

2001-2012 年江苏南京中考数学试题分类解析汇编 (12 专题)

专题 6: 函数的图象与性质

一、选择题

1. (江苏省南京市 2002 年 2 分) 反比例函数 $y = \frac{k^2}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象的两个分支分别位于【 】

A、第一、二象限 B、第一、三象限 C、第二、四象限 D、第一、四象限

【答案】B。

【考点】反比例函数的性质。

【分析】对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，当 $k > 0$ 时，图象分别位于第一、三象限；当 $k < 0$ 时，图象分别位于第二、四象限。因此， $\because k \neq 0, \therefore k^2 > 0, \therefore$ 图象两个分支分别位于第一、三象限。故选 B。

2. (江苏省南京市 2003 年 2 分) 抛物线 $y = (x-1)^2 + 1$ 的顶点坐标是【 】。

(A) (1, 1) (B) (-1, 1) (C) (1, -1) (D) (-1, -1)

【答案】A。

【考点】二次函数的性质。

【分析】根据二次函数的顶点式是： $y = (x-h)^2 + k$ ($a \neq 0$ ，且 a, h, k 是常数)，顶点坐标为 (h, k) ，直接写出顶点坐标：因为 $y = (x-1)^2 + 1$ 是抛物线解析式的顶点式，根据顶点式的坐标特点可知，顶点坐标是 $(1, 1)$ 。故选 A。

3. (江苏省南京市 2004 年 2 分) 抛物线 $y = (x-2)^2$ 的顶点坐标是【 】

A、(2, 0) B、(-2, 0) C、(0, 2) D、(0, -2)

【答案】A。

【考点】二次函数的性质。

【分析】已知抛物线 $y = (x-2)^2$ 是顶点式，直接写出顶点坐标： $(2, 0)$ 。故选 A。

4. (江苏省南京市 2005 年 2 分) 反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象位于【 】

A、第一、二象限 B、第一、三象限 C、第二、三象限 D、第二、四象限

【答案】D。

【考点】反比例函数的性质。

【分析】对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，当 $k > 0$ 时，图象分别位于第一、三象限；当 $k < 0$ 时，图象分别

位于第二、四象限。因此, $\because k = -2 < 0$, \therefore 图象两个分支分别位于第二、四象限。故选 D。

5. (江苏省南京市 2005 年 2 分) 二次函数 $y = (x-1)^2 + 2$ 的最小值是【 】

- A、-2 B、2 C、-1 D、1

【答案】B。

【考点】二次函数的最值。

【分析】抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 开口向上, 有最小值, 顶点坐标为 (1, 2), 顶点的纵坐标 2 即为函数的最小值。故选 B。

6. (江苏省南京市 2007 年 2 分) 反比例函数 $y = -\frac{k^2}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象位于【 】

- A. 第一、二象限 B. 第一、三象限
C. 第二、四象限 D. 第三、四象限

【答案】C。

【考点】反比例函数的性质。

【分析】对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 当 $k > 0$ 时, 图象分别位于第一、三象限; 当 $k < 0$ 时, 图象分别位于第二、四象限。因此, $\because -k^2 < 0$, \therefore 图象两个分支分别位于第二、四象限。故选 C。

7. (江苏省南京市 2008 年 2 分) 已知反比例函数的图象经过点 P(-2, 1), 则这个函数的图象位于【 】

- A. 第一、三象限 B. 第二、三象限
C. 第二、四象限 D. 第三、四象限

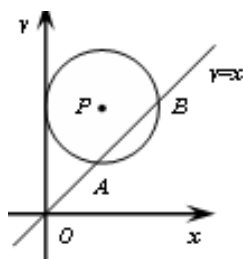
【答案】C。

【考点】反比例函数的性质, 待定系数法

【分析】先根据点的坐标求出 k 值, 再利用反比例函数图象的性质即可求解:

\because 图象过 P(-2, 1), $\therefore k = xy = -2 < 0$. \therefore 函数图象位于第二, 四象限。故选 C。

8. (江苏省南京市 2011 年 2 分) 如图, 在平面直角坐标系中, $\odot P$ 的圆心是 (2, a) ($a > 2$), 半径为 2, 函数 $y = x$ 的图象被 $\odot P$ 的弦 AB 的长为 $2\sqrt{3}$, 则 a 的值是【 】



- A. $2\sqrt{3}$ B. $2+2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $2+\sqrt{3}$

【答案】B.

【考点】一次函数的应用，弦径定理，勾股定理，对顶角的性质，三角形内角和定理。

【分析】连接 PA、PB，过点 P 作 $PE \perp AB$ 于 E，作 $PF \perp x$ 轴于 F，交 AB 于 G，分别求出 PD、DC，相加即可：

\because 在 $Rt\triangle PAE$ 中，由弦径定理可得 $AE = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}$ ， $PA = 2$ ，

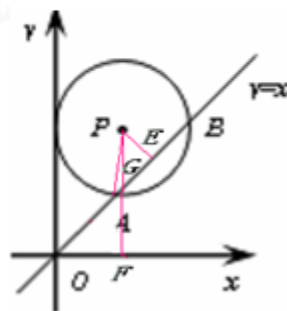
\therefore 由勾股定理可得 $PE = 1$ 。

又由 $y = x$ 可得， $\angle OGF = \angle GOF = 45^\circ$ ， $FG = OF = 2$ 。

又 $\because PE \perp AB$ ， $PF \perp OF$ ，

\therefore 在 $Rt\triangle EPG$ 中， $\angle EPG = \angle OGF = 45^\circ$ ， \therefore 由勾股定理可得 $PG = \sqrt{2}$

$\therefore a = FG + PG = 2 + \sqrt{2}$ 。故选 B。



9. (2012 江苏南京 2 分) 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = x + 2$ 的图像没有交点，则 k 的值可以是【 】

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

【答案】A。

【考点】反比例函数与一次函数的交点问题，一元二次方程的判别式。

【分析】把两函数的解析式组成方程组，再转化为求一元二次方程解答题，求出 k 的取值范围，找出符合条件的 k 的值即可：

\because 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = x + 2$ 的图像没有交点，

$$\therefore \begin{cases} y = \frac{k}{x} & \textcircled{1} \\ y = x + 2 & \textcircled{2} \end{cases} \text{ 无解，即 } \frac{k}{x} = x + 2 \text{ 无解，整理得 } x^2 + 2x - k = 0,$$

$\therefore \Delta = 4 + 4k < 0$ ，解得 $k < -1$ 。

四个选项中只有 $-2 < -1$ ，所以只有 A 符合条件。故选 A。

二、填空题

1. (江苏省南京市 2002 年 2 分) 点 A (1, m) 在函数 $y = 2x$ 的图像上，则点 A 关于 x 轴的对称的点坐标是

_____。

【答案】(1, -2)。

【考点】直线上点的坐标与方程的关系，关于 x 轴对称的点的坐标。

【分析】首先根据点在直线上，点的坐标满足方程的关系求出 m 的值，然后根据关于 x 轴对称的点的坐标规律：横坐标相同，纵坐标互为相反数，得出结果：

\because 点 $A(1, m)$ 在函数 $y=2x$ 的图像上， $\therefore m=2 \times 1=2$ 。

\therefore 点 $A(1, 2)$ 关于 x 轴的对称点的坐标是 $(1, -2)$ 。

2. (江苏省 2009 年 3 分) 反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象在第 ▲ 象限。

