



学而思第六届选拔考试暨思维能力展示数学试卷

成都分校 八年级

总分 150 分 考试时间 90 分钟

【考试须知】请将试题答案填写到答题卷上。

A 卷（共 100 分）

第 I 卷（选择题，共 30 分）

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分，每小题均有四个选项，其中只有一项符合题目要求）

1. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $2\sqrt{2} - 2 = \sqrt{2}$ C. $a^{-2} = \frac{1}{a^2} (a \neq 0)$ D. $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

2. 如图 1，将一副常规的三角尺按如图方式放置，则图中 $\angle AOB$ 的度数为（ ）

- A. 75° B. 95° C. 105° D. 120°

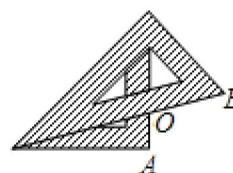


图 1

3. 要使 $\sqrt{3-x} + \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ 有意义，则 x 应满足（ ）

- A. $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ B. $x \leq 3$ 且 $x \neq \frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2} < x < 3$ D. $\frac{1}{2} < x \leq 3$

4. 甲、乙两条绳共长 17m，如果甲绳减去 $\frac{1}{5}$ ，乙绳增加 1m，两条绳长相等，求甲、乙两条绳各长多少米。

若设甲绳长 x (m)，乙绳长 y (m)，则可列方程组（ ）

- A. $\begin{cases} x+y=17 \\ x-\frac{1}{5}=y+1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=17 \\ x-\frac{1}{5}x=y+1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+y=17 \\ x+\frac{1}{5}x=y-1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=17 \\ x+\frac{1}{5}x=y+1 \end{cases}$

5. 点 $M(1, -2)$ 关于原点对称的点的坐标是（ ）

- A. $(-1, -2)$ B. $(1, 2)$ C. $(-1, 2)$ D. $(-2, 1)$

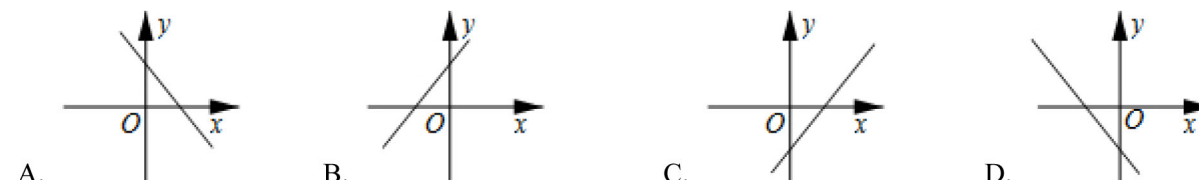
6. 已知 $a-b=2+\sqrt{3}$ ， $b-c=2-\sqrt{3}$ ，则 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 的值为（ ）

- A. $10\sqrt{3}$ B. $12\sqrt{3}$ C. 10 D. 15

7. 将直线 $y = -2x + 4$ 向左平移 2 个单位后，得到的抛物线的解析式是（ ）

- A. $y = -2x$ B. $y = -2x + 6$ C. $y = -2x + 8$ D. $y = -2x + 2$

8. 若实数 a、b、c 满足 $a+b+c=0$ ，且 $a < b < c$ ，则函数 $y = ax + c$ 的图象可能是（ ）



9. 如图 2，在四边形 ABCD 中，动点 P 从点 A 开始沿 ABCD 的路径匀速前进到 D 为止。在这个过程中， $\triangle APD$ 的面积 S 随时间 t 的变化关系用图象表示正确的是（ ）

