房山区 2010-2011 学年度统练试卷高三数学（文）

第 I 卷（选择题　共 40 分）

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分；在每个小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）.

1. 已知全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x\mid x^2-2x-3>0\}$，$B=\{x\mid 2<x<4\}$，那么集合$(\complement_U A)\cap B=$（　）

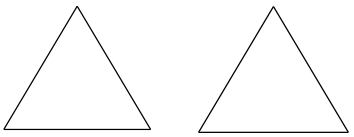
A. $\{x\mid -1\le x\le 4\}$　　B. $\{x\mid 2<x\le 3\}$

C. $\{x\mid 2\le x<3\}$　　D. $\{x\mid -1<x<4\}$

2. i是虚数单位，若$\frac{2+i}{1+i}=a+bi(a,b\in\mathbf{R})$，则$a+b$的值是（　）

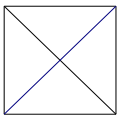
A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. 2

3.一个几何体的三视图如下图所示，其中正视图是一个边长为2的正三角形，俯视图是一个正方形，那么该几何体的侧视图的面积为（　）



侧视图

正视图



俯视图

A. 1

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. 4

4. 甲、乙两名运动员的 5 次测试成绩如下图所示

甲	茎	乙
5　7	1	6　8
8　8　2	2	3　6　7

智康1对1

设 s_1, s_2 分别表示甲、乙两名运动员测试成绩的标准差，$\overline{x_1}, \overline{x_2}$ 分别表示甲、乙两名运动员测试成绩的平均数，则有 （ ）

A．$\overline{x_1}=\overline{x_2}$，$s_1<s_2$　　B．$\overline{x_1}=\overline{x_2}$，$s_1>s_2$

C．$\overline{x_1}>\overline{x_2}$，$s_1>s_2$　　D．$\overline{x_1}=\overline{x_2}$，$s_1=s_2$

5.已知 α,β 表示两个不同的平面，a，b 表示两条不同的直线，则 a∥b 的一个充分条件是 （ ）

A．a∥α，b∥α　　B．a∥α，b∥β，$\alpha\parallel\beta$

C．$\alpha\perp\beta$，a⊥α，b∥β　　D．a⊥α，b⊥β，$\alpha\parallel\beta$

6.下列命题中，真命题是 （ ）

A．$\exists x\in R,\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1}{2}$　　B．$\forall x\in(0,\pi),\sin x>\cos x$

C．$\exists x\in R,x^2+x=-1$　　D．$\forall x\in(0,+\infty),e^x>1+x$

7.已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线方程是 $y=\sqrt{3}x$，它的一个焦点在抛物线 $y^2=8x$ 的准线上，则双曲线的方程为 （ ）

A．$x^2-\frac{y^2}{3}=1$　　B．$\frac{x^2}{3}-y^2=1$

C．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$　　D．$\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$

8. 已知集合 $M=\{1,2,3\}$，$N=\{1,2,3,4\}$，定义函数 $f:M\to N$．若点 $A(1,f(1))$，$B(2,f(2))$，$C(3,f(3))$，ΔABC 的外接圆圆心为 D，且 $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}=\lambda\overrightarrow{DB}(\lambda\in R)$，则满足条件的函数 $f(x)$ 有 （ ）

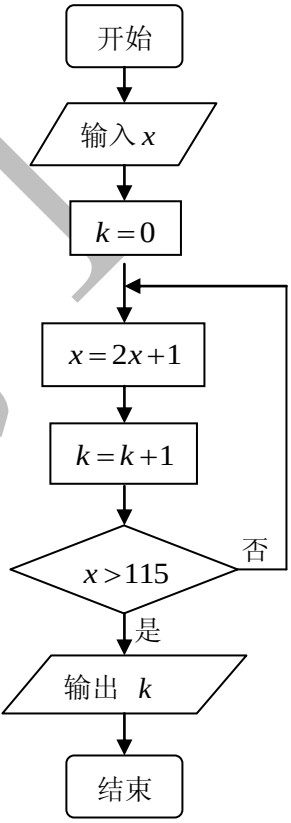
A．6 个　　B．10 个　　C．12 个　　D．16 个

第Ⅱ卷 （非选择题 共 110 分）

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 5 分，共 30 分）.

9.函数 $f(x)=2\cos^2 x+2\sin x\cos x-1$ 的最小正周期是_____，最大值是_____.

10.按如图所示的程序框图运算，若输入 $x=7$，则输出 k 的值是_____.



11. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 60°，若 $(\boldsymbol{a}-m\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$，则实数 $m=$_____.

12. 已知变量 x,y 满足 $\begin{cases}x+y\geq 0\\ x-y+2\geq 0\\ 0\leq x\leq 2\end{cases}$，则目标函数 $z=2x-y$ 的最大值为_____.

