

重庆一中初 2013 级 12—13 学年度上期半期考试 数 学 试 卷

(全卷共五个大题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$

一、选择题 (本大题 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分) 在每个小题的下面, 都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案, 其中只有一个是正确的, 请将正确答案的代号填在答题卷中相应的位置上.

1. 计算 $x^6 \div x^3$ 的结果是 ()

- A. x^2 B. x^3 C. $2x$ D. $3x$

2. 将抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 沿直角坐标平面先向左平移 1 个单位, 再向上平移 2 个单位, 得到了抛物线的解析式为 ()

- A. $y = (x-2)^2 + 4$ B. $y = x^2 + 4$ C. $y = (x-2)^2$ D. $y = x^2$

3. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, $AB = 13$, $BC = 5$, 则 $\cos A$ 的值是 ()

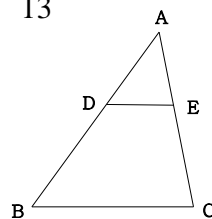
- A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

4. 不等式 $-\frac{1}{2}x + 1 < -3$ 的解集是 ()

- A. $x > 2$ B. $x > 4$ C. $x > 8$ D. $x < 8$

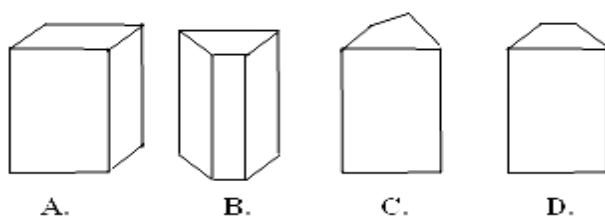
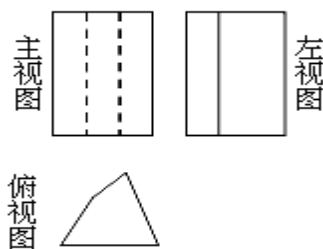
5. 如图, D、E 分别是 AB、AC 边上的点, $DE \parallel BC$, 若 $AD:DB = 2:3$, 则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为 ()

- A. 2: 3 B. 4: 9 C. 2: 5 D. 4: 25



第 5 题图

6. 一个几何体的三种视图如图所示, 则这个几何体是 ()



第 6 题图

7. 在函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上有三个点的坐标分别为 $(1, y_1)$ 、 $(\frac{1}{2}, y_2)$ 、 $(-3, y_3)$, 函数值 y_1 、 y_2 、

y_3 的大小关系是 () .

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_3 < y_2 < y_1$ C. $y_2 < y_1 < y_3$ D. $y_3 < y_1 < y_2$

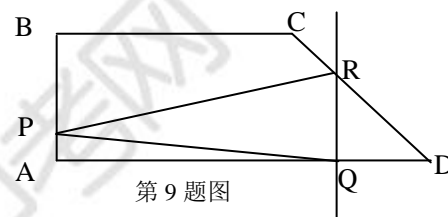
8. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的 y 与 x 的部分对应值如下表:

x	...	-1	0	1	3	...
y	...	-3	1	3	1	...

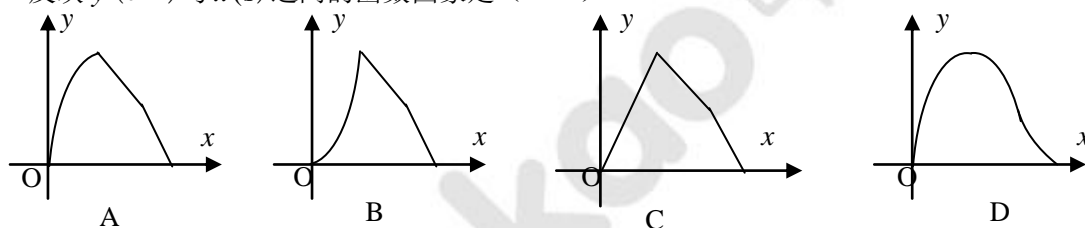
则方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的正根介于 ()

