昌平区 2010—2011 学年第一学期期末质量抽测

高三年级数学试卷（文科）

2011.1

考生注意事项:

1、本试卷共 6 页，分第 I 卷选择题和第 II 卷非选择题两部分，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

2、答题前，考生务必将学校、姓名、考试编号填写清楚。答题卡上第一部分(选择题)必须用 2B 铅笔作答，第二部分(非选择题)必须用黑色字迹的签字笔作答，作图时可以使用 2B 铅笔。

3、修改时，选择题用塑料橡皮擦干净，不得使用涂改液。请保持卡面整洁，不要折叠、折皱、破损。不得在答题卡上作任何标记。

4、请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，未在对应的答题区域作答或超出答题区域的作答均不得分。

第 I 卷（选择题　共 40 分）

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．)

1. 已知集合 M = {x | -5 < x < 3}, N = { x |　-2 < x < 4 }　则 M　$\cap N$ 等于

A. {x|-5<x<3}　　B.　{x | -2<x<3}

C.　{x |　-2<x < 4}　　D. $\{x \mid -5 < x < 4\}$

2. $\sin \frac{23\pi}{6}$ 等于

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

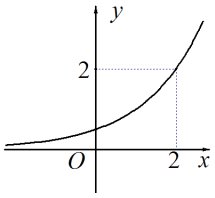
3.　已知向量 $\vec{a}$ = (6, 2)　,向量 $\vec{b}$ = (x ,3), 且 $\vec{a} // \vec{b}$ ，则 x 等于

A.9　　B.　6　　C.5　　D.3

4. $\frac{2}{1+i}$ 等于

A. i　　B. 1+i　　C. $1-i$　　D $2-2i$

5. 将指数函数 $f(x)$ 的图象向右平移一个单位，得到如图的 $g(x)$ 的图象，则 $f(x)=$



A. $\left(\frac{1}{2}\right)^x$　　B. $\left(\frac{1}{3}\right)^x$　　C. 2^x　　D. 3^x

6. 已知倾斜角为 60^0 的直线 l 过圆 C: $x^2+2x+y^2=0$ 的圆心，则此直线 l 的方程是

A. $\sqrt{3}x+y+1=0$　　B. $x-\sqrt{3}y+1=0$

C. $x+\sqrt{3}y+1=0$　　D. $\sqrt{3}x-y+\sqrt{3}=0$

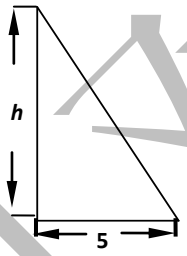
7.下图中的三个直角三角形是一个体积为 $40cm^3$ 的几何体的三视图，则 h 等于

