

第五讲 行程问题——方程和比例方法

行程问题是我们都很熟悉的数学题型，因其情况多样，分析复杂，而成为小学奥数中的重难点。因此好多学员一听到“行程”两个字，就已经打算放弃。但其实，我们只要把行程中的各类情况一一攻破（多人多次相遇与追及，环形跑道，流水行船，发车间隔，错车过桥），各类方法一一掌握（基本公式法，方程法，比例法，流卡图法），最后再来几回综合练习，你就会发现，行程也不过如此。

其实，只要我们有信心，有恒心，下狠心，行程这块硬骨头一定会被我们啃下去的。到那时候……。

本讲主要是向大家介绍行程问题中经常用到的两种方法：**比例法**和**方程法**。其中，方程法对我们来说并不陌生，所以本讲不会过多的讲解这种方法，只有例5一道方程法解题。**重点是比例法在行程中的应用。**

一、基础知识复习与铺垫

1、比的认识

(1) 定义：两个数相除又叫做两个数的比，表示两种量之间的数量关系。

如： $4 \div 7 = 4 : 7$ （其中4叫做比的前项，7叫做比的后项）

如：班里一共15人，男生有9人，女生有6人，则男生与女生的人数关系为9:6。

(2) 性质：比的前项和后项同时乘以或除以一个数（0除外），比值不变。（与分数性质，除法性质相似）

(3) 应用：化简比（相当于分数中的约分，但最终要写成比的形式）

如： $48 : 60 = (48 \div 12) : (60 \div 12) = 4 : 5$

$$\frac{27}{99} = \frac{27 \div 9}{99 \div 9} = \frac{3}{11} = 3 : 11$$

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{4} \times 20\right) : \left(\frac{1}{5} \times 20\right) = 5 : 4 \text{ 或 } \frac{1}{4} : \frac{1}{5} = \frac{1}{4} \div \frac{1}{5} = \frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{4} = 5 : 4$$

(4) 比和除法，分数的联系与区别

联系：比的前项相当于除法中的被除数，后项相当于除法中的除数，比号相当于除号，比值相当于商
比的前项相当于分数中的分子，后项相当于分数中的分母，比号相当于分数线，比值相当于分数值。

区别：分数是数中的一种。如：整数，自然数，小数。

除法是运算法则中的一种。如：加法，减法，乘法。

比是一种形式，一种表示两个量之间关系的一种形式。

2、比例的认识

(1) 定义：表示两个相等的比的式子叫做比例。如： $12 : 20$ 和 $28 : 35$ 的比值都是 $\frac{3}{5}$ 。那么这两个比就可以

以构成比例： $12 : 20 = 28 : 35$ 或 $\frac{12}{20} = \frac{28}{35}$ 。

其中20和28叫做比例的内项，12和35叫做比例的外项。

(2) 性质：内项乘积等于外项乘积。即： $20 \times 28 = 12 \times 35$ 写成分数形式为对角相乘相等。如： $\frac{28}{35} \times \frac{12}{20}$

(3) 应用：解比例。（四个数中知3推1）

$$() : 43 = 58 : 129 \quad () = \frac{43 \times 58}{129} = \frac{58}{3}$$

$$\frac{32}{95} = \frac{()}{361} \quad () = \frac{32 \times 361}{95} = \frac{608}{5}$$