【答案】二、四。

【考点】反比例函数的性质。

【分析】根据反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的性质：当 $k > 0$ 时，图象分别位于第一、三象限；当 $k < 0$ 时，图象分别位于第二、四象限： \because 反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的系数 $k = -1 < 0$ ， \therefore 图象两个分支分别位于第二、四象限。

3. (江苏省南京市 2010 年 2 分) 若反比例函数的图象经过点 $(-2, -1)$ ，则这个函数的图象位于第 ▲ 象限。

【答案】一、三。

【考点】待定系数法，曲线上点的坐标与方程的关系，反比例函数的意义。

【分析】设该反比例函数的关系式为 $y = \frac{k}{x}$ ，根据题意得 $-1 = \frac{k}{-2}$ ，所以 $k=2 > 0$ ，因此该反比例函数位于第一、三象限。

4. (江苏省南京市 2011 年 2 分) 设函数 $y = \frac{2}{x}$ 与 $y = x - 1$ 的图象的交点坐标为 (a, b) ，则 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 的值为 ▲ 。

【答案】 $-\frac{1}{2}$ 。

【考点】一次函数和反比例函数图象，曲线上点的坐标与方程的关系，等量代换。

【分析】 \because 函数 $y = \frac{2}{x}$ 与 $y = x - 1$ 的图象的交点坐标为 (a, b) ， $\therefore b = \frac{2}{a}$ ， $b = a - 1$ 。 $\therefore ab=2$ ， $b-a=-1$ 。
 $\therefore \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} = -\frac{1}{2}$ 。

5. (2012 江苏南京 2 分) 已知一次函数 $y = kx + k - 3$ 的图像经过点 $(2, 3)$ ，则 k 的值为 ▲ 。

【答案】2。

【考点】直线上点的坐标与方程的关系。

【分析】根据点在直线上，点的坐标满足方程的关系，将 $(2, 3)$ 代入 $y = kx + k - 3$ ，得

$3 = 2k + k - 3$ ，解得， $k=2$ 。

三. 解答题

1. (2001 江苏南京 5 分) 在某一电路中, 保持电压不变, 电流 I (安培) 与电阻 R (欧姆) 成反比例, 当电阻 $R=5$ 欧姆时, 电流 $I=2$ 安培。

(1) 求 I 与 R 之间的函数关系式; (2) 当电流 $I=0.5$ 安培时, 求电阻 R 的值。

【答案】解: (1) 设 $I = \frac{U}{R}$,

\because 当电阻 $R=5$ 欧姆时, 电流 $I=2$ 安培, $\therefore 2 = \frac{U}{5}$, 即 $U=10$ 。

$\therefore I$ 与 R 之间的函数关系式为 $I = \frac{10}{R}$ 。

(2) 当 $I=0.5$ 安培时, $0.5 = \frac{10}{R}$ 解得 $R=20$ (欧姆)。

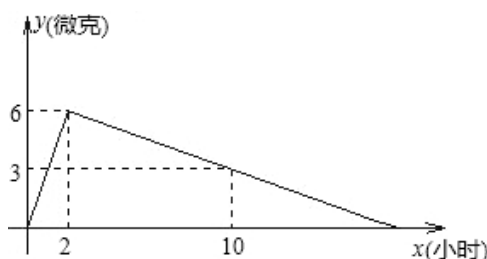
【考点】跨学科问题, 反比例函数的应用, 待定系数法, 曲线上点的坐标与方程的关系。

【分析】直接根据题意可以求出函数关系式, 然后根据函数关系式把 $I=0.5$ 安培代入解析式可以求出电阻 R 的值。(学科网)

2. (2001 江苏南京 7 分) 某医药研究所开发了一种新药, 在试验药效时发现, 如果成人按规定剂量服用, 那么服药后 2 小时时血液中含药量最高, 达每毫升 6 微克 (1 微克=10⁻³ 毫克), 接着逐步衰减, 10 小时时血液中含药量为每毫升 3 微克, 每毫升血液中含药量 y (微克), 随时间 x (小时) 的变化如图所示。当成人按规定剂量服药后,

(1) 分别求出 $x \leq 2$ 和 $x \geq 2$ 时, y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 如果每毫升血液中含药量为 4 微克或 4 微克以上时在治疗疾病时是有效的, 那么这个有效时间是多长?



【答案】解: (1) 当 $x \leq 2$ 时, 设 $y=kx$,

把 $(2, 6)$ 代入上式, 得 $k=3$ 。

$\therefore x \leq 2$ 时, $y=3x$ 。

当 $x \geq 2$ 时, 设 $y=mx+n$,

把 (2, 6), (10, 3) 代入上式, 得:
$$\begin{cases} 2m+n=6 \\ 10m+n=3 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} m=-\frac{3}{8} \\ n=\frac{27}{4} \end{cases}.$$

$$\therefore x \geq 2 \text{ 时, } y = -\frac{3}{8}x + \frac{27}{4}.$$

(2) 把 $y=3$ 代入 $y=3x$, 可得 $x=1$,

由图象可知: 逐步衰减时, 当 $x=10$ 时, $y=3$ 。

$$\therefore 10-1=9.$$

\therefore 这个有效时间是 9 小时。

【考点】一次函数的应用, 待定系数法, 直线上点的坐标与方程的关系。

【分析】(1) 直接根据图象上的点的坐标利用待定系数法求解即可求得答案, 注意当 $x < 2$ 时 y 与 x 成正比例函数, 当 $x > 2$ 时 y 与 x 成一次函数关系。

(2) 根据图象可知每毫升血液中含药量为 3 微克是在两个函数图象上都有, 所以把 $y=3$, 代入 $y=3x$, 求得开始到有效所用的时间, 由图象可知衰减过程中 $y=3$ 时的时间, 求其差即可求得答案。

3. (江苏省南京市 2002 年 6 分) 声音在空气中传播的速度 y (米/秒) (简称音速) 是气温 x ($^{\circ}\text{C}$) 的一次函数, 下表列出了一组不同气温时的音速:

气温 x ($^{\circ}\text{C}$)	0	5	10	15	20
音速 y (米/秒)	331	334	337	340	343

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 气温 $x=22$ ($^{\circ}\text{C}$) 时, 某人看到烟花燃放 5 秒后才听到声响, 那么此人与燃放的烟花所在地约相距多远?

【答案】解: (1) 根据表中数据画图象可知 y 与 x 成一次函数关系, 故设 $y=kx+b$,

取两点 (0, 331), (5, 334) 代入关系式得

$$\begin{cases} 331=b \\ 334=5k+b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=\frac{3}{5} \\ b=331 \end{cases}.$$

$$\therefore \text{所求函数关系式为 } y = \frac{3}{5}x + 331.$$

$$(2) \text{ 把 } x=22 \text{ 代入 } y = \frac{3}{5}x + 331, \text{ 得 } y = \frac{3}{5} \times 22 + 331 = 334\frac{1}{5}, \text{ 且 } 334\frac{1}{5} \times 5 = 1721.$$

\therefore 光速非常快, 传播时间可以忽略, \therefore 此人与燃放烟花的所在地相距约 1721m。

【考点】一次函数的应用, 待定系数法, 直线上点的坐标与方程的关系。

【分析】(1) 由表中的数据可知, 温度每升高 5°C , 声速就提高 3 米/秒, 所以 y 是 x 的一次函数, 利用待

定系数法即可求出该函数解析式;

(2) 令 $x=22$, 求出此时的声速 y , 然后利用路程=速度 \times 时间即可求出该距离。

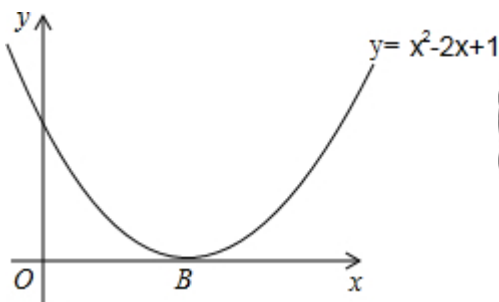
4. (江苏省南京市 2002 年 9 分) 已知抛物线 $y=a(x-t-1)^2+t^2$ (a, t 是常数, $a \neq 0, t \neq 0$) 的顶点是 A, 抛物线 $y=x^2-2x+1$ 的顶点是 B.