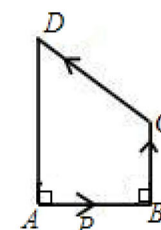
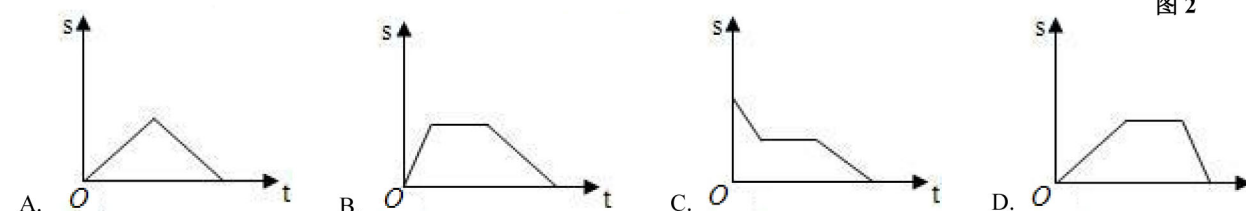


图 2



10. 若 $3x^2 - x = 1$ ，则 $9x^4 + 12x^3 - 2x^2 - 7x + 2008 =$ （ ）

- A. 2011 B. 2010 C. 2009 D. 2008

第 II 卷（非选择题，共 70 分）

二、填空题(每题 4 分，满分 16 分)

11. 若单项式 $2a^2b^{x-y}$ 与 $-3a^{x+y}b^4$ 的和是单项式，则 $x =$ _____， $y =$ _____。

12. 若 $x^2 = 64$ ，则 (1) $\sqrt[3]{x} =$ _____，(2) $\sqrt{x^2}$ 的算术平方根是_____。

13. 已知 $x = 1$ 是分式方程 $\frac{1}{x+1} = \frac{3k}{x}$ 的根，则实数 k = _____。

14. 矩形 ABCD 的对角线相交于点 O，AB=4cm， $\angle AOB = 60^\circ$ ，则矩形的面积为_____ cm^2 。



三、解答题（本大题共 6 个小题，共 54 分）

15. （本小题满分 12 分，每题 6 分）

(1) 计算： $(\sqrt{3}-2)^0 - \left| 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{27} \right| + |3\sqrt{3}-4| + \frac{2}{\sqrt{3}+1}$;

(2) 解不等式组： $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ \frac{3x-1}{2} < \frac{2x+1}{3} \end{cases}$ 。

16. （本小题满分 6 分）如图 3，在一次测量活动中，小华站在离旗杆底部(B 处)6 米的 D 处，仰望旗杆顶端 A，测得仰角为 60° ，眼睛离地面的距离 ED 为 1.5 米。试帮助小华求出旗杆 AB 的高度。（结果精确到 0.1 米， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）

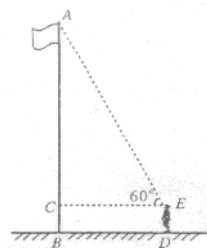


图 3

17. （本小题满分 8 分）先化简，再求值： $\left(\frac{3x}{x+1} - \frac{x}{x-1}\right) \div \frac{x-2}{x^2-1}$ ，其中 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

18. （本小题满分 8 分）已知：如图 4，D 是 $\square ABC$ 的 BC 边上的中点， $DE \perp AC$ ， $DF \perp AB$ ，垂足分别是 E、F，且 $BF = CE$ 。

(1) 求证： $\square ABC$ 是等腰三角形；

(2) 当 $\angle A = 90^\circ$ 时，试判断四边形 AFDE 是怎样的四边形，证明你的结论。

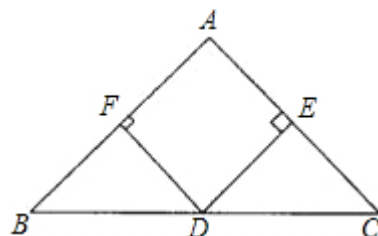


图 4

19. （本小题满分 10 分）平面直角坐标系内有 (2, -1) (3, 3) 两点，点 P 是 y 轴上一个动点，求 P 到 A、B 距离之和最小时的坐标。

20. （本小题满分 10 分）如图 5，五边形 ABCDE 中， $AB = AE$ ， $BC + DE = CD$ ， $\angle ABC + \angle AED = 180^\circ$ ，连接 AD，求证：AD 平分 $\angle CDE$ 。

