

## 第八届小学希望杯全国数学邀请赛

### 六年级 第1试 详解



1. 计算:  $8 - (7.14 \times \frac{1}{3} - 2\frac{2}{9} \div 2.5) + 0.\dot{1} =$  \_\_\_\_\_

【考点】四则混合运算

【答案】6.62

【分析】原式  $= 8 - (2.38 - \frac{20}{9} \times \frac{2}{5}) + \frac{1}{9} = 8 - 2.38 + \frac{8}{9} + \frac{1}{9} = 9 - 2.38 = 6.62$

2. 将分子相同的三个最简假分数化成带分数后, 分别是  $a\frac{2}{3}$ ,  $b\frac{3}{4}$ ,  $c\frac{3}{5}$ , 其中  $a$ ,  $b$ ,  $c$  是不超过 10 的自然数, 则  $(2a+b) \div c =$  \_\_\_\_\_.

【考点】分数运算

【答案】 $4\frac{3}{4}$

【分析】 $a\frac{2}{3} = \frac{3a+2}{3}$ ,  $b\frac{3}{4} = \frac{4b+3}{4}$ ,  $c\frac{3}{5} = \frac{5c+3}{5}$

由题意:  $3a+2=4b+3=5c+3$  且  $a, b, c \leq 10$

由  $4b+3=5c+3 \Rightarrow 4b=5c$  又  $b, c \leq 10 \quad \therefore b=5, c=4$

$\therefore a=7 \quad \therefore (2a+b) \div c = (2 \times 7 + 5) \div 4 = 4\frac{3}{4}$

3. 若用“\*”表示一种运算, 且满足如下关系:

(1)  $1*1=1$ ; (2)  $(n+1)*1=3 \times (n*1)$ 。则  $5*1-2*1=$  \_\_\_\_\_.

【考点】定义新运算

【答案】78

【分析】 $2*1=3*(1*1)=3$ ,  $3*1=3*(2*1)=9$ ,

$4*1=3*(3*1)=27$ ,  $5*1=3*(4*1)=81$ ,

$\therefore$  原式  $= 81 - 3 = 78$

4. 一个分数, 分子减 1 后等于  $\frac{2}{3}$ , 分子减 2 后等于  $\frac{1}{2}$ , 则这个分数是 \_\_\_\_\_。

【考点】一元一次方程

【答案】 $\frac{5}{6}$

【分析】设这个分数为  $\frac{x+2}{2x}$ , 由已知  $\frac{x+1}{2x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x=3 \therefore$  该分数为  $\frac{5}{6}$ .

5. 将 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这八个数字分别填入下面的八个方格内 (不能重复), 可以组成许多不同的减法算式, 要使计算结果最小, 并且是自然数, 则这个计算结果是 \_\_\_\_\_.



【考点】位值原理

【答案】247

【分析】设原式 =  $\overline{abcd} - \overline{efgh} = 1000(a-e) + 100(b-f) + 10(c-g) + (d-h)$ ; 其中  $a, b, c, d, e, f, g, h$  从 2-9 中选择. 要让这个差最小, 则应使  $a-e=1, f-b=7, g-c=5, h-d=3$  即  $a=6, e=5, b=2, f=9, c=3, g=8, d=4, h=7$   $\therefore$  这个计算结果是  $1000-700-50-3=247$ .

6. 一个箱子里有若干个小球。王老师第一次从中箱子取出半数的球, 再放进去 1 个球, 第二次仍从箱子中取出半数的球, 再放进去 1 个球, …… , 如此下去, 一共操作了 2010 次, 最后箱子里还有两个球, 则未取出球之前, 箱子里有球\_\_\_\_\_个.

【考点】操作—倒推法

【答案】2

【分析】用倒推法, 第 2020 次操作从箱子中取出半数的球, 再放进去 1 个球, 还有 2 个球, 则放 1 个球之前有 1 个球, 取半数之前有 2 个球, 即第 2010 次操作之前有 2 个球, 依此类推, 每次操作之前都是 2 个球, 所以未取球之前, 箱里也有 2 个.

7. 过年了, 同学们要亲手做一些工艺品送给敬老院的老人, 开始时艺术小组的同学们先做一天, 随后增加 15 位同学和他们一起又做了两天, 恰好完成, 假设每位同学的工作效率相同, 且一位同学单独完成需要 60 天, 那么艺术小组的同学有\_\_\_\_\_位.