(1) 判断点 A 是否在抛物线 $y=x^2-2x+1$ 上, 为什么?

(2) 如果抛物线 $y=a(x-t-1)^2+t^2$ 经过点 B,

①求 a 的值;

②这条抛物线与 x 轴的两个交点和它的顶点 A 能否构成直角三角形? 若能, 求出 t 的值; 若不能, 请说明理由。



【答案】解: (1) 由题意可知: A 点的坐标为 $(t+1, t^2)$, 将 A 点的坐标代入抛物线 $y=x^2-2x+1$ 中可得:

$$(t+1)^2 - 2(t+1) + 1 = t^2 + 2t + 1 - 2t - 2 + 1 = t^2$$

\therefore A 点在抛物线 $y=x^2-2x+1$ 上。

(2) ①由题意可知: B 点坐标为 $(1, 0)$, 则有: $0=a(1-t-1)^2+t^2$, 解得 $a=-1$ 。

②根据①可知: 抛物线的解析式为 $y=-(x-t-1)^2+t^2$ 。

当 $y=0$ 时, $-(x-t-1)^2+t^2=0$, 解得 $x=1$ 或 $x=2t+1$

设抛物线与 x 轴的交点为 M, N, 那么 M 点的坐标为 $(1, 0)$, N 点的坐标为 $(2t+1, 0)$ 。

$$\therefore AM^2=t^2+t^4, AN^2=t^2+t^4, MN^2=4t^2.$$

当 $\triangle AMN$ 是直角三角形时, $AM^2+AN^2=MN^2$, 即 $(t^2+t^4) \times 2=4t^2$, 解得 $t=1$ 或 $t=-1$ 。

\therefore 能构成直角三角形, 此时 t 的值为 1 或 -1。

【考点】二次函数综合题, 曲线上点的坐标与方程的关系, 勾股定理和逆定理。

【分析】(1) 可将 A 点的坐标代入抛物线 $y=x^2-2x+1$ 中, 即可判断出 A 点是否在这条抛物线上。

(2) ①先根据抛物线 $y = x^2 - 2x + 1$ 得出 B 点的坐标, 然后将 B 点的坐标代入抛物线 $y = a(x - t - 1)^2 + t^2$ 中即可求出 a 的值。

②可先根据①得出的抛物线的解析式来求出抛物线与 x 轴两交点的坐标, 然后求出这两点之间和这两点与 A 之间的线段的长度, 由于 A 在这两交点的垂直平分线上, 因此只有一种情况, 即 A 为此等腰三角形的直角顶点, 因此可根据勾股定理求出 t 的值。

5. (江苏省南京市 2003 年 5 分) 已知二次函数 $y = ax^2 - 2$ 的图象经过点 (1, -1). 求这个二次函数的解析式, 并判断该函数图象与 x 轴的交点的个数

【答案】解: 根据题意, 得 $-1 = a - 2$, $\therefore a = 1$ 。

\therefore 这个二次函数解析式是 $y = x^2 - 2$ 。

\therefore 这个二次函数图象的开口向上, 顶点坐标是 (0, -2),

\therefore 该函数图象与 x 轴有两个交点。

【考点】曲线上点的坐标与方程的关系, 抛物线与 x 轴的交点。

【分析】首先将 (1, -1) 代入 $y = ax^2 - 2$ 求出 a 值, 即可求出二次函数解析式。利用二次函数图象的性质可以解答与 x 轴的交点的个数。

6. (江苏省南京市 2003 年 5 分) 一定质量的氧气, 它的密度 ρ (kg/m^3) 是它的体积 V (m^3) 的反比例函数, 当 $V = 10 \text{ m}^3$ 时, $\rho = 1.43 \text{ kg}/\text{m}^3$ 。

(1) 求 ρ 与 V 的函数关系式;

(2) 求当 $V = 2 \text{ m}^3$ 时氧气的密度 ρ 。

【答案】解: (1) 依题意, 设 $\rho = \frac{k}{V}$,

\therefore 当 $V = 10$ 时, $\rho = 1.43$, $\therefore 1.43 = \frac{k}{10}$, 即 $k = 14.3$ 。

$\therefore \rho$ 与 V 的函数关系式是 $\rho = \frac{14.3}{V}$ 。

(2) 把 $V = 2$ 代入 $\rho = \frac{14.3}{V}$ 得: $\rho = 7.15$ 。

\therefore 当 $V = 2 \text{ m}^3$ 时, 氧气的密度为 $7.15 (\text{kg}/\text{m}^3)$ 。

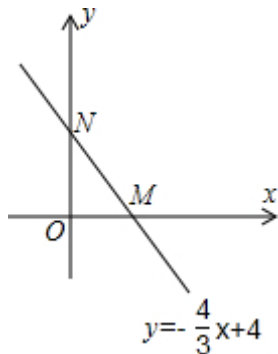
【考点】反比例函数的应用, 待定系数法, 曲线上点的坐标与方程的关系。

【分析】首先根据题意, 一定质量的氧气, 它的密度 ρ (kg/m^3) 是它的体积 V (m^3) 的反比例函数, 将数据代入用待定系数法可得反比例函数的关系式; 进一步求解可得答案。

7. (江苏省南京市 2003 年 8 分) 如图. 直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 M 、 N .

(1) 求 M 、 N 两点的坐标;

(2) 如果点 P 在坐标轴上, 以点 P 为圆心, $\frac{12}{5}$ 为半径的圆与直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 相切, 求点 P 的坐标.



【答案】解: (1) 当 $x=0$ 时, $y=4$, 当 $y=0$ 时, $0 = -\frac{4}{3}x + 4$, $\therefore x=3$.

$\therefore M(3, 0)$, $N(0, 4)$.

(2) ①当 P_1 点在 y 轴上, 并且在 N 点的下方时,

设 $\odot P_1$ 与直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 相切于点 A ,

连接 P_1A , 则 $P_1A \perp MN$, $\therefore \angle P_1AN = \angle MON = 90^\circ$.

$\because \angle P_1NA = \angle MNO$, $\therefore \triangle P_1AN \sim \triangle MON$. $\therefore \frac{P_1A}{MO} = \frac{P_1N}{MN}$.

在 $Rt\triangle OMN$ 中, $OM=3$, $ON=4$, $\therefore MN=5$.

又 $\because P_1A = \frac{12}{5}$, $\therefore \frac{\frac{12}{5}}{3} = \frac{P_1N}{5}$, 即 $P_1N=4$.

$\therefore P_1$ 点坐标是 $(0, 0)$.