3、正比例，反比例

(1) 正比例：两种相关联的量，一种变化，另一种也随着变化，如果两个量中，相对应的两个数的**比值**一定，这两种量就叫做正比例的量，它们的关系叫做正比例关系。

如：a、每支铅笔的单价是一定的，买的铅笔数量和总价钱成正比例。单价 $=\frac{\text{总价}}{\text{数量}}$ （商一定）

b、梯形的高一定，面积与上下底的和成正比例。高 $=\frac{\text{面积}}{\text{上底}+\text{下底}}$ （商一定）

c、房子铺地砖，一块砖的面积一定，房屋面积和砖的块数成正比例。

砖的面积 $=\frac{\text{房屋面积}}{\text{砖的块数}}$ （商一定）

(2) 反比例：两种相关联的量，一种变化，另一种也随着变化，如果两个量中，相对应的两个数的**积**一定，这两种量就叫做反比例的量，它们的关系叫做反比例关系。

如：a、长方形的面积一定，长方形的长和宽是成反比例的。长 \times 宽=面积（积一定）

b、工人生产零件的总个数一定，工人数和每人生产的个数成反比例。

工人数 \times 每人生产个数=零件总个数（积一定）

c、工作总量一定，工作效率和工作时间成反比例。

工作效率 \times 工作时间=工作总量（积一定）

在行程问题中的三个基本量：路程、速度、时间中。

路程一定时，速度与时间成反比例。路程=速度 \times 时间。（积一定）

时间一定时，路程与速度成正比例。时间=路程 \div 速度。（商一定）

速度一定时，路程与时间成正比例。速度=路程 \div 时间。（商一定）

例如：(1) 甲乙二人走相同的一段路程。甲速为 10 米每秒，乙速为 12 米每秒，则甲速：乙速=10:12=5:6；同样我们也可以得到甲乙二人走这段路程所用的时间关系：甲时：乙时=6:5。

路程一定时，速度与时间成反比例

(2) 甲乙二人在相同的一段时间内行走，甲速为 10 米每秒，乙速为 12 米每秒，则甲速：乙速=

10:12=5:6；同样我们也可以得到甲乙二人在这段时间内所走的路程关系： $S_{\text{甲}}:S_{\text{乙}}=5:6$ 。

时间一定时，路程与速度成正比例

二、例题讲解

例 1、分析：第一问：速度提高之前与提高之后走的总路程是一样的，那么根据路程一定，速度与时间成

反比。则 $\frac{V_{\text{原来}}}{V_{\text{现在}}} = \frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}$ ， $\frac{T_{\text{原来}}}{T_{\text{现在}}} = \frac{3}{2}$ ，原来用 45 分钟，现在就应该用 $45 \div 3 \times 2 = 30$ 分钟，所以现在距上课还有 30 分钟。

第二问：实际上还差 5 分钟说明他只用了 $30 - 5 = 25$ 分钟就到校了。则 $\frac{T_{\text{原来}}}{T_{\text{现在}}} = \frac{45}{25} = \frac{9}{5}$ ， $\frac{V_{\text{原来}}}{V_{\text{现在}}} = \frac{5}{9}$ 。

所以今天与原来的速度比为 9:5。

例 2、分析：法一：方程法。根据相遇与追及的路程都是 A, B 两地的距离列出等式。

设甲的速度为 x 米/分钟。 $(x-50) \times 26 = (x+50) \times 6$

$$x=80$$

A, B 两地距离为： $(80-50) \times 26 = 780$ （米）或者 $(80+50) \times 6 = 780$ （米）

法二：比例法。由图可知（绿线表示同时间内的相遇过程红线表示同时间内的追及过程）



若想应用比例解决问题先要固定一个量，从图中可以发现 CD 这一段中甲乙的时间是都可以找到的。那么走相同的 CD 这段路程，甲用 $26-6=20$ 分钟，乙用 $26+6=32$ 分钟，则甲乙的时间比为 $20:32$ 。则甲乙的速度比为 $32:20$ （反比例），已知乙的速度为 50，则甲的速度为： $50 \div 20 \times 32 = 80$ （米/分钟）全程 $AB = (80-50) \times 26 = 780$ （米）或者 $(80+50) \times 6 = 780$ （米）

提高练习：（1）甲乙两人步行的速度比是 $7:5$ ，甲乙分别由 A、B 两地同时出发，如果相向而行，0.5 小时后相遇，如果他们同向而行，那么甲追上乙用多少时间？

