石景山区2010—2011学年第一学期期末考试试卷初三数学

考生须知	1．本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷，第Ⅰ卷从第1页到第2页，共2页；第Ⅱ卷从第3页到第10页，共8页．全卷共八道大题，25道小题．
	2．本试卷满分120分，考试时间120分钟．
	3．除画图可以用铅笔外，答题必须用黑色或蓝色钢笔、圆珠笔或签字笔．

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
分数									

第Ⅰ卷（共32分）

一、选择题（本题共8道小题，每小题4分，共32分）在每道小题给出的四个备选答案中，只有一个是符合题目要求的，请把所选答案的字母填在下面的表格中．

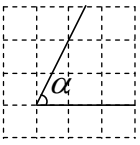
题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

1．如果 $2:7=x:4$，那么 x 的值是

A．14　　B．$\frac{8}{7}$　　C．$\frac{7}{6}$　　D．$\frac{2}{7}$

2．正方形网格中，$\angle\alpha$ 的位置如右图所示，则 $\tan\alpha$ 的值是

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．2



第2题图

3．在一个不透明的布袋中装有2个白球和3个黄球，它们除颜色不同外，其余均相同，若从中随机摸出一球，摸到白球的概率是

A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{5}$　　D．$\frac{2}{3}$

4．已知：$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\cos B=\frac{2}{5}$，$AB=15$，则 BC 的长是

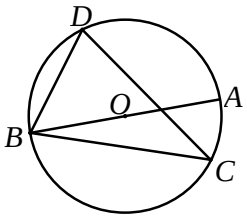
A. $3\sqrt{21}$　　B. $3\sqrt{29}$　　C. 6　　D. $\frac{2}{3}$

5. 如图，AB 为⊙O 的直径，CD 为⊙O 的弦，$\angle ABD=53°$，则 $\angle BCD$ 为

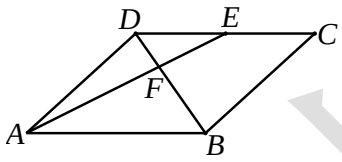
A. 37°　　B. 47°　　C. 45°　　D. 53°

6. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中，E 为 DC 的中点，$\triangle DEF$ 的面积为 2，则△ ABF 的面积为

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

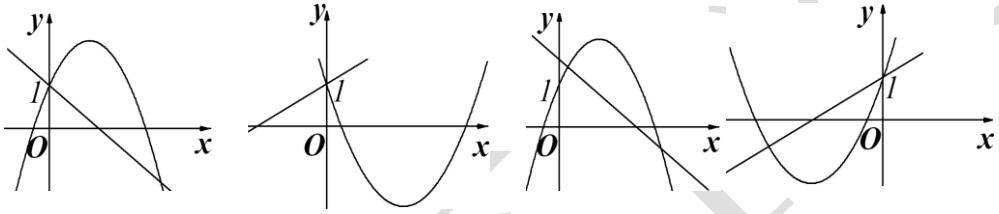


第 5 题



第 6 题

7. 函数 $y=bx+1(b\neq 0)$ 与 $y=ax^2+bx+1(a\neq 0)$ 的图象可能是



A　　B　　C　　D

第 7 题图

8. 已知：点 $A(m,m)$ 在反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象上，点 B 与点 A 关于坐标轴对称，以 AB 为边作正方形，则满足条件的正方形的个数是

A. 4　　B. 5　　C. 3　　D. 8

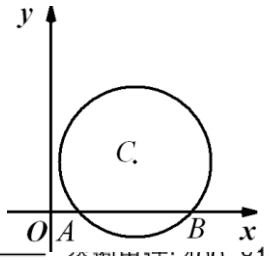
第Ⅱ卷（共 88 分）

二、填空题（本题共 4 道小题，每小题 4 分，共 16 分）

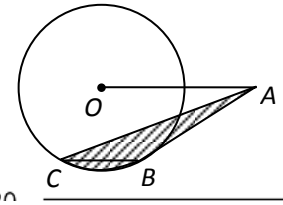
9. 已知 $2\cos(\alpha-10°)=\sqrt{3}$，则锐角 α 的度数是_____°.

10. 将二次函数 $y=-x^2+6x-5$ 化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式为_____.

11. 已知：如图，⊙C 与坐标轴交于 A（1，0）、B（5，0）两点，⊙C 的半径为 3 则圆心 C 的坐标为_____.



