

2011 年 12 月 24 日六年级世奥赛答案解析

一、 填空题（每题 5 分，共 60 分）

1. 有若干个小朋友，他们的年龄各不相同。将他们的年龄分别代入方框中都能使不等式成立，这些小朋友最多有____个。

$$\frac{1}{2} < \frac{5}{\square} < \frac{3}{4}$$

【解析】这是一道估算题，我们发现，分子都不相同，先把分子化相同，都变成 15，那

么就有 $\frac{15}{30} < \frac{15}{\square \times 3} < \frac{15}{20}$ ；也就是 $6.6 < \square < 10$ ；

那么方框里面可以填的数字是：7、8、9。也就是有 3 个小朋友。

2. 布袋中有 60 个形状、大小相同的木块，每 6 块编上相同的号码，那么一次至少取出____块，才能保证其中至少有三块号码相同。

【解析】 $60 \div 6 = 10$ ；10 个数字，每个数字有 6 块方块；要保证其中至少有三块号码相同，按照“点背原则”，即最不利原则，每个数字都取出 2 块，然后再随便拿一块，都有数字相同。 $2 \times 10 + 1 = 21$

3. 有四张卡片，上面分别写有 0、1、2、4 四个数字，从中任意抽出三张卡片组成三位数，这些卡片共可组成____个不同的三位数。

【解析】方法一：分类枚举：没有“0”卡片时，用“1”“2”“4”三张卡片组成三位数有 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (种)；

“0”“1”“2”可以组成 $2 \times 2 \times 1 = 4$ 个；

“0”“1”“4”可以组成 $2 \times 2 \times 1 = 4$ 个；

“0”“2”“4”可以组成 $2 \times 2 \times 1 = 4$ 个；

一共有： $6 + 4 \times 3 = 18$ (种)。

方法二：乘法原理： $3 \times 3 \times 2 = 18$ (种)

4. 龟兔赛跑，全程 5.4 千米，兔子每小时跑 25 千米，乌龟每小时跑 4 千米，乌龟不停的

跑，但兔子却边跑边玩，它先跑 1 分，然后玩 15 分，又跑 2 分，然后玩 15 分，再跑 3 分，玩 15 分……，那么先到达终点的比后到达终点的快____分。

【解析】乌龟跑完全程要 $5.4 \div 4 = 1.35$ (小时) = 81 (分钟)；

兔子不休息的话需要： $5.4 \div 25 = 0.216$ (小时) = 12.96 (分钟)；

我们把总的时间按照兔子休息阶段来分： $12.96 = 1 + 2 + 3 + 4 + 2.96$ (分钟)；

兔子需要的时间是： $12.96 = 1 + 15 + 2 + 15 + 3 + 15 + 4 + 15 + 2.96 = 72.96$ (分钟)；

兔子比乌龟快： $81 - 72.96 = 8.04$ (分钟)

5. 有梨和苹果若干个，梨的个数是全部的 $\frac{3}{5}$ 少 17 个，苹果的个数是全部的 $\frac{4}{7}$ 少 31 个，那么

梨和苹果的个数共有____个。

【解析】方法一、设全部为 35 份，梨是 21 份少 17 个；苹果是 20 份少 31 个。那么梨和苹果一共是：41 份少 48 个，多了 6 份，少了 48 个。6 份是 48 个，一份是 8 个，共 $35 \times 8 = 280$ (个)；

方法二、 $\frac{3}{5} + \frac{4}{7} = \frac{41}{35}$ ；多了 $\frac{6}{35}$ ，而一共少了 48 个，那么一共： $48 \div \frac{6}{35} = 280$ (个)。

方法三、方程，设梨和苹果的个数共有 x 个，

那么： $\frac{3}{5}x - 17 + \frac{4}{7}x - 31 = x$ ；

$\frac{6}{35}x = 48$ ；

$x = 280$ 。

6. 小明从家到学校有两条一样长的路，一条是平路，另一条的一半是上坡路，一半是下坡路，小明上学两条路所用时间一样，已知下坡的速度是平路的 $\frac{3}{2}$ 倍，那么上坡路的速度是平路的____。

【解析】设一半的路程为 1；平路的速度为 $v_{\text{平}}$ ；

那么总路程为 2，上坡的速度为 $\frac{3}{2}v_{\text{平}}$ ；

平路用的时间是 $\frac{2}{v_{\text{平}}}$ ；下坡用的时间是 $1 \div \frac{3}{2} v_{\text{平}} = \frac{2}{3v_{\text{平}}}$ ；

那么上坡用的时间是 $\frac{2}{v_{\text{平}}} - \frac{2}{3v_{\text{平}}} = \frac{4}{3v_{\text{平}}}$ ；