提示：0.5 小时相遇时间内两人走得路程比与速度比成正比例，即 0.5 小时相遇时间家走了 7 份路程，乙走了 5 份，差出 2 份。甲若追上乙要追出 12 份，则用时 3 小时。计算略

（2）小明从甲地去乙地，去时每小时走 5 千米，回来时每小时走 7 千米，来回共用了 4 小时，那么小明去的时候用了多少时间？甲乙两地相距多少千米？

提示：来回的路程是一样的，则速度与时间成反比，再根据用的总时间 4 小时，比例分配一下即可。则全程也可求出。

答案： $\frac{7}{3}$ 小时。

（3）小明和小刚进行 100 米短跑比赛（假定二人的速度巨保持不变），当小刚跑了 90 米时，小明距离终点还有 25 米，那么当小刚到达终点时，小明距离终点还有多少米？

提示：小刚与小明的速度比为 $90:75$ ，当小刚到达终点时小明应该跑了 $90:75=100:x$ ，则距离终点的距离为 $100-x$ 。

答案： $16\frac{2}{3}$ 米

例 3、分析：法一、画图分析。相遇时甲比乙多行 $32 \times 2 = 64$ 千米，甲车比乙车每小时多行 $56 - 48 = 8$ 千米，所以甲乙相遇的时间相当于甲乙拉开 64 千米的时间，即 $64 \div 8 = 8$ 小时，则全程为 $8 \times (56 + 48) = 832$ 千米

法二、比例法。两人相遇时间内的路程与速度成正比，则甲走了 56 份，乙走了 48 份，差 8 份为 $32 \times 2 = 64$ 千米，则全程 $56 + 48 = 104$ 份为 $104 \times (64 \div 8) = 832$ 千米

提高练习：（1）甲乙二人从 A、B 两地同时出发，相向而行，甲走到全程的 $\frac{5}{11}$ 的地方与乙相遇，已知甲每小时走

4.5 千米，乙每小时走全程的 $\frac{1}{3}$ ，求 A、B 两地之间的距离？

提示：甲乙的速度比为 $5:(11-5)$ ，则乙的速度可求，再根据乙每小时走全程的 $\frac{1}{3}$ ，即可求全程。

答案：16.2 千米

（2）甲乙两车同时从 A、B 两地相向而行，他们相遇时距 A、B 两地中点处 10 千米，已知甲车速度是乙车速度的 2 倍，求 A、B 两地的距离？

提示：甲乙的速度比为 $2:1$ ，则相遇而行全程为 3 份，且相遇时甲比乙多走 1 份即为 $10 \times 2 = 20$ 千米，全程可求。

答案：60 千米

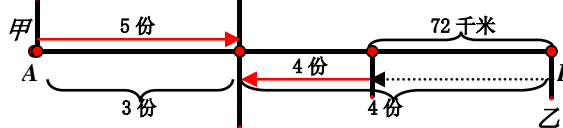
（3）客车和货车同时从甲乙两地的中点向反向行驶，3 小时后客车到达甲地，货车离乙地还有 22 千米，已知货车与客车的速度比为 $5:6$ ，求甲乙两地相距多远？

提示：相同时间内甲乙走的路程比也应该是 $5:6$ ，则可认为全程 12 份，当客车走了 6 份后，货车走了 5 份，还差 1 份即 22 千米，则全程可求。

答案：264 千米

- (4) 甲乙两列火车的速度比为 5:4, 乙车先出发, 从 B 站开往 A 站, 当走到离 B 站 72 千米的地方时, 甲车从 A 站开往 B 站, 两车相遇的地方离 A, B 两地比是 3:4, 那么 AB 两地的距离是多少千米?