②当 P_2 点在 x 轴上, 并且在 M 点的左侧时, 同理可得 P_2 点坐标是 $(0, 0)$.

③当 P_3 点在 x 轴上, 并且在 M 点的右侧时,

设 $\odot P_3$ 与直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 上切于点 B ,

连接 P_3B . 则 $P_3B \perp MN$, $\therefore OA \parallel P_3B$.

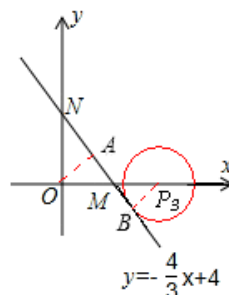
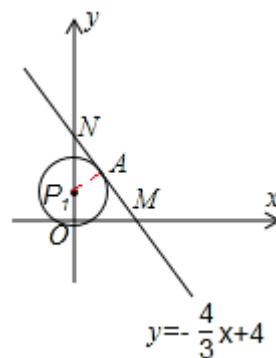
$\because OA = P_3B$, $\therefore P_3M = OM = 3$, $\therefore OP_3 = 6$.

$\therefore P_3$ 点坐标是 $(6, 0)$;

④当 P_4 点在 y 轴上, 并且在点 N 上方时, 同理可得 $P_4N = ON = 4$.

$\therefore OP_4 = 8$, $\therefore P_4$ 点坐标是 $(0, 8)$.

综上所述, P 点坐标是 $(0, 0)$, $(6, 0)$, $(0, 8)$.



【考点】一次函数综合题，直线上点的坐标与方程的关系，直线和圆相切的性质，相似三角形的判定和性质，

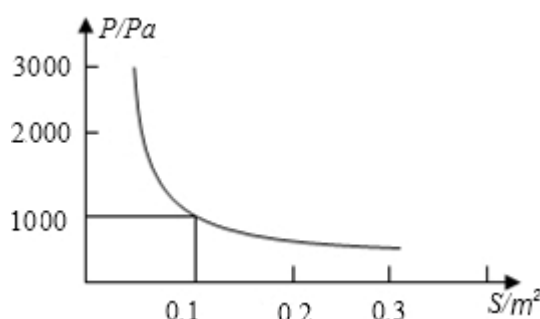
【分析】(1) 已知直线解析式，易求 M, N 点坐标。

(2) 分 P 点在 y 轴上，在 N 点的下方；在 y 轴上，在 N 点的上方；在 x 轴上，在 M 点的左侧；在 x 轴上，在 M 点的右侧四种情况讨论。根据圆的性质及相切的条件，又知道圆的半径，从而求出每种情况的 P 点坐标。

8. (江苏省南京市 2004 年 6 分) 在压力不变的情况下，某物体承受的压强 P (pa) 是它的受力面积 S m^2 的反比例函数，其图象如图所示。

(1) 求 P 与 S 之间的函数关系式；

(2) 求当 $S=0.5m^2$ 时物体承受的压强 P 。



【答案】解：(1) 设 $P=\frac{k}{S}$,

\because 点 $(0.1, 1000)$ 在这个函数的图象上，

$\therefore 1000=\frac{k}{0.1}$, 解得 $k=100$ 。

$\therefore P$ 与 S 的函数关系式为 $P=\frac{100}{S}$ 。

(2) 当 $S=0.5m^2$ 时, $P=\frac{100}{0.5}=200$ (pa)。

【考点】反比例函数的应用，待定系数法，曲线上点的坐标与方程的关系。

【分析】观察图象易知 p 与 S 之间的是反比例函数关系，所以可以设 $P=\frac{k}{S}$ ，依据图象上点 A 的坐标可以求得 p 与 S 之间的函数关系式，并求得求当 $S=0.5m^2$ 时物体承受的压强 P 。

9. (江苏省南京市 2004 年 6 分) (1) 如果二次函数 $y=x^2-2x+c$ 的图象经过点 $(1, 2)$ ，求这个二次函数的解析式，并写出该函数图象的对称轴；

(2) 图象的对称轴是 y 轴的二次函数有无数个。试写出两个不同的二次函数解析式，使这两个函数图象的对称轴是 y 轴。

【答案】解：(1) 将 $(1, 2)$ 代入 $y = x^2 - 2x + c$ ，得 $2 = 1 - 2 + c$ ，解得 $c = 3$ 。

\therefore 这个二次函数的解析式为 $y = x^2 - 2x + 3$ ，对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1$ 。

(2) 一次项系数为 0 的二次函数的解析式： $y = x^2 + 3$ ， $y = 2x^2 + 6$ 等，答案不唯一。

【考点】待定系数法，曲线上点的坐标与方程的关系，二次函数的性质。

【分析】(1) 将 $(1, 2)$ 代入 $y = x^2 - 2x + c$ 即可求出 c 的值而得到这个二次函数的解析式，化为顶点式（或用公式）可得该函数图象的对称轴。

(2) 图象的对称轴是 y 轴时一次项系数为 0，因此写出一项系数为 0 的二次函数的解析式即可。

10. (江苏省南京市 2004 年 6 分) 某地举办乒乓球比赛的费用 y (元) 包括两部分：一部分是租用比赛场地等固定不变的费用 b ，另一部分与参赛的人数 x (人) 成正比，当 $x = 20$ 时， $y = 1600$ ，当 $x = 30$ 时， $y = 2000$ 。

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 如果有 50 名运动员参赛，且全部费用由运动员分摊，那么每名运动员需支付多少元？

【答案】解：(1) 设 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，

$$\text{则} \begin{cases} 20k + b = 1600 \\ 30k + b = 2000 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = 40 \\ b = 800 \end{cases}$$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y = 40x + 800$ 。

(2) 当 $x = 50$ 时， $y = 40 \times 50 + 800 = 2800$ ，

\therefore 全部费用由运动员分摊， $\therefore \frac{2800}{50} = 56$ 。

答：每名运动员需支付 56 元。

【考点】一次函数的应用，待定系数法，直线上点的坐标与方程的关系。

【分析】(1) 由于当 $x = 20$ 时， $y = 1600$ ，当 $x = 30$ 时， $y = 2000$ ，根据待定系数法列方程，求函数关系式。

(2) 先根据函数解析式求出有 50 名运动员参赛时的比赛总费用，再分摊给 50 名运动员即可。

11. (江苏省南京市 2005 年 8 分) 某种洗衣机在洗涤衣服时，经历了进水、清洗、排水、脱水四个连续的过程，其中进水、清洗、排水时洗衣机中的水量 y (升) 与时间 x (分钟) 之间的关系如折线图所示：

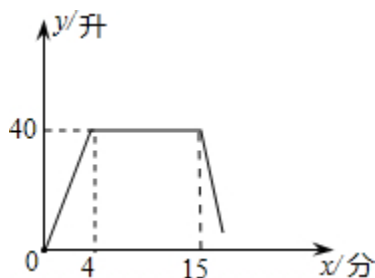
根据图象解答下列问题：

(1) 洗衣机的进水时间是多少分钟？清洗时洗衣机中的水量是多少升？

(2) 已知洗衣机的排水速度为每分钟 19 升。

① 求排水时 y 与 x 之间的关系式；

② 如果排水时间为 2 分钟，求排水结束时洗衣机中剩下的水量。



【答案】解：（1）由图可知洗衣机的进水时间是 4 分钟清洗时洗衣机中的水量是 40 升。

（2）①如图，设排水时任一时间 $P(x, y)$,

∵排水速度为每分钟 19 升，

$$\therefore \frac{AB}{BP} = 19, \text{ 即 } \frac{40-y}{x-15} = 19$$

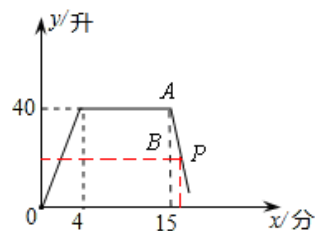
整理，得 $y = -19x + 325$ 。

∴排水时 y 与 x 之间的关系式为 $y = -19x + 325$ ($15 < x < 17$)