【考点】工程问题

【答案】10

【分析】一个人的工效:  $\frac{1}{60}$  /天. 设艺术小组有  $x$  人, 则  $\frac{1}{60}x + \frac{1}{60}(x+15) \times 2 = 1$  得  $x=10$   $\therefore$  艺术小组有 10 人.

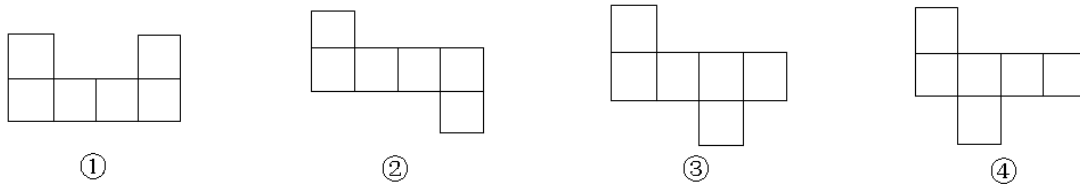
8. 某超市平均每小时有 60 人排队付款, 每一个收银台每小时能应付 80 人, 某天某时段内, 该超市只有一个收银台工作, 付款开始 4 小时就没有顾客排队了, 如果当时有两个收银台工作, 那么付款开始\_\_\_\_\_小时就没有人排队了.

【考点】牛吃草问题

【答案】0.8

【分析】牛吃草问题. 设 1 个收银员 1 小时处理 1 份 (80 人)  $\therefore$  每小时新增人:  $\frac{60}{80} = \frac{3}{4}$  份; 原有人数:  $1 \times 4 - \frac{3}{4} \times 4 = 1$  份. 从 2 人中分出  $\frac{3}{4}$  来专门处理 “新增草量”  $\therefore 1 \div (2 - \frac{3}{4}) = 0.8$  小时后就无人排队

9. 下面四个图形都是由六个相同的正方形组成, 其中, 折叠后不能围成正方体的是\_\_\_\_\_. (填序号)

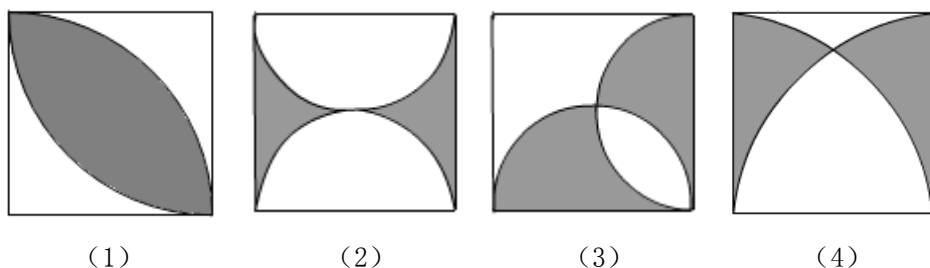


【考点】立体图形

【答案】①

【分析】略

10. 如图所示的四个正方形的边长都是 1，图中的阴影部分的面积依次用  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$  表示，则  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$  从小到大排列依次是\_\_\_\_\_.



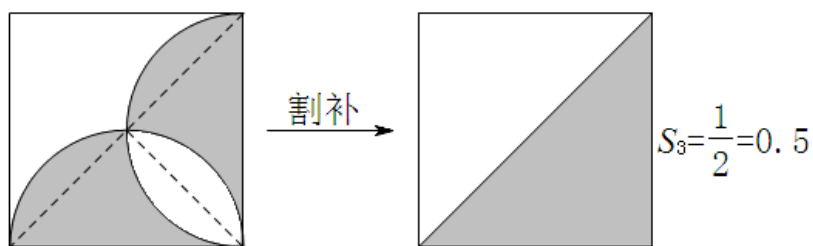
【考点】圆和扇形组合图形面积

【答案】 $S_2 < S_4 < S_3 < S_1$

【分析】(1) 用容斥原理:  $S_1 = \frac{1}{4}\pi \times 1^2 \times 2 - 1^2 = \frac{\pi}{2} - 1 = 0.57$

(2)  $S_2 = 1 - \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{\pi}{4} \approx 0.215$

(3)

