

## 第一讲 分数四则混合运算

通过近期的一些杯赛考试我们会发现，分数题型还是占有一定比例的，因此对于分数的计算我们必须具备扎实的基本功，以至于不会让我们“死”在计算上。去年的暑假和秋季我们已经掌握了基本的分数计算，为了能够提高我们分数计算的正确率，速度，以及使我们的分数解题能力再上一个台阶，本讲我们将学习分数的四则混合运算及各运算律在分数中的应用。

本讲必须要掌握的知识点：(1) 分数的基本运算（同分母，异分母的加减乘除复习性内容）

(2) 小数分数的相互转化

(3) 凑整，分配律，结合律在混合运算中的应用

### 一、分数的基本运算复习

加减法：  $\begin{cases} \text{同分母相加减，分母不变，分子相加减。} \\ \text{异分母相加减，先通分，变为通分母加减。} \end{cases}$

乘法： 分子乘分子做分子，分母成分母做分母。

除法： 除以一个数等于乘以这个数的倒数。

（两个数相乘等于 1，则这两个数互为倒数。3 和  $\frac{1}{3}$ ， $\frac{3}{4}$  和  $\frac{4}{3}$ ，都互为倒数）

复习题练习： (1)  $\frac{6}{7} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \frac{7}{5} =$

(2)  $1\frac{3}{4} + 2\frac{5}{6} - \frac{1}{4} - 1\frac{1}{6} =$

(3)  $12 \times \frac{5}{6} - \frac{2}{9} \times 3 =$

(4)  $\frac{4}{7} \times \frac{5}{9} + \frac{3}{7} \div \frac{9}{5} =$

例 1、分析：分数的加减乘除混合计算需要注意的几个知识点

(1) 运算顺序，先乘除后加减，有括号的先算括号里的。

(2) 带分数可以直接进行加减计算，但乘除法必须化成假分数在计算。

(3) 最后结果一定要约分称最简结果。

原式  $= \frac{8}{9} \times \left[ 1\frac{3}{16} + \left( \frac{5}{16} - \frac{4}{16} \right) \times 2 \right]$

$= \frac{8}{9} \times \left[ 1\frac{3}{16} + \frac{1}{16} \times 2 \right]$

$= \frac{8}{9} \times \left[ 1\frac{3}{16} + \frac{2}{16} \right]$

$= \frac{8}{9} \times 1\frac{5}{16}$

$= \frac{8}{9} \times \frac{21}{16}$

$= \frac{7}{6}$

巩固练习：(1)  $\left( \frac{4}{3} - \frac{1}{2} \right) \div \left( 4 - \frac{1}{4} \right) =$

(2)  $\frac{3}{10} + \left( 2 - 2\frac{4}{5} \times \frac{10}{21} \right) \div 1\frac{1}{9} =$

(3)  $3\frac{1}{3} - \left( 1\frac{5}{7} + \frac{1}{8} \div 1\frac{3}{4} \right) 1\frac{2}{5} =$

(4)  $\left( 3\frac{1}{3} - \frac{3}{4} - 2\frac{5}{8} \right) \div \left( 1\frac{1}{5} + \frac{4}{5} \right) =$

(5)  $41\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + 52\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} + 63\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} =$

(6)  $\left[ 2\frac{1}{3} + \left( 5.4 - 2\frac{2}{3} \right) \times 1\frac{2}{3} \right] \div 3\frac{4}{9} =$

答案：(1)  $\frac{2}{9}$  (2)  $\frac{19}{10}$  (3)  $\frac{5}{6}$  (4)  $\frac{35}{36}$  (5) 126 (6) 2

### 二、小数分数的互化

1、分数小数的混合运算需要我们将他们统一。

分化小：分子除以分母取小数。

小化分：有几位小数，分数的分母中 1 后就写几个 0，分子写上小数中的所有数字。

最后与分成最简分数。（例： $1.32 = \frac{132}{100} = \frac{33}{25}$ ； $0.475 = \frac{475}{1000} = \frac{19}{40}$ ）

