n+1}.$$

即 $2^{n-1}\times\frac{T_n}{a_1-1}=\frac{a_1+1}{a_n+1}$，$(a_n+1)T_n=\frac{a_1^2-1}{2^{n-1}}$（$n\geq 2$）.

当 $n=1$ 时，$(a_1+1)T_1=\frac{a_1^2-1}{2^{1-1}}$.

所以 $(a_n+1)T_n=\frac{a_1^2-1}{2^{n-1}}(n\in\mathbf{N}^*)$.

从而要使 $(a_n+1)T_n=\frac{a_1^2-1}{2^{n-1}}\leq 6$ 对 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立，

只要 $a_1^2\leq 6\times 2^{n-1}+1$ 对 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立即可.

因为 $\{6\times 2^{n-1}+1\}$ 单调递增，所以 $a_1^2\leq 6\times 1-1=7$，

即 $a_1=a$ 的取值范围是 $[-\sqrt{7},\sqrt{7}]$.

智康1对1