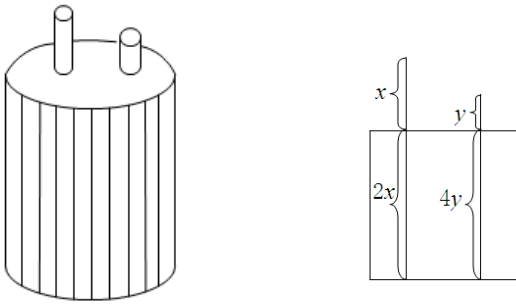


(4)  $S_4$  在小学阶段无法求出其准确值，但是我们可以大致估计，其会比第二个图形的面积大，但是比第三个图形的面积小。

$$\therefore S_2 < S_4 < S_3 < S_1$$

11. 如图，两根铁棒直立于桶底水平的木桶中，在桶中加入水后，一根铁棒在水面以上的长度是总长的  $\frac{1}{3}$ ，另一根铁棒在水面以上的长度是总长的  $\frac{1}{5}$ 。已知两根铁棒的长度之和是 33 厘米，则两根铁

棒的长度之差是\_\_\_\_\_厘米.



【考点】应用题—比例

【答案】3

【分析】设在水面上的高度分别为  $x$  和  $y$

$$\text{则} \begin{cases} 2x = 4y \\ 3x + 5y = 33 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\therefore \text{长度差} = 3x - 5y = 3.$$

12. 甲、乙、丙三人一起去钓鱼，他们将钓得的鱼放在一个鱼篓中，就在原地躺下休息，结果都睡着了。甲先醒来，他将鱼篓中的鱼平均分成 3 份，发现还多一条，就将多的这条鱼扔回河中，拿着其中的一份鱼回家了。乙随后醒来，他将鱼篓中现有的鱼平均分成 3 份，发现还多一条，也将多的这条鱼扔回河中，拿着其中的一份鱼回家了。丙最后醒来，他也将鱼篓中的鱼平均分成 3 份，这时也多一条鱼。这三个人至少钓到\_\_\_\_\_条鱼.

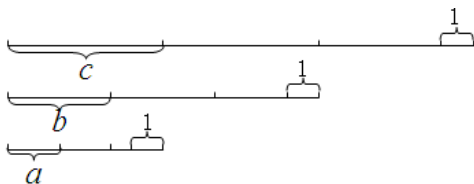
【考点】倒推法

【答案】25

【分析】当  $a=1$  时,  $b=2 \rightarrow 3b+1=7$ , 无法被 2 整除

当  $a=2$  时,  $3a+1=7$ , 无法被 2 整除

当  $a=3$  时,  $b=(3a+1) \div 2=5$ ,  $c=(3b+1) \div 2=8$



13. 过冬了, 小白兔只储存了 180 只胡萝卜, 小灰兔只储存了 120 棵大白菜, 为了冬天里有胡萝卜吃, 小灰兔用十几棵大白菜换了小白兔的一些胡萝卜, 这时他们储存的粮食数量相等, 则一棵大白菜可以换\_\_\_\_\_只胡萝卜.

【考点】应用题——不定方程

【答案】3

【分析】设 1 棵白菜换  $x$  只胡萝卜。灰兔用  $a$  棵白菜换胡萝卜, 则  $a$  的范围在 10 和 20 之间, 根据题意由  $180 - ax + a = 120 - a + ax \rightarrow a(x-1) = 30 = 2 \times 15$

$\therefore a=15, x-1=2, x=3$ . 即 1 棵白菜换了 3 只胡萝卜.

14. 王宇玩射击气球的游戏，游戏有两关，两关气球数量相同。若王宇第一关射中的气球数比没射中的气球数的4倍多2个；第二关射中的气球数比第一关增加了8个，正好是没射中的气球数的6倍，则游戏中每一关有气球\_\_\_\_\_个。

【考点】应用题——二元一次方程

【答案】147

【分析】设每一关有气球  $x$  个，设第一关射中  $a$  个

$$\begin{cases} a = 4(x - a) + 2 \\ a + 8 = 6(x - a - 8) \end{cases} \quad x = 147$$

∴ 一关有气球 147 个

15. 已知小明的爸爸和妈妈的年龄不同，且相差不超过10岁。如果去年，今年和明年，爸爸和妈妈的年龄都是小明年龄的整数倍，那么小明今年\_\_\_\_\_岁。

【考点】年龄问题——最小公倍数

【答案】2

【分析】爸爸、妈妈、小明三人的年龄在去年、今年和明年各是3个连续自然数，爸爸、妈妈的年龄差不超过10岁，且均为小明年龄的倍数，则小明年龄只能是2岁（去年、今年依次为1、2、3岁），否则  $[小明去年年龄, 今年年龄, 明年年龄] > 10$ 。

