



学而思第六届选拔考试暨思维能力展示数学试卷

成都分校 八年级

总分 150 分 考试时间 90 分钟

【考试须知】请将试题答案填写到答题卷上。

A 卷 (共 100 分)

第 I 卷 (选择题, 共 30 分)

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分, 每小题均有四个选项, 其中只有一项符合题目要求)

1. 下列运算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $2\sqrt{2} - 2 = \sqrt{2}$ C. $a^{-2} = \frac{1}{a^2} (a \neq 0)$ D. $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

2. 如图 1, 将一副常规的三角尺按如图方式放置, 则图中 $\angle AOB$ 的度数为 ()

A. 75° B. 95° C. 105° D. 120°

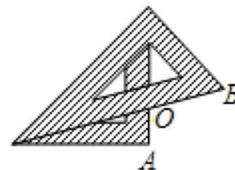


图 1

3. 要使 $\sqrt{3-x} + \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ 有意义, 则 x 应满足 ()

A. $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ B. $x \leq 3$ 且 $x \neq \frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2} < x < 3$ D. $\frac{1}{2} < x \leq 3$

4. 甲、乙两条绳共长 17m, 如果甲绳减去 $\frac{1}{5}$, 乙绳增加 1m, 两条绳长相等, 求甲、乙两条绳各长多少米。若设甲绳长 x (m), 乙绳长 y (m), 则可列方程组 ()

A. $\begin{cases} x+y=17 \\ x-\frac{1}{5}=y+1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=17 \\ x-\frac{1}{5}x=y+1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+y=17 \\ x+\frac{1}{5}x=y-1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=17 \\ x+\frac{1}{5}x=y+1 \end{cases}$

5. 点 $M(1, -2)$ 关于原点对称的点的坐标是 ()

A. $(-1, -2)$ B. $(1, 2)$ C. $(-1, 2)$ D. $(-2, 1)$

6. 已知 $a-b=2+\sqrt{3}$, $b-c=2-\sqrt{3}$, 则 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 的值为 ()

A. $10\sqrt{3}$ B. $12\sqrt{3}$ C. 10 D. 15

7. 将直线 $y=-2x+4$ 向左平移 2 个单位后, 得到的抛物线的解析式是 ()

A. $y=-2x$ B. $y=-2x+6$ C. $y=-2x+8$ D. $y=-2x+2$

8. 若实数 a, b, c 满足 $a+b+c=0$, 且 $a < b < c$, 则函数 $y=ax+c$ 的图象可能是 ()

9. 如图 2, 在四边形 ABCD 中, 动点 P 从点 A 开始沿 ABCD 的路径匀速前进到 D 为止。

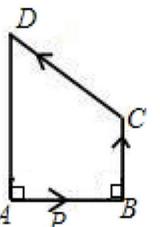
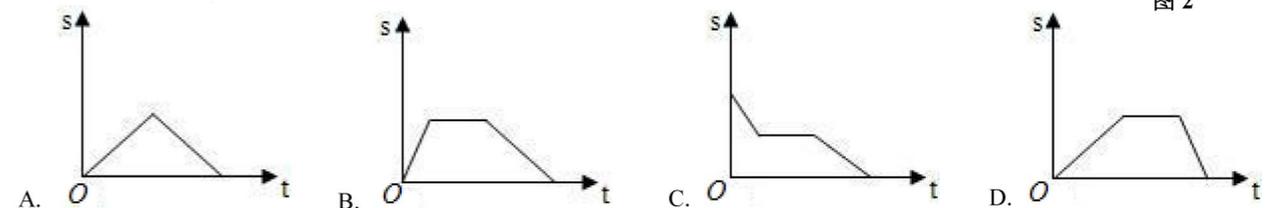
在这个过程中, $\triangle APD$ 的面积 S 随时间 t 的变化关系用图象表示正确的是 ()

图 2

10. 若 $3x^2 - x = 1$, 则 $9x^4 + 12x^3 - 2x^2 - 7x + 2008 =$ ()

A. 2011 B. 2010 C. 2009 D. 2008

第 II 卷 (非选择题, 共 70 分)

二、填空题 (每题 4 分, 满分 16 分)

11. 若单项式 $2a^2b^{x-y}$ 与 $-3a^{x+y}b^4$ 的和是单项式, 则 $x=$ _____, $y=$ _____。12. 若 $x^2 = 64$, 则 (1) $\sqrt[3]{x} =$ _____, (2) $\sqrt{x^2}$ 的算术平方根是 _____。13. 已知 $x=1$ 是分式方程 $\frac{1}{x+1} = \frac{3k}{x}$ 的根, 则实数 $k=$ _____。14. 矩形 ABCD 的对角线相交于点 O, $AB=4\text{cm}$, $\angle AOB=60^\circ$, 则矩形的面积为 _____ cm^2 。



【绝密★启用前】

号

姓名

学校

三、解答题 (本大题共 6 个小题, 共 54 分)

15. (本小题满分 12 分, 每题 6 分)

(1) 计算: $(\sqrt{3}-2)^0 - \left| 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{27} \right| + |3\sqrt{3}-4| + \frac{2}{\sqrt{3}+1}$;

(2) 解不等式组: $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ \frac{3x-1}{2} < \frac{2x+1}{3} \end{cases}$ 。

16. (本小题满分 6 分) 如图 3, 在一次测量活动中, 小华站在离旗杆底部(B 处)6 米的 D 处, 仰望旗杆顶端 A, 测得仰角为 60° ; 眼睛离地面的距离 ED 为 1.5 米。试帮助小华求出旗杆 AB 的高度。(结果精确到 0.1 米, $\sqrt{3} \approx 1.732$)