于是上坡的速度是 $1 \div \frac{4}{3v_{\text{平}}} = \frac{3}{4} v_{\text{平}}$ 。

上坡速度是平路速度的 $\frac{3}{4}$ 。

7. 一位少年短跑选手，顺风跑 90 米用了 10 秒钟。在同样的风速下，逆风跑 70 米，也用了 10 秒钟。在无风的时候，他跑 100 米要用_____。

【解析】这是一道非典型性的流水行船问题（当然，不建议这么出题目，不科学）

$$v_{\text{逆}} = 70 \div 10 = 7 \text{ (米/秒)};$$

$$\text{又 } v_{\text{逆}} = v_{\text{静}} - v_{\text{风}} \text{ 且 } v_{\text{顺}} = v_{\text{静}} + v_{\text{风}}; \text{ 那么 } v_{\text{静}} = 8 \text{ (米/秒)};$$

无风时，跑 100 米，用时 $100 \div 8 = 12.5$ (秒)。

8. 如果在 81 个零件中混杂了重量稍轻的次品，其余 80 个正品重量相同，用天平（不用砝码）最少称_____次就能把次品找出来。

【解析】这是一种利用进制的分析方法，81 分成三份，每份 27 个；取两份用天平称一下，如果一样，次品在第三份；如果不一样，次品在轻的那一组。一次

27 个分成三份，每份 9 份，同上操作；二次

9 个分成三份，每份 3 份，同上操作；三次

3 个分成三份，如果称出来是一样的，没称的是次品，如果不一样，轻的是次品。四次
答案是四次。

9. 某商品按原价出售，每个可获利润 45 元。如果按定价的 70% 出售 10 件，与按定价每个减价 25 元出售 12 件所获得的利润一样多，那么这种商品每件定价_____元。

【解析】方法一、按照定价的 70% 出售 10 件，与按定价每个减价 25 元出售 12 件的利

润一样多。与按定价每个减价 25 元出售 12 件的利润为

$$12 \times (45 - 25) = 240 \text{ (元)};$$

按定价 70% 出售每件获利为 $240 \div 10 = 24$ (元); 也就是减价了 $45 - 24 = 21$ (元),

那么原价就是 $21 \div (1 - 70\%) = 70$ (元)。

方法二、方程法, 设商品定价为 x 元。

$$\text{那么 } 10 \times (45 - 0.3x) = 12 \times (45 - 25);$$

$$(45 - 0.3x) = 24;$$

$$\text{移项: } 45 - 24 = 0.3x$$

$$0.3x = 21;$$

$$x = 70。$$

10. A、B、C 三人进行乒乓球赛, 两人比赛一人观战, 每赛一场后胜者继续打, 负责换另一个人上场, 一直这样进行下去, 结果 A 胜了 11 场, B 胜了 9 场, C 胜了 3 场, 那么 C 共打了____场。

【解析】一共打了 $11 + 9 + 3 = 23$ (场), 因为是轮换, 所以一个人不可能连着赢另一人两次。有 20 场是 C 没有赢的, 那么一定是 C 上与不上间隔出现的。所以 20 场中 C 输了 10 场。那么 C 打的场次就是 $(23 - 3) \div 2 + 3 = 13$ (场)。

$$\text{A 打的场次是: } (23 - 11) \div 2 + 11 = 17 \text{ (场)};$$

$$\text{B 打的场次是: } (23 - 9) \div 2 + 9 = 16 \text{ (场)};$$

11. 一个旅行团租车出游, 平均每人应付车费 30 元。后来又增加了 8 人, 这样每人应付的车费是 24 元, 那么租车费是____元。

【解析】方法一、(盈亏问题、盈亏公式) $(24 \times 8 - 0) \div (30 - 24) = 32$ (人) 是原有的人数; 车费: $32 \times 30 = 960$ (元)。

方法二、方程, 设原来有 x 人, 车费为 y 元;

$$\begin{cases} 30x = y \\ 24 \times (x + 8) = y \end{cases}; \text{解二元一次方程组, 得 } y = 960。$$

12. 如图所示，ABCD 是直角梯形，四边形 AEGF，MBKN 都是正方形且 $AE=MB, EP=KC=9, DF=PM=4$ ，则三角形 DPC 的面积是_____。

【解析】这里用相似模型（小学平面几何四大模型之一）

$\because AEGF, MBKN$ 都是正方形，

$\therefore NK \parallel FG \parallel AB$

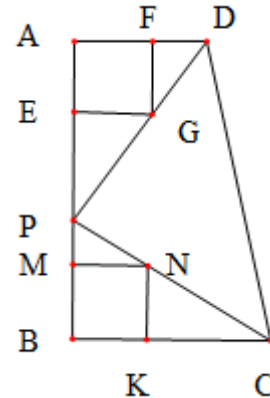
则在 $\triangle BCP$ 内有 $NK:PB=CK:CB$ ；在 $\triangle APD$ 内有