例如： $[2, 3, 4] = 12 > 10$ 。则小明父母年龄不可能相差在10岁以内。

可构造出满足题意的解，如：爸爸：37, 38, 39 妈妈：31, 32, 33 小明：1, 2, 3

∴ 小明今年2岁。

16. 观察如图所示的减法算式发现，得数175和被减数571的数字顺序相反。那么，减去396后，使得数与被减数的数字顺序相反的三位被减数共有\_\_\_\_\_个。

$$\begin{array}{r} 571 \\ - 396 \\ \hline 175 \end{array}$$

【考点】位值原理

【答案】50

【分析】即  $\overline{abc} - 396 = \overline{cba}$

可以得到  $100a + 10b + c - 396 = 100c + 10b + a$ ，化简得  $a - c = 4$

$$\begin{cases} a=5 \\ c=1 \\ b=0 \sim 9 \end{cases} \quad \begin{cases} a=6 \\ c=2 \\ b=0 \sim 9 \end{cases} \quad \begin{cases} a=7 \\ c=3 \\ b=0 \sim 9 \end{cases} \quad \begin{cases} a=8 \\ c=4 \\ b=0 \sim 9 \end{cases} \quad \begin{cases} a=9 \\ c=5 \\ b=0 \sim 9 \end{cases}$$

∴共  $5 \times 10 = 50$  个

17. 甲、乙两个服装厂生产同一种服装，甲厂每月生产服装 2700 套，生产上衣和裤子的时间比是 2:1；乙厂每月生产服装 3600 套，生产上衣和裤子的时间比是 3:2。若两个厂合作一个月，最多可生产服装\_\_\_\_\_套。

【考点】工程问题

【答案】6700

【分析】甲厂生产上衣和裤子的效率比为 1:2；乙厂生产上衣和裤子的效率比为 2:3

∵  $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$  ∴乙厂善于生产上衣，甲厂善于生产裤子（它是经济学中“比较优势”的思想）

∴让乙厂全力生产上衣。乙厂全月可生产上衣： $3600 \div \frac{3}{5} = 6000$ （件） 甲厂全月可生产裤子： $2700 \div \frac{1}{3} = 8100$ （件） 为配套，让甲先全力生产了 6000 条裤子，与乙厂的 6000 件上衣配成 6000 套西服。这要花去甲厂  $\frac{6000}{8100} = \frac{20}{27}$  个月。剩下的  $\frac{7}{27}$  个月生产西服： $2700 \times \frac{7}{27} = 700$ （套）∴ $6000 + 700 = 6700$ （套）

18. 一个收银员下班前查账时发现：现金比账面记录少了 153 元，她知道实际收钱不会错，只能是记账时有一个数点错了小数点，那么记错的那笔帐实际收到的现金是\_\_\_\_\_元。

【考点】位值原理

【答案】17

【分析】说明账面比现金小数点右移了。若右移 1 位，则增加 9 倍，恰好  $153 \div 9 = 17$

若右移了 2 位，则增加 99 倍，但 153 不能被 99 整除。∴现金 17 元

19. 现有 5 吨的 A 零件 4 个，4 吨的 B 零件 6 个，3 吨的 C 零件 11 个，1 吨的 D 零件 7 个。如果要将所有零件一次运走，至少需要载重为 6 吨的汽车\_\_\_\_\_辆。

【考点】统筹

【答案】16

【分析】先考虑 5 吨和 4 吨的零件，它们只能和 1 吨的零件放 1 车，即至少要  $4 + 6 = 10$  辆车。再看 3 吨的零件，不可以和 4 吨、5 吨的放一车，但是两个 3 吨零件可以放一车，11 个 3 吨零件至少要 6 车，1 吨的放在 4 吨、5 吨的车就可以了，则至少要 16 辆车。

20. 甲、乙两人分别从 A、B 两地同时出发，相向而行。出发时他们的速度之比是 3:2，相遇后，甲的速度提高 20%，乙的速度提高  $\frac{1}{3}$ ，这样当甲到达 B 地时，乙离 A 地还有 41 千米，那么 A、B 两地相遇\_\_\_\_\_千米。

【考点】变速问题

【答案】135

【分析】相遇前  $V_{甲}: V_{乙} = 3:2$

相遇后  $V_{\text{甲}}:V_{\text{乙}} = 3 \times \frac{5}{6} : 2 \times \frac{4}{3} = 27:20 \therefore 41 \div \frac{41}{125} = 135$  千米, 如图 即  $AB=135\text{km}$ .