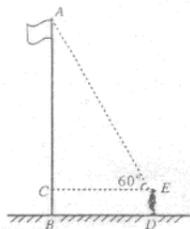


图 3

17. (本小题满分 8 分) 先化简, 再求值: $\left(\frac{3x}{x+1} - \frac{x}{x-1}\right) \div \frac{x-2}{x^2-1}$, 其中 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

18. (本小题满分 8 分) 已知: 如图 4, D 是 $\square ABC$ 的 BC 边上的中点, $DE \perp AC$, $DF \perp AB$, 垂足分别是 E、F, 且 $BF = CE$ 。

- (1) 求证: $\square ABC$ 是等腰三角形;
- (2) 当 $\angle A = 90^\circ$ 时, 试判断四边形 AFDE 是怎样的四边形, 证明你的结论。

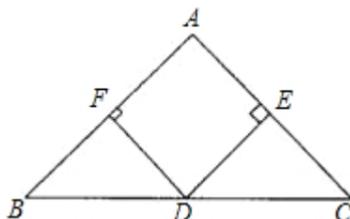


图 4

19. (本小题满分 10 分) 平面直角坐标系内有 (2, -1) (3, 3) 两点, 点 P 是 y 轴上一个动点, 求 P 到 A、B 距离之和最小时的坐标。

20. (本小题满分 10 分) 如图 5, 五边形 ABCDE 中, $AB = AE$, $BC + DE = CD$, $\angle ABC + \angle AED = 180^\circ$, 连接 AD, 求证: AD 平分 $\angle CDE$ 。

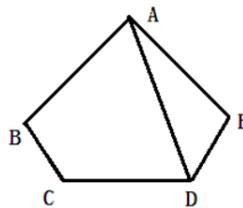


图 5

B 卷 (共 50 分)

一、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

21. 如图 6, 已知等腰梯形 ABCD, $AD \parallel BC$, $AD = 5\text{cm}$, $BC = 11\text{cm}$, 高 $DE = 4\text{cm}$, 则梯形的周长为 _____ cm。

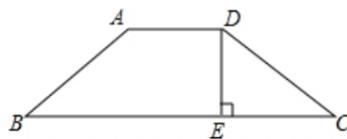


图 6

22. 已知恒等式:

$(x^2 - x + 1)^6 = a_0 + a_1x^1 + a_2x^3 + \dots + a_{10}x^{10} + a_{11}x^{11} + a_{12}x^{12}$, 则 $(a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} + a_{12})^2 - (a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11})^2 =$ _____。

23. 如图 7 所示, $OA = OB$, 数轴上点 A 表示的数是 _____。

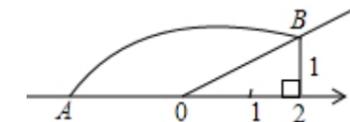


图 7

24. 若 $\sqrt{\frac{x}{2-x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2-x}}$ 成立, 则 x 的取值范围是 _____。

25. 若不等式组 $\begin{cases} x+8 < 4x-1 \\ x > m \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$, 则 m 的取值范围是 _____。

二、解答题 (本大题共 3 个小题, 共 30 分)

26. (本小题满分 8 分) 已知: 如图 8, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 45^\circ$, $CD \perp AB$ 于 D, BE 平分 $\angle ABC$, 且 $BE \perp AC$ 于 E, 与 CD 相交于点 F, H 是 BC 边的中点, 连接 DH 与 BE 相交于点 G。

- (1) 求证: $BF = AC$;
- (2) 求证: $CE = \frac{1}{2} BF$;
- (3) CE _____ BG (填 $>$, $=$ 或 $<$), 试证明你的结论。

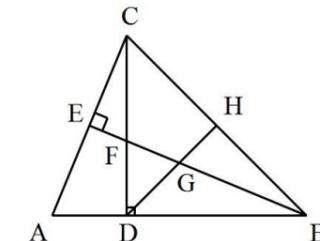


图 8

27. (本小题满分 10 分) 如图 9, 已知四边形 ABCD 是边长为 2 的正方形, 以对角线 BD 为边作正三角形 BDE, 过 E 作 DA 的延长线的垂线 EF, 垂足为 F。

- (1) 求证: $EF = AF$ 。
- (2) 求 AF 的长。

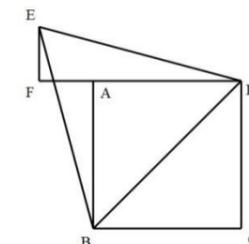


图 9

28. (本小题满分 12 分) 如图 10, 已知一次函数 $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 的图像与坐标轴交于 A、B 两点, AE 平分 $\angle BAO$, 交 x 轴于 E。

- (1) 求直线 AE 的表达式。
- (2) 过点 B 作 $BF \perp AE$, 垂足为 F, 连接 OF, 试判断 $\square OBF$ 的形状并求出其面积。
- (3) 若将已知条件“AE 平分 $\angle BAO$, 交 x 轴于 E”改变为“点 E 是线段 OB 上的一个动点(不与 O、B 重合)”过点 B 作 $BF \perp AE$, 垂足为 F, 连接 OF, 设 $OE = x$, $BF = y$, 试求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出函数的定义域。

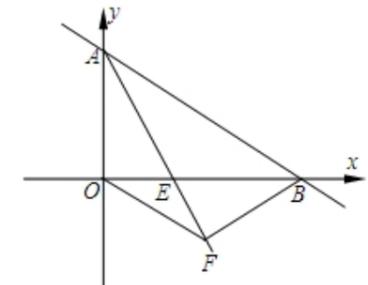


图 10