

数 学（文史类）

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试用时 120 分钟。第Ⅰ卷 1 至 2 页，第Ⅱ卷 3 至 5 页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

第Ⅰ卷

注意事项：

- 每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
- 本卷共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

参考公式：

如果事件 A ， B 互斥，那么

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

棱柱的体积公式 $V = Sh$.

其中 S 表示棱柱的底面面积，

h 表示棱柱的高。

圆锥的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$.

其中 S 表示圆锥的底面面积，
 h 表示圆锥的高。

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) i 是虚数单位，复数 $\frac{5+3i}{4-i}$ =

(A) $1-i$

(B) $-1+i$

(C) $1+i$

(D) $-1-i$

(2) 设变量 x ， y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x+y-2 \geq 0, \\ x-2y+4 \geq 0, \\ x-1 \leq 0, \end{cases}$ 则目标函数 $z=3x+2y$ 的最小值为

(A) -5

(B) -4

(C) -2

(D) 3

(3) 利用右侧的程序框图, 运行相应的程序, 则输出 S 的值为

- (A) 8
(C) 26

- (B) 18
(D) 80

(4) 已知 $a = 2^{12}$, $b = \left(\frac{1}{2}\right)^{-0.8}$, $c = 2 \log_3 2$, 则 a , b , c 的大小关系为

- (A) $c < b < a$
(C) $b < a < c$

- (B) $c < a < b$
(D) $b < c < a$

(5) 设 $x \in \mathbb{R}$, 则 “ $x > \frac{1}{2}$ ” 是 “ $2x^2 + x - 1 > 0$ ” 的

- (A) 充分而不必要条件
(B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件
(D) 既不充分也不必要条件

(6) 下列函数中, 既是偶函数, 又在区间 $(1, 2)$ 内是增函数的为

- (A) $y = \cos 2x$, $x \in \mathbb{R}$
(B) $y = \log_2 |x|$, $x \in \mathbb{R}$ 且 $x \neq 0$
(C) $y = \frac{\sqrt{x} e^{-x}}{2}$, $x \in \mathbb{R}$
(D) $y = x^3 + 1$, $x \in \mathbb{R}$

(7) 将函数 $f(x) = \sin \omega x$ (其中 $\omega > 0$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 所得图象经过点

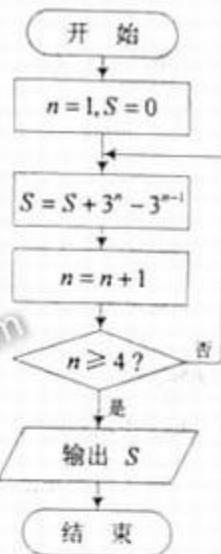
$(\frac{3\pi}{4}, 0)$, 则 ω 的最小值是

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) 1 (C) $\frac{5}{3}$ (D) 2

(8) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 1$, $AC = 2$. 设点 P , Q 满足 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB}$,

$\overrightarrow{AQ} = (1-\lambda) \overrightarrow{AC}$, $\lambda \in \mathbb{R}$. 若 $\overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{CP} = -2$, 则 $\lambda =$

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) 2



数 学（文史类）

第II卷

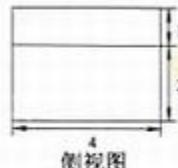
注意事项：

- 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。
- 本卷共 12 小题，共 110 分。

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

(9) 集合 $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| \leq 5\}$ 中的最小整数为 _____.

(10) 一个几何体的三视图如图所示（单位：m），

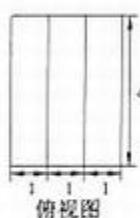


则该几何体的体积为 _____ m³.

(11) 已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 与

双曲线 $C_2: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$ 有相同的渐近线，且 C_1 的右

焦点为 $F(\sqrt{5}, 0)$ ，则 $a =$ _____， $b =$ _____.