又 $AE=MB$ ，取正方形边长为 a 时，

有 $9:(9+a)=a:(a+4)$ ， $a^2+9a=9a+36$ ；

$a=6$ 。那么 $\triangle DPC$ 可以用大的梯形 ABCD 的面积减去两个小的三角形的面积来得到；

则 $S_{\triangle DPC}=162.5$ 。



二、解答题（每题 10 分，共 40 分）

1. 某商品按原定价出售，每件利润为成本的 25%，后来按原定价的 90% 出售，结果每天售出的件数比降价前增加了 1.5 倍。问后来每天经营这种商品的总利润比降价前增加了百分之几？

【解析】这里没有给出具体的原定价和成本，而问题也没有涉及具体的数据，只要求百分比就可以了：

那么我们可以设原来的成本为 4 元，那么原定价就是 $4 \times (1+0.25)=5$ 元，取原来售出量为 a 个；则每天的总利润是： a 元；

后来按照定价的 90% 出售，价格变成 4.5 元，售出件数增加了 1.5 倍，则每天销售量为：

$(1+1.5)a=2.5a$ ；

后来每天的总利润： $(4.5-4) \times 2.5a=1.25a$ （元）；

那么后来每天的总利润比降价前增加了： $(1.25a-a) \div a=25\%$ 。

也就是每天的总利润比降价前增加了百分之二十五。

2. 现有三堆苹果，其中第一堆的个数比第二堆多，第二堆的个数比第三堆多。如果从每堆

苹果中各取出一个，那么所剩下的苹果中，第一堆个数是第二堆的 3 倍；如果从每堆苹果中各取出同样多个，使得第一堆还剩下 34 个，则第二堆所剩下的苹果数是第三堆的 2 倍。问原来这三堆苹果数之和的最大值是多少？

【解析】设三堆苹果分别有 x 个、 y 个、 z 个；

由第一次拿的情况，可以得： $x-1=3\times(y-1)$ ；有 $x=3y-2$ ；

由第二次拿的情况，第二堆还剩下 $y-(x-34)$ ；第三堆还剩下 $z-(x-34)$ 。

所以有 $y-(x-34)=2\times[z-(x-34)]$ ；

可以得： $x=2z-y+34$ ；

于是有 $z=2y-18$

那么 $x=3y-2$ ； $z=2y-18$ ； $x+y+z=3y-2+y+2y-18=6y-20$ ；

又一开始有设定： $x>y>z$ ；即 $6y-20<y<3y-2$ ；

$1<y<18$ ；

要使三堆的数量总和为最大，那么取 y 最大，为 17，数量和最大为：82。

3. 有一个蓄水池装有 9 根水管，其中 1 根为进水管，其余 8 根为相同的出水管，，进水管以均匀的速度不停地向这个蓄水池注水，后来有人想打开出水管，使池内的水全部排光（这时池内已经注入一些水。）如果 8 根出水管全部打开，需 3 小时把池内的水全部排完，如果仅打开 5 根出水管，需 6 小时把池内的水全部排出，要想 9 小时把池内的水排完，需要同时打开多少根排水管？

【解析】（牛吃草问题）

∵ 每根管子的速度相同，我们可以设每根管子，每小时出水的量都是 1；

我们需要先求出进水速度： $(5\times6-3\times8)\div(6-3)=2\frac{\text{份}}{\text{小时}}$

那么 8 根管子，3 小时排完，原来的蓄水量是 $(8-2)\times3=18$ 份；

要 9 小时排完水，用牛吃草问题中的分工合作的方法，应该是： $18\div9=2$ （根）；

$2+2=4$ （根），需要同时打开 4 根排水管。

4. 有甲、乙、丙三辆汽车，各以一定的速度从 A 地开往 B 地，乙比丙晚出发 10 分钟，出发后 40 分钟追上丙，甲比乙又晚出发 20 分钟，出发后 1 小时 40 分钟追上丙，那么甲出发后需多少分钟才能追上乙？

【解析】多人追及问题： $S_{\text{追}} = v_{\text{差}} t_{\text{追}}$ ；

乙比丙晚出发 10 分钟，出发后 40 分钟追上丙；

用比例可知，乙 40 分钟跑的路程和丙 $40+10=50$ 分钟跑的路程一样，

那么我们可以知道乙和丙的速度比 $v_{\text{乙}} : v_{\text{丙}} = 5 : 4$ ；

甲又比乙晚出发 20 分钟，那么甲比丙晚 $20+10=30$ 分钟；

出发后 1 小时 40 分钟追上丙，那么甲 100 分钟跑的路程和丙 130 分钟跑的路程一样多，

所以甲和丙的速度比 $v_{\text{甲}} : v_{\text{丙}} = 13 : 10$ ；

那么 $v_{\text{甲}} : v_{\text{乙}} = 26 : 25$ ；那么甲追上乙需要的时间是： $20 \div (26-25) \times 25 = 500$ （分钟）

甲出发后需要 500 分钟追上乙。