第 11 题



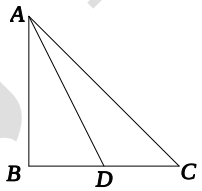
第 12 题

12．如图，⊙O的半径为2，$OA=4$，AB切⊙O于B，弦$BC\parallel OA$，连结AC，图中阴影部分的面积为_____.

三、解答题（本题共5道小题，每小题5分，共25分）

13．计算：$\sqrt{12}-\dfrac{\sin 60°}{\tan 45°}+\tan 60°$.

14．如图，已知：Rt△ABC中，$\angle B=90°$，$AB=BC=2\sqrt{2}$，点D为BC的中点，求$\sin\angle DAC$.

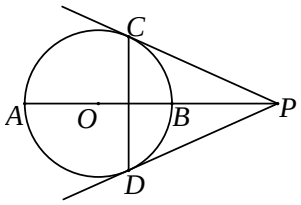


第14题图

15．如图，已知：射线PO与⊙O交于A、B两点，PC、PD分别切⊙O于点C、D.

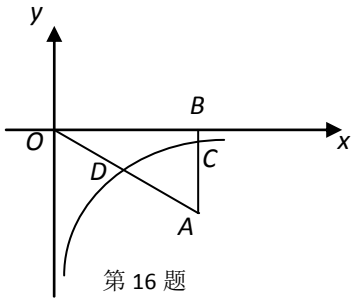
（1）请写出两个不同类型的正确结论；

（2）若$CD=12$，$\tan\angle CPO=\dfrac{1}{2}$,求$PO$的长.



第 15

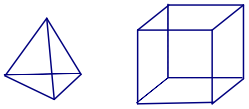
16.如图，已知：双曲线$y=\dfrac{k}{x}(x>0)$经过直角三角形OAB斜边OA的中点D，且与直角边AB相交于点C.若点A的坐标为$(8,-4)$，求点C的坐标.



第16题

17．正四面体各面分别标有数字1、2、3、4，正六面体各面分别标有数字1、2、3、4、5、6，同时掷这两个正多面体，并将它们朝下面上的数字相加.

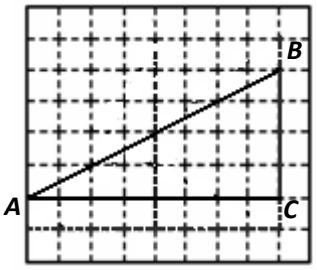
（1）请用树状图或列表的方法表示可能出现的所有结果；


第17题

（2）求两个正多面体朝下面上的数字之和是 3 的倍数的概率.

四、画图题（本题满分 4 分）

18．如图，网格中的每个小正方形的边长都是 1，每个小正方形的顶点叫做格点．已知，$\triangle ABC$ 的顶点都在格点上，$\angle C=90°, AC=8, BC=4$,若在边 AC 上以某个格点 E 为端点画出长是 $2\sqrt{5}$ 的线段 EF，使线段另一端点 F 恰好落在边 BC 上，且线段 EF 与点 C 构成的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，请你在图中画出线段 EF （不必说明理由）.



第 18 题

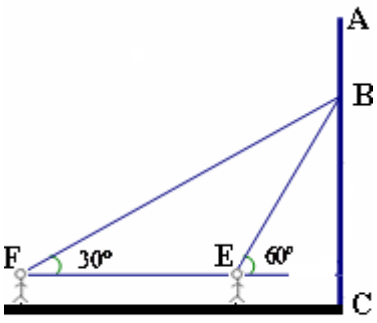
五、解答题（本题共 4 道小题，每小题 6 分，共 24 分）

19．已知：二次函数 $y=ax^2-4x+c$ 的图象经过点 $A(1,-8)$ 和点 $(-2,7)$.

（1）求该二次函数的解析式；

（2）将该二次函数图象向左平移几个单位，可使平移后所得图象经过坐标原点？并直接写出平移后所得图象与 x 轴的另一个交点的坐标.

20．如图，在某建筑物 AC 上，挂着宣传条幅 BC，小明站在点 F 处，看条幅顶端 B，测得的仰角为 $30°$，再往条幅方向前行 20 米到达点 E 处，看条幅顶端 B，测得的仰角为 $60°$，若小明的身高约 1.7 米，求宣传条幅 BC 的长（结果精确到 1 米）.