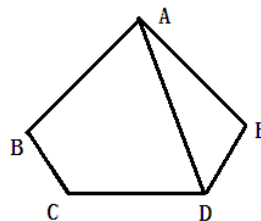


图 5

B 卷（共 50 分）

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

21. 如图 6，已知等腰梯形 ABCD， $AD \parallel BC$ ， $AD = 5\text{cm}$ ， $BC = 11\text{cm}$ ，高 $DE = 4\text{cm}$ ，则梯形的周长为 _____ cm。

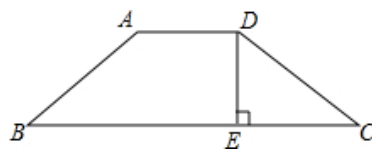


图 6

22. 已知恒等式：

$$(x^2 - x + 1)^6 = a_0 + a_1x^1 + a_2x^3 + \dots + a_{10}x^{10} + a_{11}x^{11} + a_{12}x^{12}, \text{ 则}$$

$$(a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} + a_{12})^2 - (a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11})^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

23. 如图 7 所示， $OA = OB$ ，数轴上点 A 表示的数是 _____。

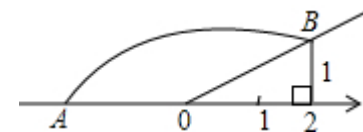


图 7

24. 若 $\sqrt{\frac{x}{2-x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2-x}}$ 成立，则 x 的取值范围是 _____。

25. 若不等式组 $\begin{cases} x+8 < 4x-1 \\ x > m \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$ ，则 m 的取值范围是 _____。

二、解答题（本大题共 3 个小题，共 30 分）

26. （本小题满分 8 分）已知：如图 8， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 45^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于 D，BE 平分 $\angle ABC$ ，且 $BE \perp AC$ 于 E，与 CD 相交于点 F，H 是 BC 边的中点，连接 DH 与 BE 相交于点 G。

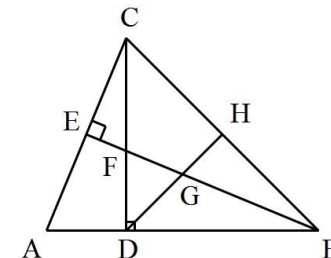


图 8

- (1) 求证： $BF = AC$ ；
- (2) 求证： $CE = \frac{1}{2} BF$ ；
- (3) CE _____ BG （填 $>$ ， $=$ 或 $<$ ），试证明你的结论。

27. （本小题满分 10 分）如图 9，已知四边形 ABCD 是边长为 2 的正方形，以对角线 BD 为边作正三角形 BDE，过 E 作 DA 的延长线的垂线 EF，垂足为 F。

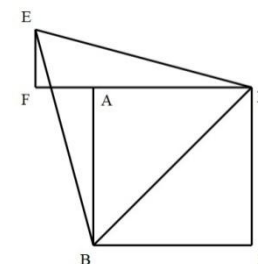


图 9

- (1) 求证： $EF = AF$ 。
- (2) 求 AF 的长。

28. （本小题满分 12 分）如图 10，已知一次函数 $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 的图像与坐标轴交于 A、B 两点，AE 平分 $\angle BAO$ ，交 x 轴于 E。

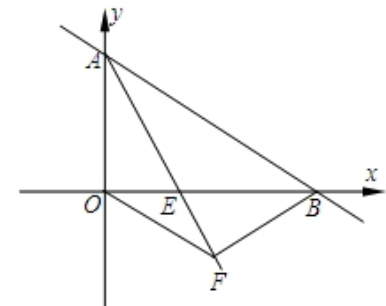


图 10

- (1) 求直线 AE 的表达式。
- (2) 过点 B 作 $BF \perp AE$ ，垂足为 F，连接 OF，试判断 $\square OBF$ 的形状并求出其面积。
- (3) 若将已知条件“AE 平分 $\angle BAO$ ，交 x 轴于 E”改变为“点 E 是线段 OB 上的一个动点(不与 O、B 重合)”过点 B 作 $BF \perp AE$ ，垂足为 F，连接 OF，设 $OE = x$ ， $BF = y$ ，试求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出函数的定义域。