

第十八届华罗庚金杯少年数学邀请赛

决赛试题 B 参考答案

(小学中年组)

一、填空题 (每题 10 分, 共 80 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	6039	44	1000	25	686	33	20	21

二、简答题 (每题 15 分, 共 60 分, 要求写出简要过程)

9. 答案: 192

解答. 因为

(长方形 $ABFE$ 的面积 - 蔬菜大棚的面积)

- (长方形 $EFCD$ 的面积 - 鸡场的面积) = 96,

又, 蔬菜大棚的面积 = 鸡场的面积, 所以

$$\text{长方形 } ABFE \text{ 的面积} - \text{长方形 } EFCD \text{ 的面积} = 96 \quad \dots\dots (5 \text{ 分})$$

因为 $BF=3CF$, 即

$$\text{长方形 } ABFE \text{ 的面积} = 3 \times \text{长方形 } EFCD \text{ 的面积},$$

所以

$$3 \times \text{长方形 } EFCD \text{ 的面积} - \text{长方形 } EFCD \text{ 的面积} = 96,$$

即

$$2 \times \text{长方形 } EFCD \text{ 的面积} = 96. \quad \dots\dots (10 \text{ 分})$$

因此,

$$\text{长方形 } ABCD \text{ 的面积} = \text{长方形 } ABFE \text{ 的面积} + \text{长方形 } EFCD \text{ 的面积}$$

$$= 3 \times \text{长方形 } EFCD \text{ 的面积} + \text{长方形 } EFCD \text{ 的面积}$$

$$= 4 \times \text{长方形 } EFCD \text{ 的面积} = 2 \times 96 = 192.$$

“华杯赛” 官网四大类网络课程 ☒ 专题讲座 ☒ 赛前串讲 ☒ 真题详解 ☒ 月月练讲解

…… (15 分)

10. 答案: 1950

解答.

U 车行驶 $(50 \div 20) \times 100 = 250$ (千米),

V 车行驶 $(50 \div 25) \times 100 = 200$ (千米),

W 车行驶 $(50 \div 5) \times 100 = 1000$ (千米),

X 车行驶 $(50 \div 10) \times 100 = 500$ (千米).

4 辆车最多可行驶的路程总计是 $250+200+1000+500=1950$ (千米).

(说明: 本题共 5 步, 每个式子做对得 3 分).

11. 答案: 990

解答. 由甲是乙的 2 倍多 10 块, 是丙的 3 倍多 18 块, 是丁的 5 倍少 55 块, 得

$$\text{甲} - 10 = 2 \times \text{乙}, \quad \text{甲} - 18 = 3 \times \text{丙}, \quad \text{甲} + 55 = 5 \times \text{丁},$$

即

$$15 \times \text{甲} - 150 = 30 \times \text{乙}, \quad 10 \times \text{甲} - 180 = 30 \times \text{丙}, \quad 6 \times \text{甲} + 330 = 30 \times \text{丁}. \quad \dots\dots (5 \text{ 分})$$

三式相加得

$$31 \times \text{甲} = 30 \times \text{乙} + 30 \times \text{丙} + 30 \times \text{丁},$$

即

$$61 \times \text{甲} = 30 \times \text{甲} + 30 \times \text{乙} + 30 \times \text{丙} + 30 \times \text{丁}. \quad \textcircled{1}$$

又

$$\text{甲} + \text{乙} + \text{丙} + \text{丁} = 2013,$$

所以

$$30 \times \text{甲} + 30 \times \text{乙} + 30 \times \text{丙} + 30 \times \text{丁} = 30 \times 2013. \quad \textcircled{2}$$

…… (10 分)

将 ② 代入 ① 得

“华杯赛” 官网四大类网络课程 ✓ 专题讲座 ✓ 赛前串讲 ✓ 真题详解 ✓ 月月练讲解

$$61 \times \text{甲} = 30 \times 2013 = 30 \times 33 \times 61.$$

所以, $\text{甲} = 30 \times 33 = 990$.

…… (15 分)

12. 答案: 28

解答. 设被染色的每两个球中的小号码为 k , 则 k 取值 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. 另一个被染色的球的号码可能是 $k+3, k+4, \dots, 10$.
…… (3 分)

采用列举法:

$k=1$ 时, (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (1, 9), (1, 10), 共 7 种;

$k=2$ 时, (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (2, 9), (2, 10), 共 6 种;

$k=3$ 时, (3, 6), (3, 7), (3, 8), (3, 9), (3, 10), 共 5 种;

$k=4$ 时, (4, 7), (4, 8), (4, 9), (4, 10), 共 4 种;

$k=5$ 时, (5, 8), (5, 9), (5, 10), 共 3 种;

$k=6$ 时, (6, 9), (6, 10), 共 2 种;

$k=7$ 时, (7, 10). 共 1 种.

不同的染法数为 $1+2+3+4+5+6+7 = 28$ (种).

…… (15 分)