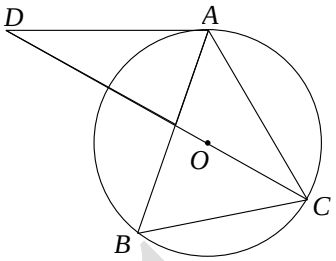


第 20 题图

21．如图，已知：△ABC内接于⊙O，AD是⊙O的切线，CO的延长线交AD于点D．

（1）若∠B=2∠D，求∠D的度数；

（2）在（1）的条件下，若$AC=4\sqrt{3}$，求⊙O的半径．

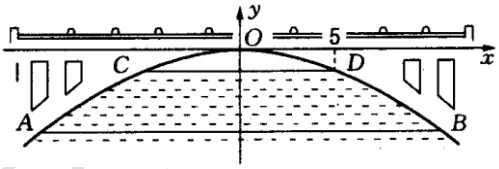


第 21 题图

22．如图，有一座抛物线形拱桥，在正常水位时水面 AB 的宽为 20 米，如果水位上升 3 米，则水面 CD 的宽是 10 米．

（1）建立如图所示的直角坐标系，求此抛物线的解析式；

（2）当水位在正常水位时，有一艘宽为 6 米的货船经过这里，船舱上有高出水面 3.6 米的长方体货物（货物与货船同宽）．问：此船能否顺利通过这座拱桥？



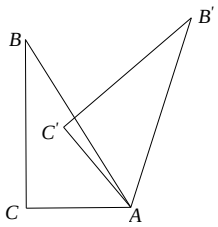
第 22 题图

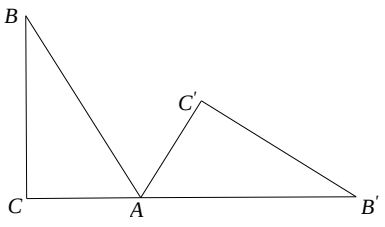
六、解答题（本题满分 6 分）

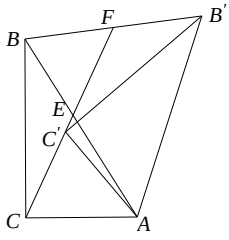
23．如图①，△ABC中，$\angle ACB=90°$，∠ABC=α，将△ABC绕点A顺时针旋转得到△$AB'C'$，设旋转的角度是β．

（1）如图②，当β=_____°（用含α的代数式表示）时，点B'恰好落在CA的延长线上；

（2）如图③，连结BB'、CC'，CC'的延长线交斜边AB于点E，交BB'于点F．请写出图中两对相似三角形_____，_____（不含全等三角形），并选一对证明．







第 23 题① 第 23 题② 第 23 题③

七、解答题（本题满分 6 分）

24. 已知：关于 x 的一元二次方程 $ax^2+2(a-3)x+a+3=0$ 有两个实数根，且 a 为非负整数.

（1）求 a 的值；

（2）若抛物线 $y=ax^2+2(a-3)x+a+3$ 向下平移 $m(m>0)$ 个单位后过点 $(1,n)$ 和点 $(2,2n+1)$,求 m 的值；

（3）若抛物线 $y=ax^2+2(a-3)x+a+3+k$ 上存在两个不同的点 P、Q 关于原点对称,求 k 的取值范围.

八、解答题（本题满分 7 分）

25. 已知：抛物线 $y=ax^2+2x+c$，对称轴为直线 $x=-1$，抛物线与 y 轴交于点 C，与 x 轴交于 $A(-3,0)$、B 两点.

(1)求直线 AC 的解析式；

(2)若点 D 是线段 AC 下方抛物线上的动点，求四边形 $ABCD$ 面积的最大值；

(3) P 为抛物线上一点，若以线段 PB 为直径的圆与直线 BC 切于点 B,求点 P 的坐标.