- A. 3 与 4 之间 B. 2 与 3 之间 C. 1 与 2 之间 D. 0 与 1 之间

9. 如图, 在直角梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 1\text{cm}$, $AD = 3\text{cm}$, $\angle D = 45^\circ$. 点 Q 以 2cm/s 的速度从点 D 开始沿 DA (包括端点) 运动, 过点 Q 作 AD 的垂线交梯形的一边于点 R. 同时点 P 以 1cm/s 的速度从点 A 沿 AB、BC (包括端点) 运动. 当点 P 与点 R 相遇时, 点 Q 与点 P 即停止运动. 设点 Q 与点 P 运动的时间是 $x(\text{s})$, $\triangle PQR$ 的面积为 $y(\text{cm}^2)$. 则能反映 $y(\text{cm}^2)$ 与 $x(\text{s})$ 之间的函数图象是 ()



第 9 题图



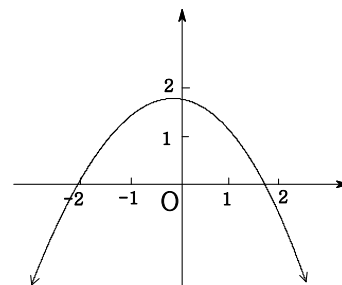
10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于点 $(-2, 0)$ 、 $(x_1, 0)$,

且 $1 < x_1 < 2$, 与 y 轴正半轴的交点在 $(0, 2)$ 的下方, 在原点的上方. 下列结论:

- ① $4a - 2b + c = 0$; ② $2a - b < 0$; ③ $2a - b > -1$; ④ $2a + c < 0$;
⑤ $b > a$

其中正确结论的个数是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5



第 10 题图

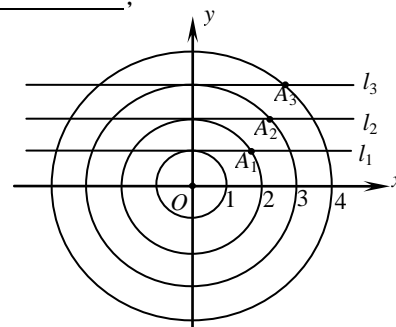
二、填空题 (本大题 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分) 在每小题中, 请将答案填在答题卷相应位置的横线上.

11. 分解因式: $4x^2 - 16 =$ _____.

12. 为迎战中考体育, 我校初三学生常利用课余时间练习跳绳. 某班 6 位同学一分钟跳绳的个数分别是: 190、185、193、186、188、190, 则这组数据的中位数是 _____.

13. 抛物线 $y = ax^2 - 4x + a - 3$ 的图象的最低点在 x 轴上, 则 a 的值为 _____;

14. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A_1 是以原点 O 为圆心, 半径为 2 的圆与过点 $(0, 1)$ 且平行于 x 轴的直线 l_1 的一个交点; 点 A_2 是以原点 O 为圆心, 半径为 3 的圆与过点



第 14 题图

(0, 2) 且平行于 x 轴的直线 l_2 的一个交点; ……按照

这样的规律进行下去, 点 A_{12} 的坐标为_____.

15. 在不透明的口袋中, 有五个形状、大小、质地完全相同的小球, 五个小球上分别标有数字 -2、-1、0、2、3, 现从口袋中任取一个小球, 并将该小球上的数字作为点 C 的横坐标, 然后放回摇匀, 再从口袋中任取一个小球, 并将该小球上的数字作为点 C 的纵坐标, 则点 C 恰好与点 $A(-2, 2)$ 、 $B(3, 2)$ 构成直角三角形的概率是_____.
16. 甲、乙、丙三人到商店去买东西, 每人都花了整数元, 他们一共花了 32 元. 甲、乙两人花费的差额 (即两人所花钱的差的绝对值, 下同) 是 19 元, 乙、丙两人花费的差额是 7 元, 甲、丙两人花费的差额是 12 元, 则甲花费了_____元.

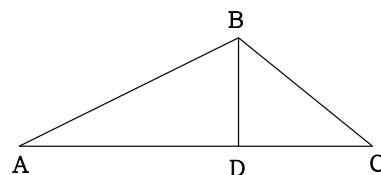
三、解答题 (本大题 4 个小题, 每小题 6 分, 共 24 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤.

