

第九届小学希望杯全国数学邀请赛

五年级 第1试 详解



1. 计算： $1.25 \times 31.3 \times 24 =$ _____。

【考点】计算——凑整

【答案】939

【解析】原式 $= (1.25 \times 8) \times (31.3 \times 3) = 10 \times 93.9 = 939$

2. 把 $0.12\dot{3}$, $0.1\dot{2}\dot{3}$, $0.12\dot{3}$, $0.\dot{1}2\dot{3}$ 按照从小到大的顺序排列：

_____ < _____ < _____ < _____

【考点】计算——循环小数

【答案】见解析

【解析】 $0.12\dot{3} = 0.123000000\cdots$ ； $0.1\dot{2}\dot{3} = 0.123232323\cdots$ ； $0.12\dot{3} = 0.123333333\cdots$ ；

$0.\dot{1}2\dot{3} = 0.123123123\cdots$ 所以， $0.12\dot{3} < 0.1\dot{2}\dot{3} < 0.\dot{1}2\dot{3} < 0.12\dot{3}$

3. 先将从1开始的自然数排成一列：123456789101112131415.....

然后按一定的规律分组：1，23，456，7891，01112，131415，.....

在分组后的数中，有一个十位数，这个十位数是_____。

【考点】计算——数列

【答案】2829303132

【解析】根据规律，这个十位数前面共有 $1+2+\cdots+9=45$ 个数码，由此可以推出，它前面一个自然数应该是 $(45-9) \div 2 + 9 = 27$ ，所以，这个十位数应该是 2829303132。

4. 如图1，从A到B，有_____条不同的路线。（不能重复经过同一个点）

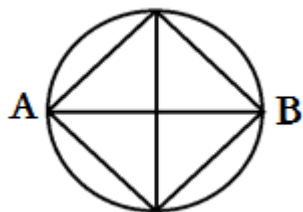


图1

【考点】计数

【答案】25

【解析】方法一：将路线分为三类，除了A、B之外，途中经过一个点的有9条不同路线；途中经过两个点

的有 8 条不同路线；途中经过三点的有 8 条不同路线。所以从 A 到 B，共有 $9+8+8=25$ 条不同路线。

方法二：从 A 到 B 一定会经过三步，第一步要从 A 走到中间，最后一步应该是从中间走到 B，而第二步为从中间走到中间只能有一种走法。从 A 到中间一条线上共有 5 种走法，从 B 到中间一条线上也有 5 种走法。

所以共有 $5 \times 1 \times 5 = 25$ 种走法。

5. 数一数，图 2 中有_____个正方形。

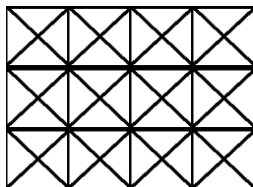


图 2

【考点】图形计数

【答案】46

【解析】在 3×4 的长方形中有 20 个横平竖直的正方形。斜着的有 1×1 正方形 17 个， 2×2 的正方形 8 个，还有 1 个 3×3 的大正方形。共 46 个。

6. 一个除法算式中，被除数、除数、商与余数都是自然数，并且商与余数相等。若被除数是 47，则除数是_____，余数是_____。

【考点】和差倍问题

【答案】46 1

【解析】假设除数为 a ，余数为 b ，则商也为 b ，根据题意，有 $47=ab+b=b(a+1)$ ，所以 b 是 47 的约数。而 47 是质数，所以 b 的值为 1 或 47。若 $b=47$ ，则 $a=0$ ，这是不可能的。所以 $b=1$ ， $a=46$ 。即除数是 46，余数是 1。

7. 如果六位数 $\overline{2011\square\square}$ 能被 90 整除，那么它的最后两位数是_____。

【考点】数论——整除规律

【答案】50

【解析】能被 90 整除，所以这个数的末位一定是 0，又根据 9 的整除特性，知道十位数一定是 $9-2-1-1=5$ 。所以它的最后两位数是 50。

8. 如果一个自然数的约数的个数是奇数，我们称这个自然数为“希望数”。那么，1000 以内最大的“希望数”是_____。

【考点】数论——平方数

【答案】961

【解析】根据希望数的定义，可以知道，希望数即完全平方数. 而 $31^2 = 961 < 1000$, $32^2 = 1024 > 1000$. 所以 1000 以内最大的“希望数”是 961.