智康1对1

石景山区 2010-2011 学年度第一学期期末考试试卷

初三数学参考答案

阅卷须知：

为了阅卷方便，解答题中的推导步骤写得较为详细，考生只要写明主要过程即可．若考生的解法与本解法不同，正确者可参照评分参考给分，解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数．

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 4 分，共 32 分）

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8
答 案	B	D	C	C	A	D	D	B

二、填空题（本题共 4 道小题，每小题 4 分，共 16 分）

9．40；　10．$y=-(x-3)^2+4$；　11．$(3,\sqrt{5})$；　12．$\frac{2\pi}{3}$．

三、解答题（本题共 5 道小题，每小题 5 分，共 25 分）

13．解：$\sqrt{12}-\frac{\sin 60^\circ}{\tan 45^\circ}+\tan 60^\circ$

$=2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}$ ……4 分

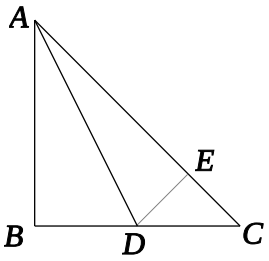
$=\frac{5}{2}\sqrt{3}$ ……5 分

14．解：过 D 作 $DE\perp AC$ 于 E……1 分

在 Rt△ABC 中，

$\because \angle B=90^\circ$，$AB=BC=2\sqrt{2}$，

$\therefore \angle C=45^\circ$……2 分



$\because$ 点 D 为 BC 的中点，

$\therefore BD=DC=\frac{1}{2}BC=\sqrt{2}$

$\therefore AD=\sqrt{AB^2+BD^2}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{10}$……3 分

在 Rt△DCE 中，

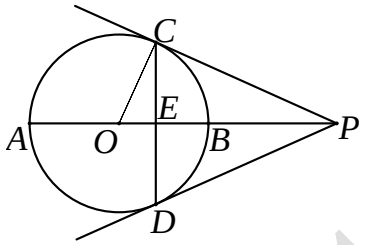
$DE=DC\cdot\sin 45^\circ=1$……4 分

$\therefore \sin\angle DAC=\frac{\sqrt{10}}{10}$……5 分

15．解：（1）不同类型的正确结论有：

①$PC=PD$　②$CD\perp BA$　③$\angle CEP=90°$　④$\angle CPO=\angle DPA$　⑤ $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$ ……2 分

（2）联结 OC



$\because PC$、PD 分别切⊙O 于点 C、D

$\therefore PC=PD$, $\angle CPO=\angle DPA$

$\therefore CD\perp AB$

$\because CD=12$

$\therefore DE=CE=\frac{1}{2}CD=6$. ……3 分

$\because \tan\angle CPO=\frac{1}{2}$

$\therefore$ 在 Rt△EPC 中 ， $PE=12$

$\therefore$ 勾股得 $CP=6\sqrt{3}$ ……4 分

$\because PC$ 切⊙O 于点 C

$\therefore \angle OCP=90^{\circ}$

在 Rt△OPC 中,

$\because \tan\angle CPO=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{OC}{PC}=\frac{1}{2}$

$\therefore OC=3\sqrt{3}$

$\therefore OP=\sqrt{OC^2+PC^2}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+(6\sqrt{3})^2}=3\sqrt{15}$ ……5 分