②∵排水的时间是 2 分钟，即 $x = 17$ 。

∴当 $x = 17$ 时， $y = -19 \times 17 + 325 = 2$ 。

∴排水结束时洗衣机中剩下的水量是 2 升。



【考点】一次函数的应用，根据实际问题列一次函数关系式，直线上点的坐标与方程的关系。

【分析】（1）由图象可知 0-4 分时是进水时间，4-15 分钟时时清洗时间，15 分钟以后是放水的时间。

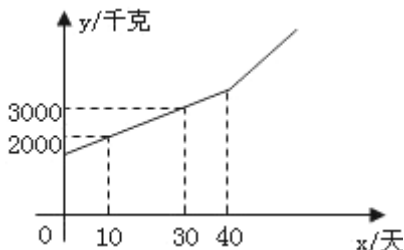
（2）①根据图象中的信息和排水速度为每分钟 19 升列出等式即可。

②排水的时间是 2 分钟，即 $x = 17$ ，代入函数式即可求排水结束时洗衣机中剩下的水量。

12. （江苏省南京市2006年8分）某块试验田里的农作物每天的需水量 y （千克）与生长时间 x （天）之间的关系如折线图所示.这些农作物在第10天、第30天的需水量分别为2000千克、3000千克，在第40天后每天的需水量比前一天增加100千克.

（1）分别求出 $x \leq 40$ 和 $x \geq 40$ 时 y 与 x 之间的关系式；

（2）如果这些农作物每天的需水量大于或等于4000千克时需要进行人工灌溉，那么应从第几天开始进行人工灌溉？



【答案】解：（1）当 $x \leq 40$ 时，设 $y = kx + b$ ，由直线经过（10，2000），（30，3000）得

$$\begin{cases} 2000 = 10k + b \\ 3000 = 30k + b \end{cases}, \text{ 解这个方程组，得 } \begin{cases} k = 50 \\ b = 1500 \end{cases}.$$

∴当 $x < 40$ 时, y 与 x 之间的关系式是 $y = 50x + 1500$.

∴当 $x = 40$ 时, $y = 50 \times 40 + 1500 = 3500$.

∴在第40天后每天的需水量比前一天增加100千克,

∴ $\frac{y - 3500}{x - 40} = 100$, 整理, 得 $y = 100x - 500$.

∴当 $x \geq 40$ 时, y 与 x 之间的关系式是 $y = 100x - 500$.

(2) ∴当 $y \geq 4000$ 时, y 与 x 之间的关系式是 $y = 100x - 500$,

∴由 $100x - 500 \geq 4000$ 得 $x \geq 45$.

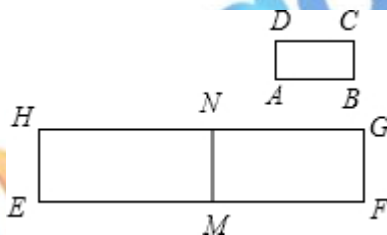
∴应从第45天开始进行人工灌溉.

【考点】一次函数的应用, 待定系数法, 直线上点的坐标与方程的关系, 解一元一次不等式.

【分析】(1) 在 $x \leq 40$ 时, 设 $y = kx + b$. 把已知坐标代入求出 k , b 的值, 求出 y 与 x 的函数关系式; 在 $x \geq 40$ 时, 由在第40天后每天的需水量比前一天增加100千克, 列出等式而得到 y 与 x 的函数关系式.

(2) 令 $y \geq 4000$, 转化为不等式问题求解.

13. (江苏省南京市2006年8分) 如图, 在矩形ABCD中, $AB = 2AD$, 线段 $EF = 10$. 在EF上取一点M, 分别以EM、MF为一边作矩形EMNH、矩形MFGN, 使矩形MFGN \sim 矩形ABCD. 令 $MN = x$, 当 x 为何值时, 矩形EMNH的面积 S 有最大值? 最大值是多少?



【答案】解: ∵矩形MFGN \sim 矩形ABCD, ∴ $\frac{MN}{AD} = \frac{MF}{AB}$.

∵ $AB = 2AD$, $MN = x$, ∴ $MF = 2x$. ∴ $EM = EF - MF = 10 - 2x$.

∴ $S = x(10 - 2x) = -2x^2 + 10x = -2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{2}$.

∴当 $x = \frac{5}{2}$ 时, S 有最大值为 $\frac{25}{2}$.

【考点】二次函数综合题, 矩形的性质, 相似的性质, 二次函数的性质.

【分析】利用矩形相似, 可得到比例线段, 先设其中一段, $MN = x$, 再利用面积公式可得到 S 关于 x 的二次函数, 利用二次函数可求最大值.

14. (江苏省南京市2007年7分) 某市为了鼓励居民节约用水, 采用分段计费的方法按月计算每户家庭的水费, 月用水量不超过 20 m^3 时, 按 $2\text{元}/\text{m}^3$ 计费; 月用水量超过 20 m^3 时, 其中的 20 m^3 仍按 $2\text{元}/\text{m}^3$ 收费, 超过部分按 $2.6\text{元}/\text{m}^3$ 计费. 设每户家庭月用水量为 $x\text{ m}^3$ 时, 应交水费 y 元.

(1) 分别求出 $0 \leq x \leq 20$ 和 $x > 20$ 时 y 与 x 的函数表达式;

(2) 小明家第二季度交纳水费的情况如下:

月 分	四 月 份	五 月 份
交 费 金 额	30 元	34 元

小明家这个季度共用水多少立方米?

【答案】解: (1) 当 $0 \leq x \leq 20$ 时, y 与 x 的函数表达式是 $y = 2x$;

当 $x > 20$ 时, y 与 x 的函数表达式是 $y = 2 \times 20 + 2.6(x - 20)$, 即 $y = 2.6x - 12$ 。

(2) \because 小明家四、五月份的水费都不超过 40 元, 六月份的水费超过 40 元,

\therefore 把 $y = 30$ 代入 $y = 2x$ 中, 得 $x = 15$;

把 $y = 34$ 代入 $y = 2x$ 中, 得 $x = 17$;

把 $y = 42.6$ 代入 $y = 2.6x - 12$ 中, 得 $x = 21$ 。

$\therefore 15 + 17 + 21 = 53$ 。

答: 小明家这个季度共用水 53m^3 。

【考点】一次函数的应用。

【分析】(1) 由月用水量不超过 20m^3 时, 按 2 元 / m^3 计费得出当 $0 \leq x \leq 20$ 时, y 与 x 的函数表达式。

(2) 由月用水量超过 20m^3 时, 其中的 20m^3 仍按 2 元 / m^3 收费, 超过部分按 2.6 元 / m^3 计费得出当 $x > 20$ 时, y 与 x 的函数表达式。

15. (江苏省南京市 2008 年 8 分) 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 中, 函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表:

	-1	0	1	
--	----	---	---	--

	10	5	2	
--	----	---	---	--

(1) 求该二次函数的关系式;

(2) 当 x 为何值时, y 有最小值, 最小值是多少?