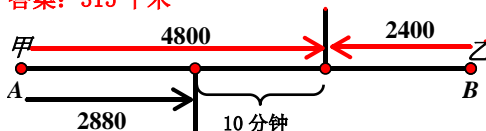
提示: 由图可知



红色表示相同时间内甲乙走的路程比为 5:4, 但此时相遇点距 A, B 两点的距离比为 3:4, 则我们可以统一甲走的路程为 15 份, 则 72 千米占 8 份, 全程 35 份可求。

答案: 315 千米

例 4、分析:



由图可知速度改变前, 相遇时甲走了 4800 米, 乙走了 2400 米, 则甲乙的速度比为 2:1,

当乙速提高 3 倍后, 甲乙的速度比变为 2:3, 则可求出新相遇时二人走的距离, 甲走全程的 $\frac{2}{5}$ 即 2880 米, 则提前 10 分钟相遇即 10 分钟内甲少走了 4800-2880 米的路程, 则甲速可求。

解答: $(4800-2400):2400=2:1$, 提高速度后的速度比 2:3, 则甲走的为 $7200 \times \frac{2}{3+2}=2880$ 米

甲速为: $(4800-2880) \div 10=192$ (米/分)

提高练习: (1) 甲乙两人同时从 A 地出发到 B 地, 经过 3 小时, 甲先到 B 地, 乙还需要 1 小时到达 B 地, 此时甲乙共行了 35 千米, 求 A, B 两地之间的距离?

提示: 走相同的距离甲乙的时间比为 3:4, 则速度比为 4:3, 则当甲到达时 35 千米里, 甲走的占 $\frac{4}{3+4}$, 则全程可求。

答案: 20 千米。

- (2) 一辆汽车从甲地开往乙地, 每分钟行 750 米, 预计 50 分钟到达, 但汽车行驶到路程的 $\frac{3}{5}$ 时, 出了故障, 用 5 分钟修理完毕, 如果仍需在预定时间内到达乙地, 汽车行驶余下的路程时, 每分钟必须比原来快多少米?

提示: 速度不变, 当行驶路程的 $\frac{3}{5}$, 时间也用了 $\frac{3}{5}$ 。则剩下的路程要在 15 分钟内走完, 则后面的速度很容易求出。

答案: 250 米

- (3) 甲乙两人分别从 A, B 两地同时出发相向而行, 相遇后甲继续向 B 地走, 乙马上返回, 往 B 地走, 甲从 A 地到达 B 地比乙返回 B 地迟 0.5 小时, 已知甲的速度是乙的 $\frac{3}{4}$, 甲从 A 地到 B 地共用了多少小时?

提示: 从相遇点到 B 地, 甲乙走的路程一样, 则两人用的时间比应为 4:3, 差的 1 份即为 0.5 小时, 说明甲从相遇点到 B 地要用 $4 \times 0.5=2$ 小时, 但当乙到 B 地是甲还有 0.5 小时, 说明甲从 A 地到相遇那段时间里用了 1.5 小时 (这两段时间是相同的) 则总时间可求。

答案: 3.5 小时

例 5、分析: 此题用方程法还是比较简单的, 设艾迪从出发到相遇用的时间为 x 分钟, 则宫宝的时间为 x-30 分钟, 可以根据两人走得路程是两个全程列出方程。

$60x+80 \times 15=80(x-30-15)$ 解出 $x=240$, 则 A, B 两地距离为: $60 \times 240+80 \times 15=15600$ 米

提高练习: (1) 已知甲车速度为每小时 90 千米, 乙车速度为每小时 60 千米, 甲乙两人分别从 A, B 两地同时出发相向而行, 在途经 C 地时乙车比甲车早到 10 分钟, 第二天甲乙分别从 B, A 两地出发同时返回原来出发地, 在途经 C 地时甲车比乙车早到 1 个半小时, 那么 A, B 两地距离是多少?

