

第十八届华罗庚金杯少年数学邀请赛

小学中年级组(决赛试题B)

(时间: 2013 年4 月20 日10:00~11:30)

成都学而思 周艳丽 聂聪 编写

一、填空题 (每小题10分, 共80分)

1. 计算: $(2014 \times 2014 + 2012) - 2013 \times 2013 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】6039

【考点】计算—常用公式—平方差公式

【解析】原式 $= 2014 \times 2014 - 2013 \times 2013 + 2012$

$$= 2014^2 - 2013^2 + 2012$$

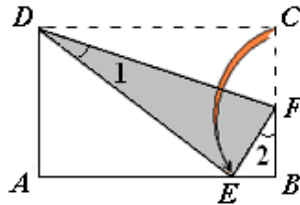
$$= (2014 + 2013) \times (2014 - 2013) + 2012$$

$$= 2014 + 2013 + 2012$$

$$= 2013 \times 3$$

$$= 6039$$

2. 将长方形的纸片ABCD 按右图的方式折叠后压平, 使三角形DCF落在三角形DEF的位置, 顶点E 恰落在边AB上. 已知 $\angle 1 = 22^\circ$, 那么 $\angle 2$ 是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.



【答案】44

【考点】几何—角度计算

【解析】 $\because \angle DEF = \angle C = 90^\circ$

$$\therefore \angle DFE = \angle DFC = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - 22^\circ = 68^\circ$$

$$\therefore \angle EFB = 180^\circ - 68^\circ \times 2 = 44^\circ$$

3. 亮亮上学, 若每分钟行 40 米, 则 8:00 准时到校; 若每分钟行 50 米, 则 7:55 到校。亮亮的家与学校的距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米。

【答案】1000

【考点】行程—比例解行程

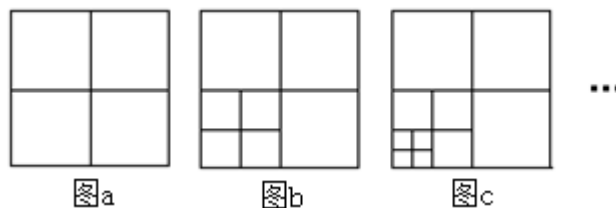
【解析】路程相同, 速度之比是 4:5, 则时间之比是 5:4

提前 5 分钟, 可知一份时间为 $5 \div (5 - 4) = 5$ 分钟

按原速行全程用时: $5 \times 5 = 25$ 分钟

全程: $40 \times 25 = 1000$ 米

4. 第一次操作将图 a 左下角的正方形分为四个小正方形, 见图 b; 第二次操作再将图 b 左下角的小正方形分为四个更小的正方形, 见图 c; 这样继续下去, 当完成第五次操作时, 得到的图形中共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个正方形。



【答案】16

【考点】组合—图形找规律

【解析】每次操作在一个正方形每部增添 4 个小一点的正方形，即正方形的总数增加 4 个。
最初有 5 个正方形，5 次操作后共有 $5+4\times 5=25$ 个。

5. “熊大” \times “熊二”=“熊兄弟”。若相同的汉字代表 0 至 9 中的相同数字，不同的汉字代表不同的数字，且“大” $>$ “二”，则所有满足条件的“熊兄弟”代表的三位数之和是_____。

【答案】686

【考点】数字谜—横式

【解析】“熊”只能为 1

当“熊大”为 12 时，“熊二”无符合条件的答案。

当“熊大”为 13 时，“熊二”只能为 12， $13\times 12=156$ ，符合。

当“熊大”为 14 时，“熊二”为 12 或 13， $14\times 12=168$ ， $14\times 13=182$ ，均符合。

当“熊大”为 15 时，“熊二”为 12、13 或 14， $15\times 12=180$ ，符合； $15\times 13=195$ ，不符合， $15\times 14=210$ 不符合。

当“熊大”为 16 时，“熊二”为 12~15，均不符合。

当“熊大”为 17 时，“熊二”为 12~16， $17\times 12=204>200$

即“熊大”为 17、18、19 时均无符合情况。

故“熊兄弟”代表的三位数之和为： $156+168+182+180=686$ 。

6. 鸡兔同笼，共有 40 个头，兔脚的数目比鸡脚的数目的 10 倍少 8 只，那么兔有_____只。

【答案】33

【考点】应用题—鸡兔同笼

【解析】法一：假设法

假设全是兔，令原有鸡脚为 1 份

现在鸡脚为 2 份，兔脚为 10 份少 8 只

总脚数： $40\times 4=160$ 只

一份脚： $(160+8)\div(2+10)=14$ 只

鸡： $14\div 2=7$ 只

兔： $40-7=33$

法二：方程

解：设原有兔 x 只，原有鸡 $(40-x)$ 只

由题意可得： $4x=2(40-x)\times 10-8$

解得： $x=33$ ，即兔有 33 只

7. 如图所示的手串中，从挂坠的珠子开始逆时针将珠子 1 至 22 依次编号。小明玩数珠子游戏，规则是：从 1 号珠子开始顺时针逐个珠子连续地数自然数，但每当数到含数字 7 或 7 的倍数的数时就跳过它，直接数下一个数。例如：数到 6 时下一个数 8，数到 13 时下一个数 15，……那么数到 100 时应落在第_____号珠子