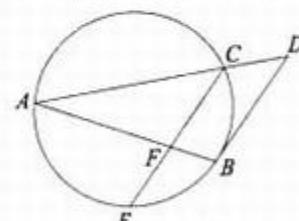
(12) 设 $m, n \in \mathbb{R}$ ，若直线 $l: mx + ny - 1 = 0$ 与 x 轴相交于点 A ，与 y 轴相交于点 B ，

且 l 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 相交所得弦的长为 2， O 为坐标原点，则 $\triangle AOB$ 面积的最小值

为 _____.

(13) 如图，已知 AB 和 AC 是圆的两条弦，过点 B 作圆的切线与 AC 的延长线相交于点 D ，过点 C 作 BD 的平行线与圆相交于点 E ，与 AB 相交于点 F ， $AF = 3$ ，

$FB = 1$ ， $EF = \frac{3}{2}$ ，则线段 CD 的长为 _____.



(14) 已知函数 $y = \frac{|x^2 - 1|}{x - 1}$ 的图象与函数 $y = kx$ 的图象恰有两个交点，则实数 k 的取值范

围是 _____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(15) (本小题满分 13 分)

某地区有小学 21 所，中学 14 所，大学 7 所，现采用分层抽样的方法从这些学校中抽取 6 所学校对学生进行视力调查。

- (I) 求应从小学、中学、大学中分别抽取的学校数目；
- (II) 若从抽取的 6 所学校中随机抽取 2 所学校做进一步数据分析。
 - (i) 列出所有可能的抽取结果；
 - (ii) 求抽取的 2 所学校均为小学的概率。

(16) (本小题满分 13 分)

在 $\triangle ABC$ 中，内角 A ， B ， C 所对的边分别是 a ， b ， c 。已知 $a=2$ ， $c=\sqrt{2}$ ，

$$\cos A = -\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

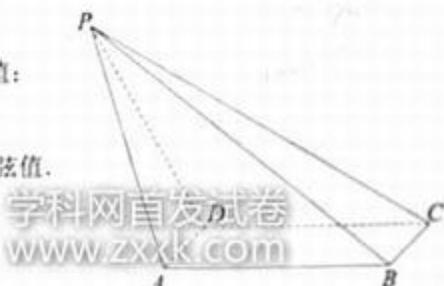
- (I) 求 $\sin C$ 和 b 的值；
- (II) 求 $\cos\left(2A + \frac{\pi}{3}\right)$ 的值。

(17) (本小题满分 13 分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形， $AD \perp PD$ ， $BC=1$ ， $PC=2\sqrt{3}$ ，

$$PD=CD=2.$$

- (I) 求异面直线 PA 与 BC 所成角的正切值；
- (II) 证明平面 $PDC \perp$ 平面 $ABCD$ ；
- (III) 求直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值。



(18) (本小题满分 13 分)

已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，其前 n 项和为 S_n ， $\{b_n\}$ 是等比数列，且 $a_1 = b_1 = 2$ ， $a_4 + b_4 = 27$ ，
 $S_4 - b_4 = 10$ 。

(Ⅰ) 求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式；(Ⅱ) 记 $T_n = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ ，证明 $T_n - 8 = a_{n+1}b_{n+1}$ ($n \in \mathbb{N}^*$, $n > 2$)。

(19) (本小题满分 14 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)，点 $P(\frac{\sqrt{5}}{5}a, \frac{\sqrt{2}}{2}a)$ 在椭圆上。

(Ⅰ) 求椭圆的离心率；

(Ⅱ) 设 A 为椭圆的左顶点， O 为坐标原点。若点 Q 在椭圆上且满足 $|AQ| = |AO|$ ，求直线 OQ 的斜率的值。

(20) (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1-a}{2}x^2 - ax - a$ ， $x \in \mathbb{R}$ ，其中 $a > 0$ 。

(Ⅰ) 求函数 $f(x)$ 的单调区间；(Ⅱ) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(-2, 0)$ 内恰有两个零点，求 a 的取值范围；(Ⅲ) 当 $a=1$ 时，设函数 $f(x)$ 在区间 $[t, t+3]$ 上的最大值为 $M(t)$ ，最小值为 $m(t)$ ，
令 $g(t) = M(t) - m(t)$ ，求函数 $g(t)$ 在区间 $[-3, -1]$ 上的最小值。