17. 计算: $-1^4 + (\frac{1}{2})^{-2} + \sqrt{12} + (1 - \sqrt{2})^0 - 2 \tan 60^\circ$

18. 解分式方程: $1 - \frac{1-x}{2x-1} = \frac{4}{2-4x}$

19. 求抛物线 $y = -(2x+1)(2x-5)$ 的对称轴和顶点坐标.

20. 已知如图, $\triangle ABC$ 中, $BD \perp AC$ 于 D , $\tan A = \frac{1}{2}$, $BD=3$, $AC=10$. 求 $\sin C$

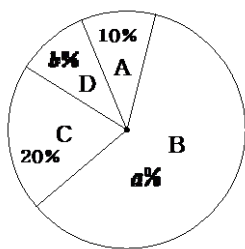


四、解答题: (本大题共 4 个小题, 每小题 10 分, 共 40 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤.

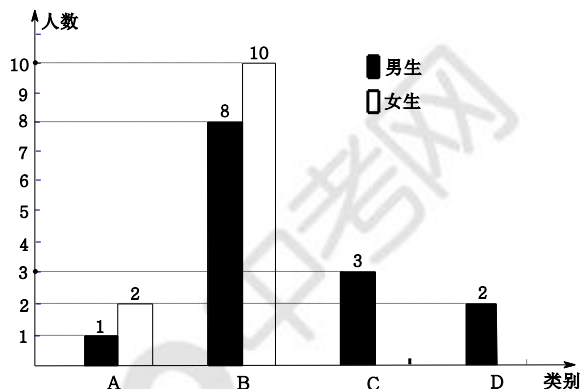
21. 先化简, 再求值: $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + x} \div (\frac{3}{x+1} - x + 1) + \frac{1}{x+2}$, 其中 x 为方程 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 的解.

22. 为了解初三学生学习状况，某班班主任对本班部分学生进行了为期半个月的跟踪调查，将调查结果分成四类，A：很好；B：好；C：一般；D：较差；并将调查结果绘制成以下两幅不完整的统计图，请你根据统计图解答下列问题：

学生学习状况调查扇形统计图



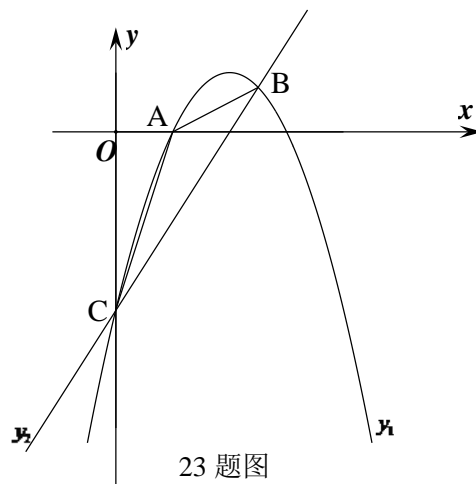
学生学习状况调查条形统计图



- (1) 本次调查中，一共调查了_____名同学，其中 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 将条形统计图补充完整，并在图上标明数值；
- (3) 为了共同进步，老师想从被调查的A类和D类学生中分别选取一位同学进行“一帮一”互助学习，请用列表法或画树状图的方法列出所有等可能的结果，并求出所选两位同学恰好是一位男同学和一位女同学的概率。

23. 如图，已知抛物线 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 的顶点坐标为 $(2, 1)$ ，且经过点 $B(\frac{5}{2}, \frac{3}{4})$ ，抛物线对称轴左侧与 x 轴交于点 A，与 y 轴相交于点 C.

- (1) 求抛物线解析式 y_1 和直线 BC 的解析式 y_2 ；
- (2) 连结 AB 、 AC ，求 $\triangle ABC$ 的面积.
- (3) 根据图象直接写出 $y_1 < y_2$ 时自变量 x 的取值范围.