A.2

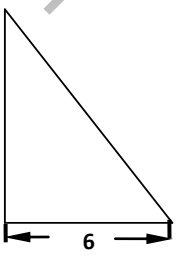
B. 4

C. 6

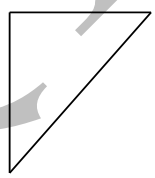
D. 8



正(主)视图



侧（左）视图



俯视图

（单位：cm）

8.在集合｛a,b,c,d｝上定义两种运算⊕和⊗如下：

⊕	a	b	c	d
a	a	b	b	a
b	b	b	b	b
c	b	b	c	b
d	a	b	b	d

⊗	a	b	c	d
a	a	a	a	d
b	a	b	c	a
c	a	c	c	d
d	b	a	c	d

那么 d⊗(a⊕c)=

A. a　　B. b　　C.c　　D. d

第Ⅱ卷（非选择题　共 110 分）

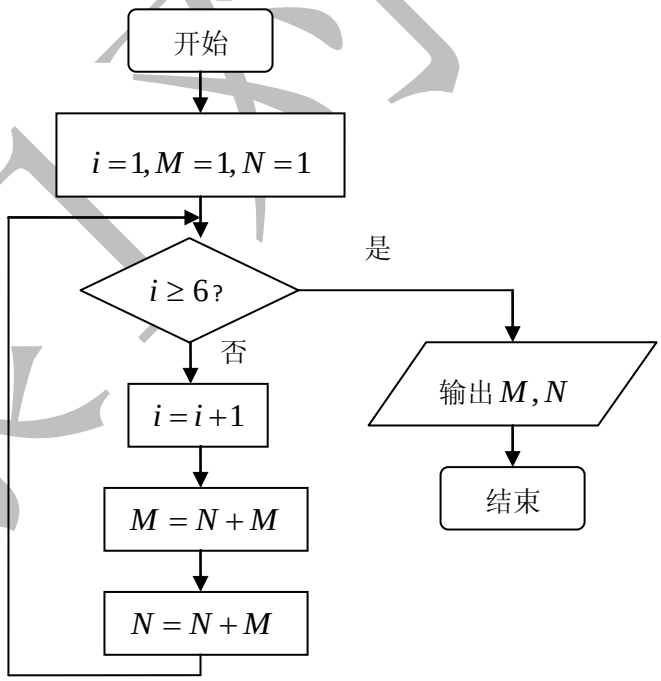
二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.）

9. 函数 $f(x)=\lg(x-1)$ 的定义域是_____

10. 知点 P(x,y)的坐标满足条件 $\begin{cases} x\geq 2 \\ y\geq x \\ x+y\leq 8 \end{cases}$，点 O 为坐标原点，那么 $z=2x+y$ 的最大值等于_____.

11. 已知 a、b、c 分别是 ΔABC 的三个内角 A、B、C 所对的边，若 a=2, b=$\sqrt{6}$, A+C=2B,则 A=_____

12. 某程序框图如图所示，该程序运行后输出 M,N 的值分别为_____.



13. 已知双曲线的渐近线方程为 $y=\pm 2x$，且与椭圆 $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1$ 有相同的焦点，则其焦点坐标为_____，双曲线的方程是_____.

14.某资料室在计算机使用中，如下表所示，编码以一定规则排列，且从左至右以及从上到下都是无限的.

1	1	1	1	1	1	…
1	2	3	4	5	6	…
1	3	5	7	9	11	…
1	4	7	10	13	16	…

1	5	9	13	17	21	…
1	6	11	16	21	26	…
…	…	…	…	…	…	…

此表中， 1，3，7，13，21，…的通项公式为_____ ;编码 51 共出现 _____次.

三、解答题(本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．)

15.（本小题满分 13 分） 设函数 $f(x)=\sin x\cos x+\cos^2 x$.

（1）求 $f(x)$ 的最小正周期；

（2）当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 时，求函数 $f(x)$ 的最大值和最小值.

16.（本小题满分 13 分）某校要从艺术节活动中所产生的 4 名书法比赛一等奖的同学和 2 名绘画比赛一等奖的同学中选出 2 名志愿者，参加广州亚运会的服务工作。求：

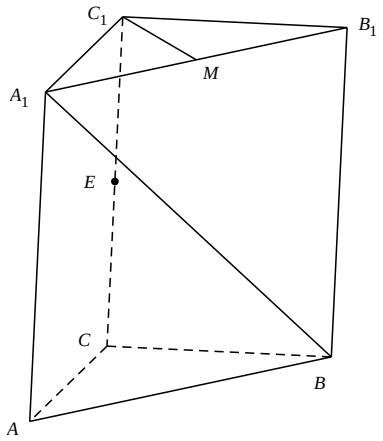
（1）选出的 2 名志愿者都是获得书法比赛一等奖的同学的概率；

（2）选出的 2 名志愿者中 1 名是获得书法比赛一等奖，另 1 名是获得绘画比赛一等奖的同学的概率.

17.(本小题满分 13 分) 如图所示，直三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 中，CA=CB，$\angle BCA=90^0$，E、M 分别是 CC_1、A_1B_1 的中点.

（1）求证：$A_1B\perp C_1M$；

（2）求证：C_1M //平面 AB_1E.