16．解：由题意得：$D(4,-2)$ ……1 分

$\because$ 双曲线经过点 D

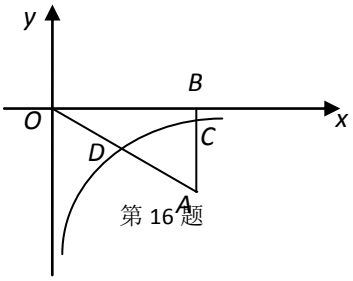
$\therefore -2=\frac{k}{4}$

$\therefore k=-8$ ……2 分

$\therefore y=-\frac{8}{x}$

设点 $C(8,n)$ ……3 分

$\therefore n=-\frac{8}{8}=-1$ ……4 分



第 16 题

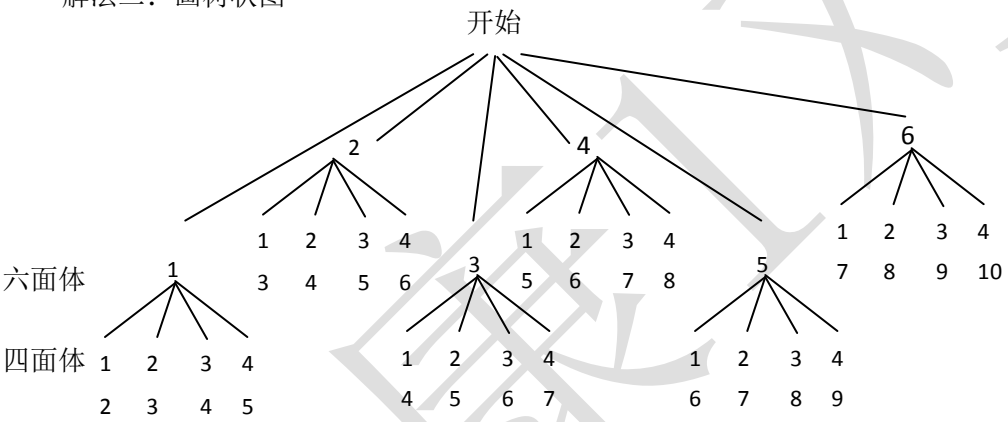
$\therefore$ 点 $C(8,-1)$ ……5 分

17. 解：（1）解法一：用列表法

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10

列表正确 ……3 分

解法二：画树状图

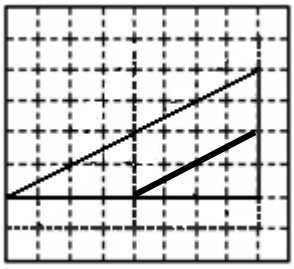


画树状图正确 ……3 分

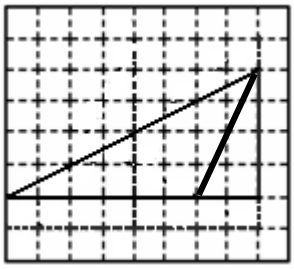
（2）$P_{(\text{和为3的倍数})}=\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$ ……5 分

四、画图题（本题满分 4 分）

18. 解：



第 18 题



第 18 题

注：正确画出一条得 2 分，正确画出两条得 4 分.

五、解答题（本题共 4 道小题，每小题 6 分，共 24 分）

19．解：（1）由已知，抛物线过 $A(1,-8)$ 和点 $(-2,7)$，得

$$\begin{cases} a-4+c=-8 \\ 4a+8+c=7 \end{cases}$$ ……1 分

解这个方程组，得 $a=1, c=-5$

∴ 所求抛物线的解析式为 $y=x^2-4x-5$ ……2 分

（2）令 $y=0$，则 $x^2-4x-5=0$ ……3 分

解方程，得 $x_1=5$， $x_2=-1$. ……4 分

∴二次函数图象与 x 轴的两个交点坐标分别为 $(5,0)$ 和 $(-1,0)$.

∴二次函数图象向左平移 5 个单位后经过坐标原点. ……5 分

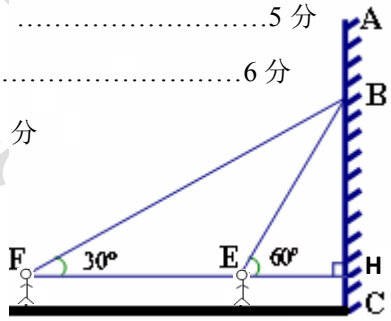
平移后所得图象与 x 轴的另一个交点坐标为 $(-6,0)$ ……6 分

20．解：过 F 作 $FH \perp BC$ 于 H……1 分

∵ $\angle BFH=30°$， $\angle BEH=60°$， $\angle BHF=90°$

∴ $\angle EBF=\angle EBC=30°$ ……2 分

∴ $BE=EF=20$ ……3 分



在 Rt△BHE 中，

$BH=BE\cdot\sin 60°=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}\approx 17.3(m)$ ……4 分

$17.3+1.7=19(m)$ ……5 分

答：宣传条幅 BC 的长是 19 米. ……6 分

21．解：（1）如图，连结 OA……1 分

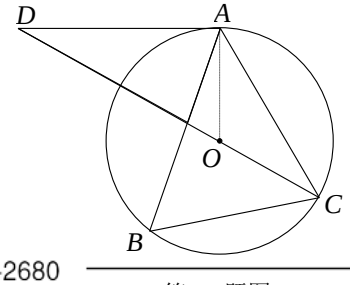
∵ AD 是⊙O 的切线 ∴ $\angle OAD=90°$

设 $\angle D=\alpha$，则 $\angle DOA=90°-\alpha$， $\angle B=2\alpha$， $\angle AOC=4\alpha$ ……2 分

∴ $90°-\alpha+4\alpha=180°$

∴ $\alpha=30°$

∴ $\angle D=30°$ ……3 分



第 21 题图

（2）解：$\because OA=OC$，$\angle AOC=4\alpha=120°$.