2、分化小，小化分的一般原则：

(1) 分数能化成有限小数的化成小数做，不能化成有限小数的把小数化成分数。

(2) 看题目中给的分数多还是小数多。本着“少数服从多数”的原则统一它们。

例 2、分析：此题中只有两个小数，所以“少数服从多数”统一成分数计算跟简单。

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \frac{84}{10} \times \frac{1}{4} + 3\frac{1}{3} \times \frac{9}{10} - \frac{16}{25} \times \frac{15}{4} \\ &= \frac{21}{10} + 3 - \frac{12}{5} \\ &= \frac{21}{10} + \frac{30}{10} - \frac{24}{10} \\ &= \frac{27}{10}\end{aligned}$$

$$\text{巩固练习：(1) } 11\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \div \left(2\frac{1}{9} + 8\frac{1}{3} \div 2.5\right) =$$

$$(2) 2.5 \times \frac{2}{5} + 9.63 - 2.1 \div \frac{1}{3} =$$

$$(3) 0.84 \div 0.3 \div (1.96 \div 18.9) =$$

答案：(1)  $\frac{12}{7}$  (2) 4.33 (3) 27

### 三、分数的综合速算

分数的综合计算运算法则同小数、整数基本是相同的。运算顺序是先乘除后加减，右括号的先算括号里的。同样，整数中的各运算律在分数的计算中也是适用的。运算律的合理使用会提高我们的解题时间和正确率。

(1) 加法交换律： $a+b=b+a$

(2) 加减法的结合律： $\begin{cases} (a+b)+c=a+(b+c) \\ a-b-c=a-(b+c) \end{cases}$

(3) 乘法结合律： $a \times b = b \times a$

(4) 乘除法结合律： $\begin{cases} (a \times b) \times c = a \times (b \times c) \\ a \div b \div c = a \div (b \times c) \end{cases}$

(5) 乘法分配率： $m(a+b-c) = ma+mb-mc$

注：(1) 减法、除法的结合律要变号；

(2) 除法没有分配率，但当除数相同时有一个类似的运算律。

$$a \div m + b \div m - c \div m = (a + b - c) \div m$$

例 3、分析：本题主要是应用交换律将分母相同的分数凑整计算

$$\begin{aligned}\text{原式} &= (3.91+6.09+3\frac{3}{7} + 6\frac{4}{7}) \times (2.125 - 1.125) + \left(\frac{3}{2} - 1.5\right) \times 6.04 \\ &= (10+10) \times 1 + 0 \times 6.04 \\ &= 20\end{aligned}$$

$$\text{巩固练习：(1) } 10 \times \left[\left(\frac{4}{5} - 0.5\right) \div \frac{3}{7}\right] =$$

$$(2) \frac{5}{6} - \left(0.15 + \frac{9}{20}\right) \div 1.8 =$$

$$(3) 18.09 \times \left[\left(1.5 + 2\frac{2}{3}\right) \div 3.75 - \frac{2}{3}\right] =$$

答案：(1) 7 (2)  $\frac{1}{2}$  (3) 8.04

例 4、分析：该题首先是个分数小数之间的互化，之后就会发现是一个典型的乘法分配率问题。

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 0.125 \times 0.75 + 0.125 \times 8.25 + 0.125 \\ &= 0.125 \times (0.75 + 8.25 + 1) \\ &= 0.125 \times 10 \\ &= 1.25\end{aligned}$$

$$\text{练习：(1) } 2.5 \div 8 + 9.5 \times \frac{1}{8} + 4 \times 0.125 = 2$$

$$(2) \text{例 5 (1)} \quad \frac{1}{4}$$

$$(3) \text{例 5 (2)} \quad 16$$

$$(4) (4.2 \div 0.7 + 6 \times \frac{1}{25}) \times \frac{5}{26} = \frac{6}{5}$$

例 6、此题考查了我们对于综合题型的解题能力。

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \left(3\frac{1}{4} + 1\frac{3}{4} + 6\frac{2}{3} + 8\frac{1}{3}\right) \times \left(2 - \frac{7}{20}\right) \\ &= (5+15) \times \frac{33}{20} \\ &= 33\end{aligned}$$

巩固练习：(1)  $76 \times \left(\frac{1}{23} - \frac{1}{53}\right) + 23 \times \left(\frac{1}{53} + \frac{1}{76}\right) - 53 \times \left(\frac{1}{23} - \frac{1}{76}\right) = 1$

(2)  $\left(1 - \frac{11}{36} \times 3\right) + \left(3 - \frac{11}{36} \times 5\right) + \left(5 - \frac{11}{36} \times 7\right) + \left(7 - \frac{11}{36} \times 9\right) + \left(9 - \frac{11}{36} \times 11\right) + \left(11 - \frac{11}{36} \times 13\right) = 21\frac{1}{3}$

(3)  $9\frac{7}{8} \div \left(9\frac{7}{8} + \frac{1999^2 - 1999 + 1}{1999^2 - 1999 \times 1998 + 1998^2}\right) = \frac{79}{87}$  (提示:  $\frac{1999^2 - 1999 + 1}{1999^2 - 1999 \times 1998 + 1998^2} = 1$ )