9. 将等边三角形纸片按图 3 所示步骤折叠 3 次（图 3 中的虚线是三边的中点的连线），然后沿过两边的中点的直线减去一个角（如图 4）

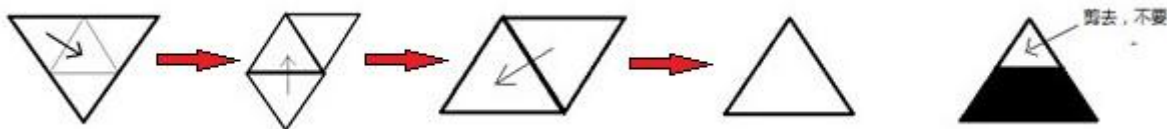


图 3

图 4

将剩下的纸片展开，平铺，得到的图形是



甲


$$Z$$


丙



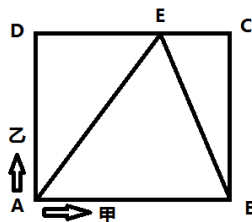
丁

【考点】 图形对称

【答案】丁

【解析】最下面的一个角肯定被剪掉了，最上面的中部也会少一部分，所以是丁。

10. 如图，甲、乙两人按箭头方向从 A 点同时出发，沿着正方形 ABCD 的边行走，正方形 ABCD 的边长是 100 米，甲的速度是乙的速度的 1.5 倍，两人在 E 点第一次相遇，则三角形 ADE 的面积比三角形 BCE 的面积大 _____ 平方米。



【考点】行程——相遇问题

【答案】 1000

【解析】根据相同时间内路程比等于速度比，得到如下比例关系：

$$\frac{200+CE}{200-CE}=1.5. \text{ 解得: } CE=40 \text{ 米.}$$

所以 $S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} \times 100 \times 60 = 3000$, $S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} \times 100 \times 40 = 2000$. 故三角形 ADE 的面积比三角形 BCE 的面积大 1000 平方米.

11. 星期天早晨，哥哥和弟弟去练习跑步。哥哥每分钟跑 110 米，弟弟每分钟跑 80 米。弟弟比哥哥多跑了半小时，结果比哥哥多跑了 900 米。那么哥哥跑了_____米。

【考点】行程——追及问题

【答案】 5500

【解析】弟弟在这多跑的半小时内跑了 $80 \times 30 = 2400$ 米，而因为弟弟每分钟比哥哥少跑了 $110 - 80 = 30$ 米，

所以最后只比哥哥多跑了 900 米，所以哥哥应该是跑了 $(2400-900) \div 30=50$ 分钟，所以哥哥跑了 $110 \times 50=5500$ 米。

12. 小明带了 30 元钱去买文具，买了 3 个笔记本和 5 支笔，剩余的钱，如果再买 2 支笔还差 0.4 元，如果再买 2 个笔记本则还差 2 元。那么，笔记本每个_____元，笔每支_____元。

【考点】应用题——归一问题

【答案】3.6、2.8

【解析】假设笔记本每个 x 元，笔每支 y 元。根据题意，可以得到如下方程组：

$$\begin{cases} 3x+7y=30.4 \\ 5x+5y=32 \end{cases} \quad \text{解得：} x=3.6, y=2.8. \text{ 即笔记本每个 3.6 元，笔每支 2.8 元。}$$

13. 数学家维纳是控制论的创始人。在他获得哈佛大学博士学位的授予仪式上，有人看他一脸稚气的样子，好奇地询问他的年龄。维纳的回答很有趣，他说：“我的年龄的立方是一个四位数，年龄的四次方是一个六位数，这两个数刚好把 0~9 这 10 个数字全都用上了，不重也不漏。”那么，维纳这一年_____岁。（注：数 a 的立方等于 $a \times a \times a$ ，数 a 的四次方等于 $a \times a \times a \times a$ ）

【考点】计算——估算

【答案】18

【解析】假设维纳今年的年龄为 a ，根据 a 的三次方是一个四位数，可以推出 a 不超过 21，根据 a 的四次方是一个六位数，可以推出 a 不小于 18。所以， a 可能为 18、19、20、21。