$\therefore \angle ACO=30°=\angle D$.

$\therefore AD=AC=4\sqrt{3}$. ……5 分

在 Rt$\triangle ADO$ 中，$AO=AD\times\tan\angle D=4\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=4$ ……6 分

$\therefore$⊙O 的半径是 4.

22．解：（1）设抛物线解析式为 $y=ax^2$ ……1 分

设点 $B(10,n)$，点 $D(10,n+3)$ ……2 分

由题意：

$$\begin{cases}n=100a\\n+3=25a\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}n=-4\\a=-\dfrac{1}{25}\end{cases}$ ……3 分

$\therefore y=-\dfrac{1}{25}x^2$ ……4 分

（2）方法一：

当 $x=3$ 时，$y=-\dfrac{1}{25}\times9$

$\because -\dfrac{9}{25}-(-4)>3.6$ ……5 分

$\therefore$在正常水位时，此船能顺利通过这座拱桥．……6 分

方法二：

当 $y=3.6-4=-\dfrac{2}{5}$ 时，$-\dfrac{2}{5}=-\dfrac{1}{25}x^2$

$\therefore x=\pm\sqrt{10}$

$\because \left|\pm\sqrt{10}\right|>3$ ……5 分

$\therefore$在正常水位时，此船能顺利通过这座拱桥．……6

六、解答题（本题满分 6 分）

23． 解：（1）$90°+\alpha$ ……1 分

（2）图中两对相似三角形：①$\triangle ABB' \backsim \triangle AC C'$，②$\triangle ACE \backsim \triangle FBE$；…… 3 分

证明①：∵$\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转角 β 得到$\triangle AB'C'$

∴$\angle CA C' = \angle BAB' = \beta$，$AC = A C'$，$AB = AB'$ ……4 分

∴ $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{AC'}{AB'}$ ……5 分

∴$\triangle ABB' \backsim \triangle AC C'$ ……6 分

证明②：∵$\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转角 β 得到$\triangle AB'C'$

∴$\angle CA C' = \angle BAB' = \beta$，$AC = A C'$，$AB = AB'$ ……4 分

∴$\angle AC C' = \angle ABB' = \dfrac{180^\circ - \beta}{2}$ ……5 分 又$\angle A E C = \angle FEB$

∴$\triangle ACE \backsim \triangle FBE$ ……6 分

七、解答题（本题满分 6 分）

24. 解：（1）依题意，得 $\Delta = [2(a-3)]^2 - 4a(a+3) = -36a + 36 \geq 0$ ……1 分

解得 $a \leq 1$

又 $a \neq 0$ 且 a 为非负整数

∴ $a = 1$ ……2 分

∴ $y = x^2 - 4x + 4$

（2）解法一：

抛物线 $y = x^2 - 4x + 4$ 过点（1,1），（2,0），向下平移 $m(m > 0)$ 个单位后得到点 $(1, n)$ 和点 $(2, 2n+1)$ ……3 分

∴ $\begin{cases} 0 - (2n+1) = m \\ 1 - n = m \end{cases}$，解得 $m = 3$. ……4 分

解法二：

抛物线 $y = x^2 - 4x + 4$ 向下平移 $m(m > 0)$ 个单位后得：$y = x^2 - 4x + 4 - m$，将点 $(1, n)$ 和点 $(2, 2n+1)$ 代入解析式得 $\begin{cases} 1 - m = n \\ -m = 2n + 1 \end{cases}$ ……3 分

解得 $m = 3$. ……4 分

（3）设 $P(x_0, y_0)$，则 $Q(-x_0, -y_0)$ ……5 分

∵ P、Q 在抛物线 $y = x^2 - 4x + 4 + k$ 上，将 P、Q 两点坐标分别代入得:

$\begin{cases} x_0^{\ 2}-4x_0+4+k=y_0 \\ x_0^{\ 2}+4x_0+4+k=-y_0 \end{cases}$,将两方程相加得：$2x_0^{\ 2}+8+2k=0$

即 $x_0^{\ 2}+4+k=0$

$\because \Delta^{'}=-4(4+k)\geq 0$

$\therefore k\leq -4$

当 $k=-4$时， P、Q两点重合，不合题意舍去

$\therefore k<-4$. ……6 分

八、解答题（本题满分 7 分）

25.解：（1）$\because$对称轴 $x=-\dfrac{2}{2a}=-1$

$\therefore a=1$ ……1 分

$\because A(-3,0)$

$\therefore c=-3$

设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b$

$\because A(-3,0)$， $C(0,-3)$, 代入得：

直线 AC 的解析式为 $y=-x-3$ ……2 分

（2）代数方法一：

过点 D 作 DM // y 轴分别交线段 AC 和 x 轴于点 M、N.