智康1对1

18. (本小题满分 13 分)已知函数 $f(x)=x^3-ax^2-x+a$，其中 a 为实数.

（1）求导数 $f'(x)$;

（2）若 $f'(-1)=0$, 求 $f(x)$ 在[-2,3]上的最大值和最小值;

（3）若 $f(x)$ 在（-∞,-2]和[3，+∞) 上都是递增的，求 a 的取值范围

19.(本小题满分 14 分)已知中心在原点的椭圆 C 的右焦点为（$\sqrt{3}$，0），右顶点为（2，0）.

（1）求椭圆 C 的方程;

（2）若直线 $l:y=kx+\sqrt{2}$ 与椭圆 C 恒有两个不同的交点 A 和 B，且 $\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}>2$(其中 O 为原点)，求 k 的取值范围.

20. (本小题满分 14 分) (本小题满分 14 分)已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，点 $\left(n,\ \frac{S_n}{n}\right)$ 在直线 $y=x+4$ 上．数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_{n+2}-2b_{n+1}+b_n=0\ (n\in N^*)$，且 $b_4=8$，前 11 项和为 154.

（1）求数列 $\{a_n\}$、$\{b_n\}$ 的通项公式;

（2）设 $c_n=\frac{3}{2(a_n-2)(2b_n+5)}$，数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，求使不等式 $T_n>\frac{k}{75}$ 对一切 $n\in N^*$ 都成立的最大正整数 k 的值;

（3）设 $f(n)=\begin{cases}a_n,(n=2l-1,l\in N^*),\\ b_n,(n=2l,l\in N^*).\end{cases}$ 是否存在 $m\in N^*$，使得 $f(m+9)=3f(m)$ 成立？若存在，求出 m 的值；若不存在，请说明理由.

昌平区 2010－2011 学年第一学期高三年级期末质量抽测　　数学(文科)试卷参考答案及评分标准

2011.1

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	A	C	C	D	D	A

二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．)

9．{x | x >1 }　　10.　12　　11. $\frac{\pi}{4}$

12.　34,　55　　第一空 2 分，第二空 3 分

13.　$(\pm 5,0)$　，　$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$　　第一空 2 分，第二空 3 分

14.　$a_n=n^2-n+1$　$(n\in \mathbf{N}^*)$　**,6**　　第一空 3 分，第二空 2 分

三、解答题(本大题共 6 小题，共 80 分)

15.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）$f(x)=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2}$　……6 分

$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，故 $f(x)$ 的最小正周期为 π．……7 分 2

（Ⅱ）因为　$0\le x\le\frac{\pi}{2}$，

所以 $\frac{\pi}{4}\le 2x+\frac{\pi}{4}\le\frac{5\pi}{4}$．……9 分

所以当 $2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$，即 $x=\frac{\pi}{8}$ 时，$f(x)$ 有最大值 $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$，……11 分

当 $2x+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}$，即 $x=\frac{\pi}{2}$ 时，$f(x)$ 有最小值 0．……13 分

16.（本小题满分 13 分）

解：把 4 名获书法比赛一等奖的同学编号为 1，2，3，4． 2 名获绘画比赛一等奖的同学编号为 5，6.

从 6 名同学中任选 2 名的所有可能结果如下:(1,2), (1,3) , (1,4) , (1,5) ,(1,6), (2,3) ,(2,4),(2,5),(2,6), (3,4), (3,5),(3,6) ,(4,5), (4,6), (5,6),共 15 个. ……3 分

（1）从 6 名同学中任选 2 名，都是书法比赛一等奖的所有可能是（1，2），（1，3），（1，4），（2，3），（2，4），（3，4），共 6 个。

所以选出的 2 名志愿者都是书法比赛一等奖的概率 $P_1=\frac{6}{15}=\frac{2}{3}$ ……8 分

(2) 从 6 名同学中任选 2 名，1 名是书法比赛一等奖，另 1 名是绘画比赛一等奖的所有可能是（1，5），（1，6），（2，5），（2，6），（3，5），（3，6），（4，5），（4，6）共 8 个。