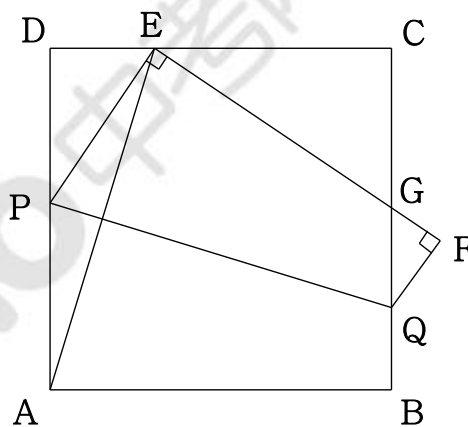


23 题图

24. 已知正方形 $ABCD$ ，点 P 、 Q 分别是边 AD 、 BC 上的两动点，将四边形 $ABQP$ 沿 PQ 翻折得到四边形 $EFQP$ ，点 E 在线段 CD 上， EF 交 BC 于 G ，连结 AE 。

求证：(1) EA 平分 $\angle DEF$ ；

(2) $EC+EG+GC=2AB$ 。



五、解答题：（本大题 2 个小题，第 25 小题 10 分，第 26 小题 12 分，共 22 分）解答时每小
题必须给出必要的演算过程或推理步骤。

25. 金秋十月，某果树种植基地种植的柑橘喜获丰收，第一天销售量就为 1650 千克，第二天销售量为 1750 千克，且销售量 p （千克）与天数 x （天）（ $1 \leq x \leq 7$ 且 x 为整数）满足一次函数关系。而市场价格 q （元/千克）与天数 x （天）之间满足 $q = -0.2x + 5$ （ $1 \leq x \leq 7$ 且 x 为整数）。

- (1) 求销售量 p （千克）与天数 x （天）（ $1 \leq x \leq 7$ 且 x 为整数）之间的函数关系式；
- (2) 第几天的销售额最大？并求这个最大值及当天价格和销售量；
- (3) 由于同类产品的大量上市，销售第二周平均每天的价格在 (2) 中价格的基础上下降了 $8a\%$ （ $0 < a < 10$ ），平均每天的销售量在 (2) 中销售量的基础上上涨了 $5a\%$ 。同时，根据市场需求，该果园基地在第二周还将 4100 千克的柑橘深加工，将橘子果肉与冰糖水等按 4:6 的比例制成橘子罐头，并按每瓶 500 克的方式装瓶出售（制作过程中的损耗忽略不计），已知平均每千克的橘子含 0.6 千克的果肉。每瓶橘子罐头的成本

为 3.5 元，按比成本价高 $20a\%$ 的售价出售，该基地第二周将这批橘子罐头全部售出，第二周该果园基地销售总额共计 143500 元，请你参考以下数据，估算出 a 的整数值.
 $(\sqrt{6} \approx 2.4, \sqrt{8} \approx 2.8, \sqrt{174} \approx 13.4)$

26. 如图，已知直线 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 交坐标轴于 A、B 两点，以线段 AB 为边向上作正方形

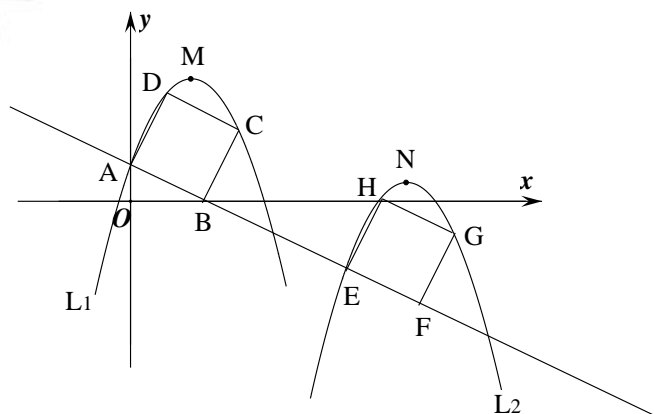
ABCD，过 A、D、C 作抛物线 L_1 .

(1) 请直接写出点 C、D 的坐标；

(2) 求抛物线 L_1 的解析式；

(3) 若正方形以每秒 $\sqrt{5}$ 个长度单位的速度沿射线 AB 下滑，直至顶点 D 落在 x 轴上时停止. 设正方形在运动过程中落在 x 轴下方部分的面积为 S . 求 S 关于滑行时间 t 的函数关系式.

(4) 在 (3) 的条件下，抛物线 L_1 与正方形一起平移，同时停止，得到抛物线 L_2 . 两抛物线的顶点分别为 M、N，点 P 是 x 轴上一动点，点 Q 是抛物线 L_1 上一动点，是否存在这样的点 P、Q，使得以 M、N、P、Q 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



命题人：吴 献
 审题人：李 兰