13. 已知圆 C 的圆心是直线 $x-y-1=0$ 与 x 轴的交点，且圆 C 与直线 $3x-4y+2=0$ 相切，则圆 C 的方程为_____.

14.平面直角坐标系中横坐标、纵坐标均为整数的点称为格点，如果函数 $f(x)$ 的图象恰好通过 $k(k\in N^*)$ 个格点，则称函数 $f(x)$ 为 k 阶格点函数．下列函数：

① $f(x)=\sin \pi x$；② $f(x)=\pi(x-1)^2+3$；③ $f(x)=(\frac{1}{3})^{x-2}$；

④ $f(x)=\log_{0.6}(x+1)$；⑤ $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$，

其中是一阶格点函数的有_____.（填上所有满足题意的函数的序号）

三、解答题（本大题共 6 个小题，共 80 分；解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）.

15.（本小题共 13 分）在 ΔABC 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，角 A、B、C 成等差数列，$\sin A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，边 a 的长为 $\sqrt{2}$.

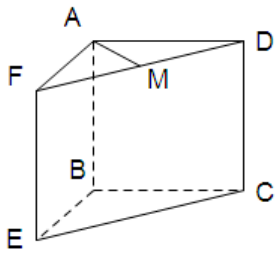
（I）求边 b 的长；

（II）求 ΔABC 的面积.

16.（本小题共 13 分）如图所示，四边形 *ABCD* 和 *ABEF* 都是正方形，点 *M* 是 *DF* 的中点.

（I）求证：$AM \perp$ 平面 $CDFE$；

（II）求证：$DF \parallel$ 平面 BCE.



17.（本小题共 13 分）已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，$a_1=2$，且 a_2，a_4，a_8 成等比数列.

（I）求等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（II）如果数列 $\{b_n\}$ 是等比数列，且 $b_1=a_2$，$b_2=a_4$，求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

18.（本小题共 13 分）一个袋中装有四个形状大小完全相同的球，球的编号分别为 1，2，3，4.

（I）从袋中随机抽取一个球，将其编号记为 a，然后从袋中余下的三个球中再随机抽取一个球，将其编号记为 b. 求关于 x 的一元二次方程 $x^2+2ax+b^2=0$ 有实根的概率；

（II）先从袋中随机取一个球，该球的编号为 m，将球放回袋中，然后再从袋中随机取一个球，该球的编号为 n. 若以 (m,n) 作为点 P 的坐标，求点 P 落在区域 $\begin{cases} x-y\geq 0 \\ x+y-5<0 \end{cases}$ 内的概率.

19.（本小题共 14 分）已知函数 $f(x)=ax^3+bx^2$ 在 $x=-1$ 时取得极值，曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线的斜率为 12；函数 $g(x)=f(x)+mx$，$x\in[1,+\infty)$，函数 $g(x)$ 的导函数 $g'(x)$ 的最小值为 0.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）求实数 m 的值；

(Ⅲ) 求证：$g(x)\geq -7$.

20.（本小题共 14 分）已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率$e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，椭圆上任意一点到椭圆的两个焦点的距离之和为 4．设直线 l 与椭圆相交于不同的两点 A、B，点 A 的坐标为（$-a$，0）.

（Ⅰ）求椭圆的标准方程；

（Ⅱ）若$|AB|=\frac{4\sqrt{2}}{5}$，求直线 l 的倾斜角；

(Ⅲ)若点 $Q(0,y_0)$ 在线段 AB 的垂直平分线上，且$\overrightarrow{QA}\bullet\overrightarrow{QB}=4$，求 y_0 的值.

智康1对1

房山区高三统练阅卷参考答案(数学文科)

单选题	1	[B]	6	[D]
	2	[C]	7	[A]
	3	[C]	8	[C]
	4	[B]		
	5	[D]		

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）.

9. π ，$\sqrt{2}$. 10. 4 . 11. 3 . 12. 6 . 13. $(x-1)^2+y^2=1$.

14. ②④ （只写出 1 个正确序号得 2 分，有错误序号不得分）.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分；解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）.

15.（本小题共 13 分）

解：（I）∵角 A、B、C 成等差数列，∴ 2B=A+C. ----------1 分

∵ A+C=$\pi-B$，

∴ 3B=π，B=$\frac{\pi}{3}$. ----------3 分

∵ $\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$

由正弦定理得 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，

∴ $\frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{b}{\sin\frac{\pi}{3}}$， ----------5 分

$\therefore b=\sqrt{3}$. ----------6 分

（II）$\because \sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$， $A\in(0,\pi)$， $\therefore A=\frac{\pi}{4}$，或 $A=\frac{3\pi}{4}$

$\because A+C=\frac{2\pi}{3}$，$\therefore A=\frac{\pi}{4}$. ----------7 分

$\sin C=\sin(\pi-(A+B))=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A$ ----------8 分