(3) 若 $A(m, y_1)$, $B(m+1, y_2)$ 两点都在该函数的图象上, 试比较 y_1 与 y_2 的大小.

【答案】解: (1) 根据题意, 当 $x=0$ 时, $y=5$; 当 $x=1$ 时, $y=2$ 。

$$\therefore \begin{cases} 5=c \\ 2=1+b+c \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} b=-4 \\ c=5 \end{cases}.$$

\therefore 该二次函数关系式为 $y=x^2-4x+5$ 。

$$(2) \because y=x^2-4x+5=(x-2)^2+1,$$

\therefore 当 $x=2$ 时, y 有最小值, 最小值是 1。

(3) $\because A(m, y_1)$, $B(m+1, y_2)$ 两点都在函数 $y=x^2-4x+5$ 的图象上,

$$\therefore y_1=m^2-4m+5, \quad y_2=(m+1)^2-4(m+1)+5=m^2-2m+2。$$

$$\therefore y_2-y_1=(m^2-2m+2)-(m^2-4m+5)=2m-3。$$

\therefore 当 $2m-3 < 0$, 即 $m < \frac{3}{2}$ 时, $y_1 > y_2$;

当 $2m-3=0$, 即 $m=\frac{3}{2}$ 时, $y_1=y_2$;

当 $2m-3 > 0$, 即 $m > \frac{3}{2}$ 时, $y_1 < y_2$ 。

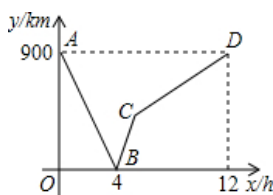
【考点】待定系数法求二次函数解析式, 曲线上点的坐标与方程的关系, 二次函数的最值。

【分析】(1) 从表格中取出 2 组解, 利用待定系数法求解解析式。

(2) 利用顶点坐标求最值。

(3) 利用二次函数的单调性比较大小。

16. (江苏省南京市 2008 年 10 分) 一列快车从甲地驶往乙地, 一列慢车从乙地驶往甲地, 两车同时出发, 设慢车行驶的时间为 $x(h)$, 两车之间的距离为 $y(km)$, 图中的折线表示 y 与 x 之间的函数关系。



根据图象进行以下探究:

信息读取

(1) 甲、乙两地之间的距离为_____km;

(2) 请解释图中点 B 的实际意义;

图象理解

(3) 求慢车和快车的速度;

(4) 求线段 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

问题解决

(5) 若第二列快车也从甲地出发驶往乙地, 速度与第一列快车相同. 在第一列快车与慢车相遇 30 分钟后, 第二列快车与慢车相遇. 求第二列快车比第一列快车晚出发多少小时?

【答案】解: (1) 900.

(2) 图中点 B 的实际意义是: 当慢车行驶 4h 时, 慢车和快车相遇.

(3) 由图象可知, 慢车 12h 行驶的路程为 900km, 所以慢车的速度为 $\frac{900}{12} = 75(\text{km/h})$;

当慢车行驶 4h 时, 慢车和快车相遇, 两车行驶的路程之和为 900km, 所以慢车和快车行驶的速度之和为 $\frac{900}{4} = 225(\text{km/h})$, 所以快车的速度为 150km/h.

(4) 根据题意, 快车行驶 900km 到达乙地, 所以快车行驶 $\frac{900}{150} = 6(\text{h})$ 到达乙地, 此时两车之间的距离为 $6 \times 75 = 450(\text{km})$, 所以点 C 的坐标为 (6,450).

设线段 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$, 把 (4,0), (6,450) 代入得

$$\begin{cases} 0 = 4k + b \\ 450 = 6k + b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = 225 \\ b = -900 \end{cases}.$$

\therefore 线段 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = 225x - 900$.

自变量 x 的取值范围是 $4 \leq x \leq 6$.

(5) 慢车与第一列快车相遇 30 分钟后与第二列快车相遇, 此时, 慢车的行驶时间是 4.5h.

把 $x = 4.5$ 代入 $y = 225x - 900$, 得 $y = 112.5$.

此时, 慢车与第一列快车之间的距离等于两列快车之间的距离是 112.5km, 所以两列快车出发的间隔时间是 $112.5 \div 150 = 0.75(\text{h})$, 即第二列快车比第一列快车晚出发 0.75h.

【考点】一次函数综合和应用题, 待定系数法, 直线上点的坐标与方程的关系.

【分析】(1) 由图可知，两车之间的距离开始和终了时相距 900 km，即甲、乙两地之间的距离为 900 km。

(2) 因为点 B 在 x 轴上，即此时两车之间的距离为 0，慢车和快车相遇。

(3) 由图象慢车 12h 行驶的路程为 900km，求出慢车的速度；根据慢车行驶 4h 时，慢车和快车相遇，两车行驶的路程之和为 900km 求出快车的速度。

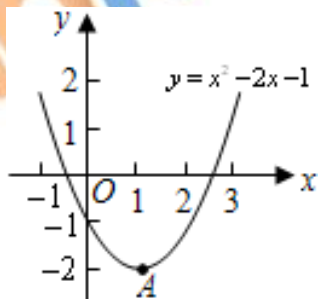
(4) 求出点 C 的坐标，用待定系数法即可求出线段 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式和自变量 x 的取值范围（由点 B 和点 C 的横坐标确定）。

(5) 慢车与第一列快车相遇 30 分钟后与第二列快车相遇，此时，慢车的行驶时间是 4.5h。由于 $4 \leq x \leq 6$ ，所以此时慢车在 BC 段上。因此，代入 $y = 225x - 900$ ，求得慢车与第一列快车之间的距离（即两列快车之间的距离），除以速度，即得两列快车出发的间隔时间（即第二列快车比第一列快车晚出发时间）。

17. (江苏省 2009 年 10 分) 如图，已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 1$ 的图象的顶点为 A ，二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象与 x 轴交于原点 O 及另一点 C ，它的顶点 B 在函数 $y = x^2 - 2x - 1$ 的图象的对称轴上。

(1) 求点 A 与点 C 的坐标；

(2) 当四边形 $AOBC$ 为菱形时，求函数 $y = ax^2 + bx$ 的关系式。



【答案】解：(1) $\because y = x^2 - 2x - 1 = (x-1)^2 - 2$ ， \therefore 顶点 A 的坐标为 $(1, -2)$ ，对称轴为 $x=1$ 。

又 \because 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象经过原点，且它的顶点在二次函数 $y = x^2 - 2x - 1$ 图象的对称轴 $x=1$ 上，

\therefore 点 C 和点 O 关于直线 $x=1$ 对称。 \therefore 点 C 的坐标为 $(2, 0)$ 。

(2) \because 四边形 $AOBC$ 是菱形，

\therefore 点 B 和点 A 关于直线 OC 对称。 \therefore 点 B 的坐标为 $(1, 2)$ 。

\because 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象经过点 $B(1, 2)$ ， $C(2, 0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} a+b=-2 \\ 4a+2b=0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a=-2 \\ b=4 \end{cases}$$

\therefore 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的关系式为 $y = -2x^2 + 4x$ 。