【答案】20

【考点】组合—计数

【解析】1~100 中需跳过的数字为含 7 的或 7 的倍数的数。

7 的倍数：7、14、……、98，共 $98\div 7=14$ 个数，其中 7、70 和 77 含 7

1~100 中含 7 的数：个位上的 7、17、……、97，共 10 个。10 位含 7 的数 70~79 共 10 个，其中 77 十位和个位均含 7，即含 7 的数共有 $10+10-1=19$ 个。

1~100 中为含 7 或 7 的倍数的数有：14+19-3=30 个。

共数了 $100-30=70$ 个数， $70 \div 22=3 \cdots 4$ ，因为是逆时针编号，顺时针数，所以数数的顺序是 1,22,21,20,19,.....5,4,3,2。第四个是 20。

8. 布袋中有 60 个彩球，每种颜色的球都有 6 个。蒙眼取球，要保证取出的球中有三个同色的球，至少要取出 _____ 个球。

【答案】21

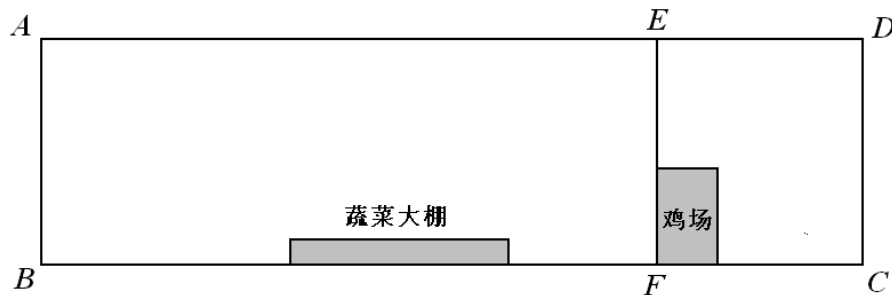
【考点】组合——最不利原则

【解析】共有 $60 \div 6=10$ 种颜色。最不利的情况是，先各种颜色去了 1 个，又各种颜色去了 1 个，最后只要再取 1 个即可保证取出的球中有三个同色的球。

即至少要取 $10+10+1=21$ 种。

二、简答题（每小题 15 分，共 60 分，要求写出简要过程）

9. 一块长方形的地 ABCD 分成如图所示的两个长方形，分别承包给甲、乙两户。甲户的蔬菜大棚与乙户的鸡场面积相等，剩下的部分甲户比乙户的面积多 96 亩。已知 $BF=3CF$ ，那么长方形 ABCD 的总面积是多少亩？



【答案】192 亩

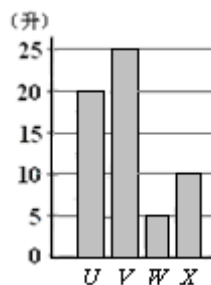
【考点】几何——面积基础、差不变原理

【解析】剩下的面积甲比乙多 96 亩，又因为蔬菜大棚和鸡场的面积相同，所以长方形 ABFE 比长方形 EFCD 的面积多 96 亩。

因为 $BF=3CF$ ，所以 ABFE 的面积是 EFCD 面积的 3 倍。

ABCD 的面积： $96 \div (3-1) \times (3+1)=192$ 亩。

10. 右图是 U, V, W, X 四辆不同类型的汽车每百千米的耗油量。如果每辆车都有 50 升油，那么这四辆车最多可行驶的路程总计是多少千米？



【答案】1950km

【考点】应用题——基础

【解析】U 的路程： $50 \div 20 \times 100 = 250 \text{ km}$

V 的路程： $50 \div 25 \times 100 = 200 \text{ km}$

W 的路程： $50 \div 5 \times 100 = 1000 \text{ km}$

X 的路程： $50 \div 10 \times 100 = 500 \text{ km}$

总路程： $250+200+1000+500=1950 \text{ km}$

11. 甲、乙、丙、丁四人分 2013 块糖果，甲分得的糖果比乙的 2 倍多 10 块，比丙的 3 倍多 18 块，比丁的

5倍少55块. 那么甲分得糖果多少块?

【答案】990块

【考点】应用题—和差倍问题

【解析】解：设甲有糖 x 块

$$\text{可得方程：} x + (x-10) \div 2 + (x-18) \div 3 + (x+55) \div 5 = 2013$$

$$\text{每项都乘以} [2, 3, 5] = 30, \text{得：} 30x + 15(x-10) + 10(x-18) + 6(x+55) = 60390$$

$$\text{解得：} x = 990, \text{即甲分得糖果} 990 \text{块}$$

12. 编号从1到10的10个白球排成一行，现按照如下方法涂红色：1) 涂2个球；2) 被涂色的2个球的编号之差大于2. 那么不同的涂色方法有多少种？

【答案】28

【考点】组合—计数

【解析】分类讨论：

(1) 如果较小号球为1，则有14, 15, 16, 17, 18, 19, 110共7种；

(2) 如果较小号球为2，则有25, 26, 27, 28, 29, 210共6种；

(3) 如果较小号球为3，则有36, 37, 38, 39, 310共5种；

(4) 如果较小号球为4，则有47, 48, 49, 410共4种；

(5) 如果较小号球为5，则有58, 59, 510共3种；

(6) 如果较小号球为6，则有69, 610共2种；

(7) 如果较小号球为7，则有710共1种。

总计 $7+6+5+4+3+2+1=28$ 种。