提示: 分别设出 AC, BC 的距离根据时间列出方程组

答案: 设 $AC=x$, $BC=y$, $\begin{cases} \frac{x}{90} - \frac{y}{60} = \frac{10}{60} \\ \frac{x}{60} - \frac{y}{90} = \frac{3}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} x = 150 \\ y = 90 \end{cases}$ $AB=240$ 千米

例 6、分析：由于两次用的时间都是相同的，说明两次顺行的路程差与逆行的路程差的时间是相同的，即顺行 $57-37=20$ 千米的时间与逆行 $60-45=15$ 千米的时间是相同的。则相同时进内的路程与速度成正比，则顺速：逆速= $20:15=4:3$ ，因此相同时间内顺水路程和逆水路程必为 $4:3$ ，则在第一次的航行里，逆水航行的 45 千米可以认为是顺水航行了 $45 \div 3 \times 4=60$ 千米，则 9 小时共顺水行驶了 $57+60=117$ 千米，则顺水 130 千米的时间可求。

答案：10 小时

提高练习：(1) 一艘轮船顺水航行 120 千米，逆水航行 90 千米共用 33 小时；顺水航行 50 千米，逆水航行 120 千米也用 33 小时，求顺水速度？

提示：与例 6 解法相同。

答案：10 千米/小时

(2) 某船第一天顺流航行 21 千米又逆流航行 4 千米，第二天在同一河道中顺流航行 12 千米，逆流航行 7 千米，结果两次所用的时间相等，假设船本身速度及水流速度保持不变，求静水速度是水流速度的几倍？

提示：通过例 6 的方法先求出顺速与逆速的比，根据这个比例可求出船速与水速的份数，则此题可解。

答案：2 倍

(3) 一只小船第一次顺流航行了 65 千米，逆流航行 21 千米，一共用了 10 小时，第二次顺流航行 20 千米，逆流航行 12 千米，用了 4 小时，那么船在静水中的速度航行 64 千米需要多长时间？

提示：此题两次的总时间不同，则将第二次的都乘以 2.5 倍就可以转化成同时 10 小时的了，则根据例 6 的方法求出顺速，逆速，则船速可求出来。

答案：8 小时。

补充练习：猎狗追兔问题

1、运动会上康仔和阿学正在为 10000 米跑的冠军做最后冲刺，康仔暂时领先阿学 10 米，阿学奋力追赶。已知阿学跑 5 步的距离，康仔只要跑 4 步；但阿学跑 9 步的时间，康仔只能跑 7 步，现在阿学距离终点还有 400 米，如果两人都保持这个速度到终点，谁将得冠军？

分析：此题关键是找出两人跑一步的路程和时间，从而找到速度关系，则不难解出此题。

阿学与康仔跑一步的距离比应为 $4:5$ ，跑一步的时间比应为 $7:9$ ，则二人的速度比为

$\frac{4}{7} : \frac{5}{9} = 36:35$ ，现在阿学落后 10 米，那么要追上康仔还有跑 $10 \div (36-35) \times 36 = 360$ 米，所以最后冠军是阿学

练习：(1) 猎狗追赶前方 15 米处的野兔，猎狗跑 3 步的时间野兔跑 5 步，猎狗跑 4 步的距离野兔跑 7 步，猎狗至少跑多少米才能追上野兔？

提示：与 1 题解法一样，找出速度比。

答案：315 米

(2) 狼和狗是死对头，见了面就要相互撕咬，一天它们同时发现了对方，它们之间的距离狼要跑 568 步，如果狼跑 9 步的时间狗跑 7 步，狼跑 5 步的距离等于狗跑 4 步的距离，那么从它们同时奔向对方到相遇，狗跑了多少步？狼跑了多少步？

提示：仍是先找到二者的速度关系则相遇时二者各自走了全程的几分之几就可求出，则相遇时各自的步数也就求出。

答案：狼和狗的速度比为 $36:35$ ，则相遇时狼走了去全程的 $\frac{36}{36+35}$ ，则狼跑了 288 步，狗跑了 224 步。