$=\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ ----------11 分

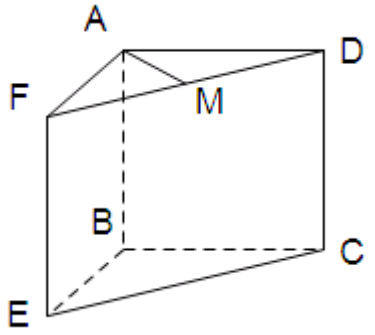
或者 $\sin C=\sin(\pi-A-B)=\sin\frac{5\pi}{12}=\sin(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6})$ ----------8 分

$=\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ ----------11 分

ΔABC 的面积 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}a\cdot b\cdot\sin C=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=\frac{3+\sqrt{3}}{4}$.

----------13 分

16.（本小题共 13 分）



解：（I）$\because$ 四边形 *ABCD* 和 *ABEF* 都是正方形，

$\therefore AB\perp AF$， $AB\perp AD$， ----------1 分

又 $AF\cap AD=A$，

$\therefore AB\perp$ 平面 ADF. ----------2 分

$\because AB//EF$，

智康1对1

$\therefore EF \perp$ 平面 ADF. ----------3 分

$\because AM \subset$ 平面 ADF，

$\therefore AM \perp EF$. ----------4 分

$\because AD = AF$，在 ΔADF 中，M 是 DF 的中点， ----------5 分

$\therefore AM \perp DF$. ----------6 分

又$\because DF \cap EF = F$，

$\therefore AM \perp$ 平面 $CDFE$. ----------7 分

（II）由四边形 $ABCD$ 和 $ABEF$ 都是正方形，

$\therefore AB // EF, AB = CD$， ----------8 分

$\therefore EF // CD, EF = CD$. ----------9 分

$\therefore$ 四边形 $CDFE$ 为平行四边形， ----------10 分

$\therefore DF // CE$. ----------11 分

又$\because DF \not\subset$ 平面 BCE，$CE \subset$ 平面 BCE， ---------- 12 分

$\therefore DF //$ 平面 BCE. ----------13 分

17.（本小题共 13 分）

解：（I）因为数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，设其公差为 d，$a_1 = 2$，则 $a_2 = 2 + d$，$a_4 = 2 + 3d$，$a_8 = 2 + 7d$.

由 a_2，a_4，a_8 成等比数列，得 $a_4^2 = a_2 a_8$，即

$(2 + 3d)^2 = (2 + d)(2 + 7d)$ ----------2 分

解得 $d = 0$ 或 $d = 2$， ---------- 4 分

所以 $a_n = 2$ 或 $a_n = 2n$. ---------- 6 分

（II）当 $a_n = 2$ 时，$b_1 = a_2 = 2$，$b_2 = a_4 = 2$，公比 $q = 1$，

$\{b_n\}$的前n项和$S_n = nb_1 = 2n$；----------9 分

当$a_n = 2n$时，$b_1 = a_2 = 4$，$b_2 = a_4 = 8$，公比$q = 2$，----------10 分

$\{b_n\}$的前n项和$S_n = \dfrac{b_1(1-q^n)}{1-q} = 4(2^n - 1)$.----------13 分

18.（本小题共 13 分）

解：（I）设事件A为“方程$a^2 + 2ax + b^2 = 0$有实根”.

当$a > 0$，$b > 0$时，方程$x^2 + 2ax + b^2 = 0$有实根的充要条件为$a \geqslant b$.

----------2 分

基本事件共 12 个：（1,2），（1,3），（1,4），（2,1），（2,3），（2,4），（3,1），（3,2），（3,4），（4,1），（4,2），（4,3），其中第一个数表示a的取值，第二个数表示b的取值.

----------4 分

事件A中包含 6 个基本事件：（2,1），（3,1），（3,2），（4,1），（4,2），（4,3），

事件A发生的概率为$P(A) = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$；----------6 分

（Ⅱ）先从袋中随机取一个球，放回后再从袋中随机取一个球，点 P（m，n）的所有可能有：

（1,1），（1,2），（1,3），（1,4），（2,1），（2,2），（2,3），（2,4），（3,1），（3,2），（3,3），（3,4），（4,1），（4,2），（4,3），（4,4），共 16 个，

----------8 分

落在区域$\begin{cases} x - y \geqslant 0 \\ x + y - 5 < 0 \end{cases}$内的有（1,1），（2,1），（2,2），（3,1）共 4 个，----------11 分

所以点 P 落在区域$\begin{cases} x - y \geqslant 0 \\ x + y - 5 < 0 \end{cases}$内的概率为$\dfrac{1}{4}$.----------13 分

19.（本小题共 14 分）

解：（Ⅰ）∵ $f(x)=ax^3+bx^2$， ∴ $f'(x)=3ax^2+2bx$.