当 a 取 20 或 21 时，它的三次方和四次方尾数相同，与题意相违，排除；

当 $a=19$ 时， $a^4=130321$ ，1 和 3 重复出现，与题意相违，排除。

所以， $a=18$ 。经验算，符合题意，所以维纳这一年 18 岁。

14. 鸡与兔共 100 只，鸡的脚比兔的脚多 26 只。那么，鸡有_____只。

【考点】应用题——鸡兔同笼

【答案】71

【解析】典型的鸡兔同笼问题。先看极端情况，如果鸡是 100 只，兔 0 只，那么鸡的脚比兔的脚多 200 只。现在，若兔的数目每多 1 只，则鸡的脚与兔的脚的差就减少 6 只，所以兔的数目应该是 $(2 \times 100 - 26) \div 6 = 29$ 只，鸡的数目为 $100 - 29 = 71$ 只。

15. 小松鼠储藏了一些松果过冬。小松鼠原计划每天吃 6 个松果，实际每天比原计划多吃 2

个，结果提前 5 天吃完了松果。小松鼠一共储藏了_____个松果。

【考点】比例应用题

【答案】120

【解析】原计划与实际吃松果的速度比为 6: 8，即 3: 4，所以原计划与实际吃的天数比为 4: 3，原计划比实际多一份，这一份为 5 天，所以原计划可以吃 $4 \times 5 = 20$ 天，所以小松鼠一共储藏了 $20 \times 6 = 120$ 个松果。

16. 商店队某饮料推出“第二杯半价”的促销办法。那么，若购买两杯这种饮料，相当于在原价的基础上打了_____折。

【考点】应用题——经济问题

【答案】七五

【解析】假设每瓶原价为 a 元，若买两瓶，实际花了 $a + 0.5a = 1.5a$ 。

$1.5a \div 2a = 75\%$ ，所以相当于在原价基础上打七五折。

17. A、B、C、D 四人进行围棋比赛，每人都要与其他三人各赛一盘。比赛的两张棋盘上同时进行，每人每天各赛一盘。第一天 A 与 C 比赛，第二天 C 与 D 比赛，第三天 B 与_____比赛。

【考点】智巧趣题——逻辑推理

【答案】C

【解析】C 第一天与 A 比赛，第二天与 D 比赛，所以第三天一定与 B 比赛，也就是说 B 第三天是与 C 比赛。

18. 有白球和红球共 300 个，纸盒 100 个。每个纸盒里都放 3 个球，其中放 1 个白球的纸盒有 27 个，放 2 个或 3 个红球的纸盒共有 42 个，放 3 个白球和 3 个红球的纸盒数量相同。那么，白球共有_____个。

【考点】应用题

【答案】158

【解析】放一个白球的盒子里应有两个红球，放 3 个红球的纸盒中没有白球，所以放 3 个红球的纸盒为 $42 - 27 = 15$ 个，放 3 个白球的纸盒也为 15 个，放 1 个白球的纸盒 27 个，所以放 2 个白球的纸盒 $100 - 15 - 27 - 15 = 43$ 个。所以白球共 $45 + 27 + 86 = 158$ 个。

19. 用长 5 厘米、宽 4 厘米、高 3 厘米的长方体木块叠成一个大的正方体，至少需要_____个这样的长方体木块。

【考点】数论——倍数

【答案】3600

【解析】要想叠成正方体，要求边长应为 5、4、3 的公倍数，所以最小为 60。

用 $60 \times 60 \times 60 \div (5 \times 4 \times 3) = 3600$ 个.

20. 如图 6, 梯形 ABCD 的上底 AD 长 12 厘米, 高 BD 长 18 厘米, $BE=2DE$, 则下底 BC 长_____厘米。

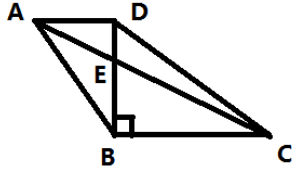


图 6

【考点】几何——相似模型

【答案】24

【解析】 $BD = 18\text{cm}$, $BE = 2DE$, 所以 $BE = 12\text{cm}$, $DE = 6\text{cm}$. 因为 $AD:BC = DE:BE$, 所以 $BC = 24\text{cm}$.