所以选出的 2 名志愿者 1 名是书法比赛一等奖，另 1 名是绘画比赛一等奖的概率是

$P_2=\frac{8}{15}$ …….13 分

17.(本小题满分 13 分)

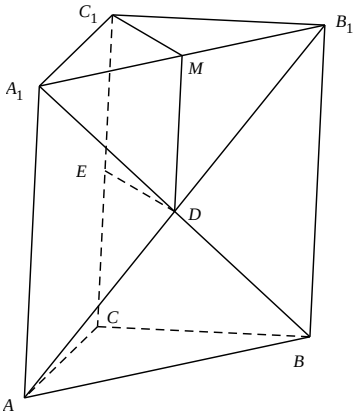
解：（1）$\because CA=CB$

$\therefore C_1A_1=C_1B_1$,点 M 为 A_1B_1 的中点

$\therefore C_1M\perp A_1B_1$ ……..2 分

在直三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 中，

$\therefore B_1B\perp$ 平面 $A_1B_1C_1, C_1M\subset$ 平面 $A_1B_1C_1$



$\therefore BB_1 \perp C_1M$ .....4 分

又$\because BB_1 \cap A_1B_1 = B_1$

$\therefore C_1M \perp$ 平面A_1BB_1 ,$A_1B \subset$ 平面A_1BB_1 $\therefore C_1M \perp A_1B$ .....6 分

(2)

连接 AB_1 交 A_1B_1 于点 D,连接 DE、MD、AE、 EB_1.

$\because$四边形ABB_1A_1是长方形 $\therefore$点D为AB_1的中点

$\because$点M为A_1B_1的中点$\therefore MD$为ΔB_1A_1A的中位线

$\therefore MD // AA_1$ 且|MD|= $\frac{1}{2}|AA_1|$ .....8 分

在直三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 中， $C_1E // AA_1$ 且$|C_1E| = \frac{1}{2}|AA_1|$

$\therefore MD // C_1E$且$|MD| = |C_1E|$

$\therefore$四边形$MDEC_1$是平行四边形

$\therefore C_1M // ED$ .....12 分

又$\because ED \subset$ 平面$AB_1E, C_1M \not\subset$ 平面AB_1E

$\therefore C_1M //$ 平面AB_1E

..... 13 分

18. （本小题满分 14 分）

解：（1） $f'(x) = 3x^2 - 2ax - 1$

.....3 分

(2) $f'(-1) = 3 + 2a - 1 = 0$

$\therefore a = -1$ $\therefore f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

智康1对1

$\therefore f'(x)=3x^2+2x-1$

由$\therefore f'(x)=0$可得 $x=\frac{1}{3}$或$x=-1$

又$\because f(\frac{1}{3})=-\frac{32}{27}, f(-2)=-3, f(3)=32, f(-1)=0$

$\therefore f(x)$在[-2,3]上的最小值为-3 .....9 分

(3) $\because f'(x)=3x^2-2ax-1$图象开口向上,且恒过点(0,-1)

由条件可得: $\therefore f'(-2)\geq 0,$

$11+4a\geq 0$即:$a\geq -\frac{11}{4}$ 由$f'(3)\geq 0$得$a\leq \frac{13}{3}$

$\therefore a$的取值范围是$[-\frac{11}{4},\frac{13}{3}]$ .....14 分

19（本小题满分 13 分）

解：（1）由题意可得：$a=2, c=\sqrt{3}$

$\therefore b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{4-3}=1$ 所求的椭圆方程为：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$

（2）设$A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$

由$\begin{cases}\frac{x^2}{4}+y^2=1\\ y=kx+\sqrt{2}\end{cases}$ 得：$(\frac{1}{4}+k^2)x^2+2\sqrt{2}kx+1=0$

$\therefore x_1+x_2=\frac{-2\sqrt{2}k}{\frac{1}{4}+k^2}, x_1x_2=\frac{1}{\frac{1}{4}+k^2}$ （*）