由题意有 $\begin{cases} f'(-1)=3a-2b=0 \\ f'(1)=3a+2b=12 \end{cases}$， ----------2 分

解得 $\begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}$. ----------3 分

∴ 函数 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=2x^3+3x^2$. ----------4 分

（Ⅱ） $g(x)=f(x)+mx=2x^3+3x^2+mx$， $x\in[1,+\infty)$，

$g'(x)=6x^2+6x+m=6(x+\frac{1}{2})^2-\frac{3}{2}+m$ 在 $[1,+\infty)$ 单调递增， ----------7 分

∴ $[g'(x)]_{\min}=g'(1)=12+m=0$， ∴ $m=-12$. ----------9 分

（Ⅲ） $g(x)=2x^3+3x^2-12x$， $x\in[1,+\infty)$，

由（Ⅱ）知，当 $x=1$ 时， $g'(x)=0$，

当 $x>1$ 时， $g'(x)>0$ ， ----------11 分

∴ $g(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上是增函数. ----------12 分

∴ $g(x)\geq g(1)=2+3-12=-7$. ----------14 分

20.（本小题共 14 分）

解：（Ⅰ）由题意可知 $2a=4$， $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，得 $c=\sqrt{3}$， $b^2=a^2-c^2$，解得 $b^2=1$.

----------2 分

所以椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ----------3 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知点 *A* 的坐标是 $(-2,0)$. 设点 *B* 的坐标为 (x_1,y_1)，直线 *l* 的斜率为 *k*，则直线 *l* 的方程为 $y=k(x+2)$.

智康1对1

于是 A、B 两点的坐标满足方程组 $\begin{cases} y=k(x+2) \\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1 \end{cases}$ ----------4 分

消去 y 并整理，得 $(1+4k^2)x^2+16k^2x+(16k^2-4)=0$. ----------5 分

由 $-2x_1=\dfrac{16k^2-4}{1+4k^2}$，得 $x_1=\dfrac{2-8k^2}{1+4k^2}$，从而 $y_1=\dfrac{4k}{1+4k^2}$.

所以 $|AB|=\sqrt{\left(-2-\dfrac{2-8k^2}{1+4k^2}\right)^2+\left(\dfrac{4k}{1+4k^2}\right)^2}=\dfrac{4\sqrt{1+k^2}}{1+4k^2}$. ----------6 分

由 $|AB|=\dfrac{4\sqrt{2}}{5}$，得 $\dfrac{4\sqrt{1+k^2}}{1+4k^2}=\dfrac{4\sqrt{2}}{5}$.

整理得 $32k^4-9k^2-23=0$，即 $(k^2-1)(32k^2+23)=0$，解得 $k=\pm1$.

----------7 分

所以直线 l 的倾斜角为 $\dfrac{\pi}{4}$ 或 $\dfrac{3\pi}{4}$. ---------- 8 分

(III) 设线段 AB 的中点为 M，由（II）得到 M 的坐标为 $\left(-\dfrac{8k^2}{1+4k^2},\dfrac{2k}{1+4k^2}\right)$. 以下分两种情况：

(1) 当 $k=0$ 时，点 B 的坐标是(2,0)，线段 AB 的垂直平分线为 y 轴，于是

$\overrightarrow{QA}=(-2,-y_0),\overrightarrow{QB}=(2,-y_0)$，由 $\overrightarrow{QA}\bullet\overrightarrow{QB}=4$，得 $y_0=\pm2\sqrt{2}$.

----------10 分

（2）当 $k\neq0$ 时，线段 AB 的垂直平分线方程为

$$y-\frac{2k}{1+4k^2}=-\frac{1}{k}\left(x+\frac{8k^2}{1+4k^2}\right)$$

令 $x=0$，解得 $y_0=-\dfrac{6k}{1+4k^2}$. ----------11 分

由 $\overrightarrow{QA}=(-2,-y_0)$，$\overrightarrow{QB}=(x_1,y_1-y_0)$，

$$\overrightarrow{QA}\bullet\overrightarrow{QB}=-2x_1-y_0(y_1-y_0)=\frac{-2(2-8k^2)}{1+4k^2}+\frac{6k}{1+4k^2}\left(\frac{4k}{1+4k^2}+\frac{6k}{1+4k^2}\right)$$

智康1对1

$$=\frac{4\left(16k^4+15k^2-1\right)}{\left(1+4k^2\right)^2}=4,$$ ----------12 分

整理得 $7k^2=2$，故 $k=\pm\frac{\sqrt{14}}{7}$，所以 $y_0=\pm\frac{2\sqrt{14}}{5}$. ----------13 分

综上，$y_0=\pm2\sqrt{2}$ 或 $y_0=\pm\frac{2\sqrt{14}}{5}$ ----------14 分

智康1对1