【考点】 二次函数的性质，点关于直线对称的性质，菱形的性质，曲线上点的坐标与方程的关系。

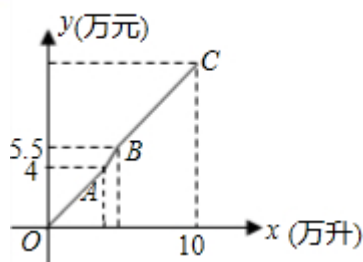
【分析】 (1) 把 $y = x^2 - 2x - 1$ 化为顶点式，即可求得点 A 的坐标。根据 $y = ax^2 + bx$ 的图象经过原点，且它的顶点在二次函数 $y = x^2 - 2x - 1$ 图象的对称轴 $x=1$ 上，可知点 C 和点 O 关于直线 $x=1$ 对称，从而根据点关于直线对称的性质求得点 C 的坐标。

(2) 由于四边形 $AOBC$ 是菱形，根据菱形的性质，知点 B 和点 A 关于直线 OC 对称，从而求得点 B 的坐标。由二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象经过点 $B(1,2)$ ， $C(2,0)$ ，根据点在曲线上点的坐标满足方程的关系，列方程组求解即可。

18. (江苏省 2009 年 12 分) 某加油站五月份营销一种油品的销售利润 y (万元) 与销售量 x (万升) 之间函数关系的图象如图中折线所示，该加油站截止到 13 日调价时的销售利润为 4 万元，截止至 15 日进油时的销售利润为 5.5 万元。(销售利润 = (售价 - 成本价) × 销售量)

请你根据图象及加油站五月份该油品的所有销售记录提供的信息，解答下列问题：

- (1) 求销售量 x 为多少时，销售利润为 4 万元；
- (2) 分别求出线段 AB 与 BC 所对应的函数关系式；
- (3) 我们把销售每升油所获得的利润称为利润率，那么，在 OA 、 AB 、 BC 三段所表示的销售信息中，哪一段的利润率最大？(直接写出答案)



五月份销售记录	
1 日:	有库存 6 万升, 成本价 4 元/升, 售价 5 元/升.
13 日:	售价调整为 5.5 元/升.
15 日:	进油 4 万升, 成本价 4.5 元/升.
31 日:	本月共销售 10 万升.

【答案】 解: (1) 根据题意, 当销售利润为 4 万元, 销售量为 $4 \div (5 - 4) = 4$ (万升)。

答: 销售量 x 为 4 万升时销售利润为 4 万元。

(2) \because 点 A 的坐标为 $(4, 4)$, 从 13 日到 15 日利润为 $5.5 - 4 = 1.5$ (万元),

\therefore 销售量为 $1.5 \div (5.5 - 4) = 1$ (万升)。 \therefore 点 B 的坐标为 $(5.5, 5.5)$ 。

设线段 AB 所对应的函数关系式为 $y = kx + b$,

$$\text{则} \begin{cases} 4 = 4k + b \\ 5.5 = 5k + b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = 1.5 \\ b = -2 \end{cases}.$$

\therefore 线段 AB 所对应的函数关系式为 $y = 1.5x - 2 (4 \leq x \leq 5)$ 。

\therefore 从 15 日到 31 日销售 5 万升, 利润为 $1 \times 1.5 + 4 \times (5.5 - 4.5) = 5.5$ (万元),

\therefore 本月销售该油品的利润为 $5.5 + 5.5 = 11$ (万元)。 \therefore 点 C 的坐标为 $(10, 11)$ 。

设线段 BC 所对应的函数关系式为 $y = mx + n$,

$$\text{则} \begin{cases} 5.5 = 5m + n \\ 11 = 10m + n \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} m = 1.1 \\ n = 0 \end{cases}.$$

\therefore 线段 BC 所对应的函数关系式为 $y = 1.1x (5 \leq x \leq 10)$ 。

(3) 线段 AB 。

【考点】 一次函数的应用, 待定系数法, 直线上点的坐标与方程的关系。

【分析】 (1) 根据公式: 销售利润 = (售价 - 成本价) \times 销售量, 在已知售价和成本价时, 可求销售利润为 4 万元时的销售量: 销售量 = 销售利润 \div (售价 - 成本价)。

(2) 分别求出点 A 、 B 、 C 的坐标, 根据点在直线上, 点的坐标满足方程的关系, 用待定系数法即可求出 AB 和 BC 所对应的函数关系式。

$$(3) \text{ } OA \text{ 段的利润率} = \frac{\text{销售利润}}{\text{销售量} \times \text{售价}} = \frac{4 \text{ 万元}}{4 \text{ 万升} \times 5 \text{ 元/升}} = 20\%;$$

$$AB \text{ 段的利润率} = \frac{\text{销售利润}}{\text{销售量} \times \text{售价}} = \frac{1.5 \text{ 万元}}{1 \text{ 万升} \times 5.5 \text{ 元/升}} \approx 27.3\%;$$

$$BC \text{ 段的利润率} = \frac{\text{销售利润}}{\text{销售量} \times \text{售价}} = \frac{5.5 \text{ 万元}}{5 \text{ 万升} \times 5.5 \text{ 元/升}} = 20\%.$$

$\therefore AB$ 段的利润率最大。

19. (江苏省南京市 2010 年 7 分) 已知点 $A(1, 1)$ 在二次函数 $y = x^2 - 2ax + b$ 的图象上。

(1) 用含 a 的代数式表示 b ;

(2) 如果该二次函数的图象与 x 轴只有一个交点, 求这个二次函数的图象的顶点坐标。

【答案】 解: (1) \because 点 $A(1, 1)$ 在二次函数 $y = x^2 - 2ax + b$ 的图象上,

$$\therefore 1 = 1 - 2a + b, \text{ 可得 } b = 2a.$$

(2) \because 二次函数的图象与 x 轴只有一个交点,

$$\therefore \text{方程 } x^2 - 2ax + b = 0 \text{ 有两个相等的实数根。}$$

$\therefore \Delta = 4a^2 - 4b = 4a^2 - 8a = 0$, 解得 $a=0$ 或 $a=2$ 。

当 $a=0$ 时, $y=x^2$, 这个二次函数的顶点坐标为 $(0, 0)$;

当 $a=2$ 时, $y=x^2-4x+4$, 这个二次函数的顶点坐标为 $(2, 0)$ 。

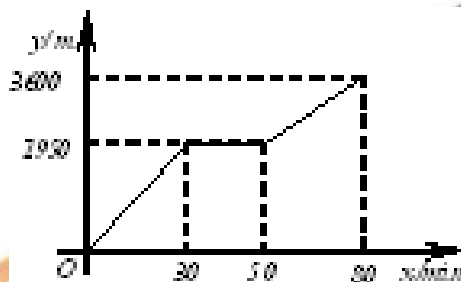
\therefore 这个二次函数的顶点坐标为 $(0, 0)$ 或 $(2, 0)$ 。

【考点】 曲线上点的坐标与方程的关系, 一元二次方程根的判别式, 二次函数的性质。

【分析】 (1) 根据题意得 $1=1-2a+b$, 所以 $b=2a$ 。

(2) 由题意知方程 $x^2-2ax+b=0$ 有两个相等的实数根, 所以 $4a^2-4b=0$, 由 (1) $b=2a$ 得 $4a^2-8a=0$, 解得 $a=0$, 或 $a=2$ 。从而分类可求得该二次函数的图象的顶点坐标。

20. (江苏省南京市 2011 年 7 分) 小颖和小亮上山游玩, 小颖乘会缆车, 小亮步行, 两人相约在山顶的缆车终点会合。已知小亮行走到缆车终点的路程是缆车到山顶的线路长的 2 倍, 小颖在小亮出发后 50 min 才乘上缆车, 缆车的平均速度为 180 m/min。设小亮出发 x min 后行走的路程为 y m。图中的折线表示小亮在整个行走过程中 y 与 x 的函数关系



(1) 小亮行走的总路程是 3600 m, 他途中休息了 20 min。

(2) ① 当 $50 \leq x \leq 80$ 时, 求 y 与 x 的函数关系式;

② 当小颖到达缆车终点为时, 小亮离缆车终点的路程是多少?