$\Delta=(2\sqrt{2}k)^2-4\bullet(\frac{1}{4}+k^2)>0$

解得：$k>\frac{1}{2}$或$k<-\frac{1}{2}$

由$\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}>2$ 可得：$x_1x_2+y_1y_2>2$

知康1对1

$x_1x_2+(kx_1+\sqrt{2})(kx_2+\sqrt{2})>2$

整理得：$(1+k^2)x_1x_2+\sqrt{2}k(x_1+x_2)>0$

把（*）代入得：$(1+k^2)\bullet\frac{1}{\frac{1}{4}+k^2}+\sqrt{2}k\bullet\frac{(-2\sqrt{2}k)}{\frac{1}{4}+k^2}>0$

即：$\frac{4-12k^2}{1+4k^2}>0$

解得：$-\frac{\sqrt{3}}{3}<k<\frac{\sqrt{3}}{3}$

综上：k的取值范围是：$-\frac{\sqrt{3}}{3}<k<-\frac{1}{2}$或$\frac{1}{2}<k<\frac{\sqrt{3}}{3}$

20.（本小题满分 14 分）

解：（1）由题意，得$\frac{S_n}{n}=n+4$，即$S_n=n^2+4n$.

故当$n\geq 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2+4n-(n-1)^2-4(n-1)=2n+3$.

注意到$n=1$时，$a_1=S_1=5$，而当$n=1$时，$n+4=5$，

所以，$a_n=2n+3\,(n\in N^*)$. ……3 分

又$b_{n+2}-2b_{n+1}+b_n=0$，即$b_{n+2}-b_{n+1}=b_{n+1}-b_n\,(n\in N^*)$，

所以$\{b_n\}$为等差数列，于是$\frac{11(b_4+b_8)}{2}=154$.

而$b_4=8$，故$b_8=20$，$d=\frac{20-8}{4}=3$，

因此，$b_n=b_4+3(n-4)=3n-4$，

即$b_n=b_4+3(n-4)=3n-4\,(n\in N^*)$. ……5 分

智康1对1

（2）$c_n=\dfrac{3}{2(a_n-2)(2b_n+5)}=\dfrac{3}{2[(2n+3)-2][2\bullet(3n-4)+5]}$

$=\dfrac{3}{2(2n+1)(6n-3)}=\dfrac{1}{2(2n+1)(2n-1)}=\dfrac{1}{2(2n-1)(2n+1)}$.

所以，$T_n=c_1+c_2+\cdots+c_n=\dfrac{1}{4}[(1-\dfrac{1}{3})+(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5})+(\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7})+...+(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1})]$

$=\dfrac{1}{4}(1-\dfrac{1}{2n+1})=\dfrac{n}{4n+2}$. ……8 分

由于$T_{n+1}-T_n=\dfrac{n+1}{4n+6}-\dfrac{n}{4n+2}=\dfrac{1}{(4n+6)(2n+1)}>0$

因此T_n单调递增，故$(T_N)_{\min}=\dfrac{1}{6}$.

令$\dfrac{1}{6}>\dfrac{k}{75}$，得$k<12\dfrac{1}{2}$，所以$k_{\max}=12$. ……10 分

（3）$f(n)=\begin{cases}2n+3(n=2l-1,l\in N^*)\\3n-4(n=2l,l\in N^*)\end{cases}$

① 当m为奇数时，$m+9$为偶数.

此时$f(m+9)=3(m+9)-4=3m+23$

$3f(m)=6m+9$

所以$3m+23=6m+9$，$m=\dfrac{14}{3}\notin N^*$（舍去） ……12 分

② 当m为偶数时，$m+9$为奇数.

此时，$f(m+9)=2(m+9)+3=2m+21,3f(m)=9m-12$，

所以$2m+21=9m-12$，$m=\dfrac{33}{7}\notin N^*$（舍去）.

综上，不存在正整数 m，使得$f(m+9)=3f(m)$成立.

……14 分

智康1对1