设 $D(x,x^2+2x-3)$，则 $M(x,-x-3)$……3 分

$\because S_{四边形ABCD}=S_{\Delta ABC}+S_{\Delta ACD}$

$=6+\dfrac{1}{2}\times DM\times(AN+ON)=6+\dfrac{3}{2}DM$

$=6+\dfrac{3}{2}[(-x-3)-(-x^2-2x+3)]$

$=-\dfrac{3}{2}x^2-\dfrac{9}{2}x+6$

$=-\dfrac{3}{2}\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{75}{8}$ ……5 分

$\therefore$当 $x=-\dfrac{3}{2}$时，四边形 ABCD 面积有最大值 $\dfrac{75}{8}$.

代数方法二：

$S_{四边形ADCB}=S_{\Delta ADN}+S_{梯形NDCO}+S_{\Delta OBC}$

$=\frac{1}{2}(x+3)(-x^2-2x+3)+\frac{1}{2}(-x^2-2x+3+3)(-x)+\frac{3}{2}$

$=-\frac{3}{2}x^2-\frac{9}{2}x+6=-\frac{3}{2}\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{75}{8}$ .....5 分

∴当 $x=-\frac{3}{2}$ 时，四边形 ABCD 面积有最大值 $\frac{75}{8}$.

几何方法：

过点 D 作 AC 的平行线 l，设直线 l 的解析式为 $y=-x+b$.

由 $\begin{cases}y=x^2+2x-3\\ y=-x+b\end{cases}$ 得：$x^2+3x-b-3=0$ .....3 分

当 $\Delta=3^2-4(-b-3)=0$ 时，直线 l 与抛物线只有一个公共点

即：当 $b=-\frac{21}{4}$ 时,△ADC 的面积最大,四边形 ABCD 面积最大

此时公共点 D 的坐标为 $\left(-\frac{3}{2},-\frac{15}{4}\right)$ .....4 分

$S_{四边形ADCB}=S_{\Delta ADN}+S_{梯形NDCO}+S_{\Delta OBC}$

$=\frac{1}{2}AN\cdot DN+\frac{1}{2}(DN+OC)ON+\frac{1}{2}OB\cdot OC$

$=\frac{1}{2}OA\cdot DN+\frac{1}{2}OC\cdot ON+\frac{1}{2}OB\cdot OC$

$=\frac{1}{2}\times 3\times\frac{15}{4}+\frac{1}{2}\times 3\times\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\times 1\times 3$

$=\frac{75}{8}$ .....5 分

即：当 $x=-\frac{3}{2}$ 时，四边形 ABCD 面积有最大值 $\frac{75}{8}$.

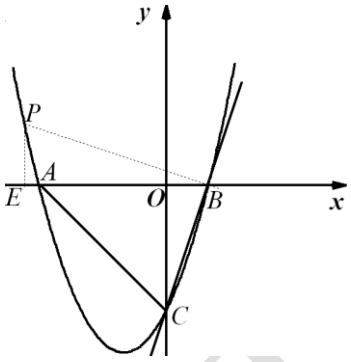
（3）如图所示，由抛物线的轴对称性可求得 B（1，0）

∵以线段 PB 为直径的圆与直线 BC 切于点 B

∴过点 B 作 BC 的垂线交抛物线于一点，则此点必为点 P.

过点 P 作 $PE\perp x$ 轴于点 E， 可证 Rt△PEB∽Rt△BOC

∴ $\frac{EB}{PE}=\frac{OC}{BO}$，故 $EB=3PE$，……6 分



设 $P\left(x,x^2+2x-3\right)$，

∵B（1，0）

∴$BE=1-x$，$PE=x^2+2x-3$

$1-x=3\left(x^2+2x-3\right)$，

解得 $x_1=1$（不合题意舍去），$x_2=-\frac{10}{3}$，

∴P 点的坐标为：$\left(-\frac{10}{3},\frac{13}{9}\right)$……7 分

智康1对1