【答案】 解: (1) 3600, 20。

(2) ① 当 $50 \leq x \leq 80$ 时, 设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx+b$ 。

根据题意, 当 $x=50$ 时, $y=1950$; 当 $x=80$, $y=3600$ 。

$\therefore \begin{cases} 50k+b=1950 \\ 8k+b=3600 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=55 \\ b=-800 \end{cases}$ 。所以, y 与 x 的函数关系式为 $y=55x-800$ 。

② 缆车到山顶的路线长为 $3600 \div 2 = 1800$ (m),

缆车到达终点所需时间为 $1800 \div 180 = 10$ (min)。

小颖到达缆车终点时, 小亮行走的时间为 $10+50=60$ (min)。

把 $x=60$ 代入 $y=55x-800$, 得 $y=55 \times 60 - 800 = 2500$ 。

所以, 当小颖到达缆车终点时, 小亮离缆车终点的路程是 $3600-2500=1100$ (m).

【考点】一次函数的图象和应用, 待定系数法, 直线上点的坐标与方程的关系.

【分析】(1) 看图可知, 小亮行走的总路程是 $3600m$, 他途中休息了 $50-30=20$ min.

(2) 当 $50 \leq x \leq 80$ 时, 求 y 与 x 的函数关系式, 看图可知, 点 $(50, 1950)$, $(80, 3600)$ 在函数图像上, 坐标满足函数关系式, 用待定系数可求.

由路程, 速度, 时间的关系求出缆车到达终点所需时间, 从而求出小颖到达缆车终点时, 小亮行走的时间, 代入函数关系式即得小亮离缆车终点的路程.

21. (江苏省南京市 2011 年 7 分) 已知函数 $y = mx^2 - 6x + 1$ (m 是常数).

(1) 求证: 不论 m 为何值, 该函数的图象都经过 y 轴上的一个定点;

(2) 若该函数的图象与 x 轴只有一个交点, 求 m 的值.

【答案】解: (1) 当 $x=0$ 时, $y=1$.

\therefore 不论 m 为何值, 函数 $y = mx^2 - 6x + 1$ 的图象经过 y 轴上的一个定点 $(0, 1)$.

(2) ① 当 $m=0$ 时, 函数 $y = -6x + 1$ 的图象与 x 轴只有一个交点;

② 当 $m \neq 0$ 时, 若函数 $y = mx^2 - 6x + 1$ 的图象与 x 轴只有一个交点, 则方程 $mx^2 - 6x + 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 所以 $(-6)^2 - 4m = 0$, $m = 9$.

综上, 若函数 $y = mx^2 - 6x + 1$ 的图象与 x 轴只有一个交点, 则 m 的值为 0 或 9 .

【考点】函数图象上点的坐标与方程的关系, 二次函数与一元二次方程的关系.

【分析】(1) 由于二次函数的常数项为 1 , 故 $x=0$ 时, $y=1$ 得证.

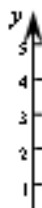
(2) 虑一次函数和二次函数两种情况. $m=0$ 函数为一次函数, 与 X 轴有一个交点. $m \neq 0$ 函数为二次函数, 由函数 $y=f(x)$ 与 X 轴有一个交点的要求, 对应的一元二次方程 $f(x)=0$ 有两个相等的实数根, 即根的判别式等于 0 , 从而求解. 也可以考虑二次函数顶点的纵坐标为 0 求解, 即 $\frac{4 \cdot m \cdot 1 - (-6)^2}{4m} = 0 \Rightarrow m = 9$.

22. (江苏省南京市 2011 年 11 分) 问题情境: 已知矩形的面积为 a (a 为常数, $a > 0$), 当该矩形的长为多少时, 它的周长最小? 最小值是多少?

数学模型: 设该矩形的长为 x , 周长为 y , 则与 x 的函数关系式为 $y = 2(x + \frac{a}{x}) (x > 0)$.

探索研究: (1) 我们可以借鉴以前研究函数的经验, 先探索函数 $y = x + \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图象性质.

17. 填写下表, 画出函数的图象:



x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
y

②观察图象，写出该函数两条不同类型的性质；

③在求二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的最大(小)值时，除了通过观察图象，还可以通过配方

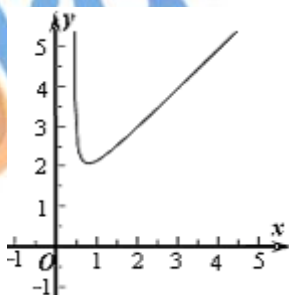
得到. 请你通过配方求函数 $y = x + \frac{1}{x} (x > 0)$ 的最小值.

解决问题: (2) 用上述方法解决“问题情境”中的问题，直接写出答案.

【答案】 解: (1) ①

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
y	$\frac{17}{4}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{17}{4}$

函数 $y = x + \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图象如图:



②本题答案不唯一，下列解法供参考.

当 $0 < x < 1$ 时， y 随 x 增大而减小；当 $x > 1$ 时， y 随 x 增大而增大；当 $x = 1$ 时函数

$y = x + \frac{1}{x} (x > 0)$ 的最小值为 2.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3} \quad y = x + \frac{1}{x} &= (\sqrt{x})^2 + \left(\sqrt{\frac{1}{x}}\right)^2 = (\sqrt{x})^2 + \left(\sqrt{\frac{1}{x}}\right)^2 - 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{1}{x}} + 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{1}{x}} \\
 &= \left(\sqrt{x} - \sqrt{\frac{1}{x}}\right)^2 + 2
 \end{aligned}$$

当 $\sqrt{x} - \sqrt{\frac{1}{x}} = 0$ ，即 $x = 1$ 时，函数 $y = x + \frac{1}{x} (x > 0)$ 的最小值为 2.

(2) 当该矩形的长为 \sqrt{a} 时，它的周长最小，最小值为 $4\sqrt{a}$ 。

【考点】画和分析函数的图象,配方法求函数的最大(小)值。(学科网 www.zxxk.com)

【分析】(1)将 x 值代入函类数关系式求出 y 值,描点作图即可. 然后分析函数图像.

$$\begin{aligned} \text{(2)仿(1)③ } y &= 2\left(x + \frac{a}{x}\right) = 2\left[(\sqrt{x})^2 + \left(\sqrt{\frac{a}{x}}\right)^2\right] \\ &= 2\left[(\sqrt{x})^2 + \left(\sqrt{\frac{a}{x}}\right)^2 - 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{a}{x}} + 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{a}{x}}\right] = 2\left(\sqrt{x} - \sqrt{\frac{a}{x}}\right)^2 + 4\sqrt{a} \end{aligned}$$

所以, 当 $\sqrt{x} - \sqrt{\frac{a}{x}} = 0$, 即 $x = \sqrt{a}$ 时, 函数 $y = 2\left(x + \frac{a}{x}\right) (x > 0)$ 的最小值为 $4\sqrt{a}$