

第十八届华罗庚金杯少年数学邀请赛

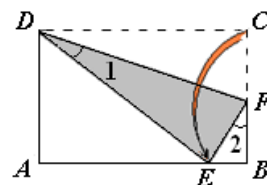
决赛试题 B（小学中年级组）

（时间: 2013 年 4 月 20 日 10:00~11:30）

一、填空题（每小题 10 分，共 80 分）

1. 计算: $(2014 \times 2014 + 2012) - 2013 \times 2013 =$ _____.

2. 将长方形的纸片 $ABCD$ 按右图的方式折叠后压平, 使三角形 DCF 落在三角形 DEF 的位置, 顶点 E 恰落在边 AB 上. 已知 $\angle 1 = 22^\circ$, 那么 $\angle 2$ 是 _____ 度.



3. 亮亮上学, 若每分钟行 40 米, 则 8:00 准时到校; 若每分钟行 50 米, 则 7:55 到校. 亮亮的家与学校的距离是 _____ 米.

4. 第一次操作将图 a 左下角的正方形分为四个小正方形, 见图 b, 第二次操作再将图 b 左下角的小正方形分为四个更小的正方形, 见图 c. 这样继续下去, 当完成第五次操作时, 得到的图形上共有 _____ 个正方形.

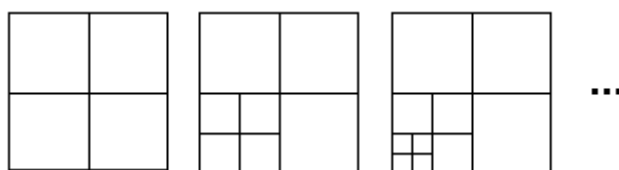


图 a

图 b

图 c

5. “熊大” \times “熊二”=“熊兄弟”. 若相同的汉字代表 0 至 9 中的相同数字, 不同的汉字代表不同的数字, 且“大” $>$ “二”, 则所有满足条件的“熊兄弟”代表的三位数之和是 _____.

6. 鸡兔同笼, 共有 40 个头, 兔脚的数目比鸡脚的数目的 10 倍少 8 只, 那么兔有 _____ 只.

_____只.

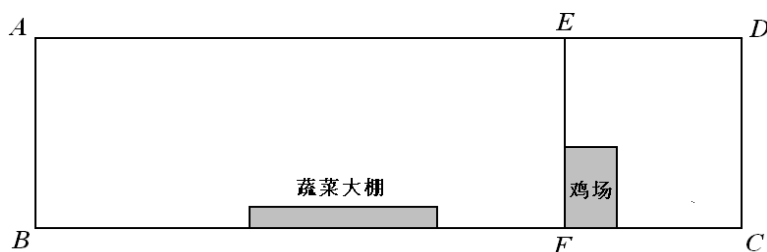
7. 如图所示的手串中,从挂坠的珠子开始逆时针将珠子1至22依次编号.小明玩数珠子游戏,规则是:从1号珠子开始顺时针逐个珠子连续地数自然数,但每当数到含数字7或7的倍数的数时就跳过它,直接数下一个数.例如:数到6时下一个数8,数到13时下一个数15,…….那么数到100时应落在第_____号珠子上.



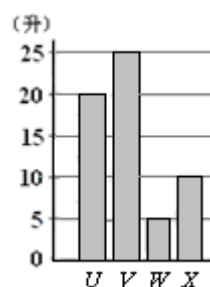
8. 布袋中有60个彩球,每种颜色的球都有6个.蒙眼取球,要保证取出的球中有三个同色的球,至少要取出_____个球.

二、简答题(每小题15分,共60分,要求写出简要过程)

9. 一块长方形的地 $ABCD$ 分成如图所示的两个长方形,分别承包给甲、乙两户.甲户的蔬菜大棚与乙户的鸡场面积相等,剩下的部分甲户比乙户的面积多96亩.已知 $BF=3CF$,那么长方形 $ABCD$ 的总面积是多少亩?



10. 右图是 U, V, W, X 四辆不同类型的汽车每百千米的耗油量.如果每辆车都有50升油,那么这四辆车最多可行驶的路程总计是多少千米?



11. 甲、乙、丙、丁四人分2013块糖果,甲分得的糖果比乙的2倍多10块,比丙的3倍多18块,比丁的5倍少55块.那么甲分得糖果多少块?

- 12.** 编号从 1 到 10 的 10 个白球排成一行, 现按照如下方法涂红色: 1) 涂 2 个球;
2) 被涂色的 2 个球的编号之差大于 2. 不同的涂色方法有多少种?

第十八届华罗庚金杯少年数学邀请赛

决赛试题 B 参考答案

(小学中年组)

一、填空题 (每题 10 分, 共 80 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	6039	44	1000	25	686	33	20	21

二、简答题 (每题 15 分, 共 60 分, 要求写出简要过程)

9. 答案: 192

解答. 因为

(长方形 $ABFE$ 的面积 - 蔬菜大棚的面积)

- (长方形 $EFCD$ 的面积 - 鸡场的面积) = 96,

又, 蔬菜大棚的面积 = 鸡场的面积, 所以

长方形 $ABFE$ 的面积 - 长方形 $EFCD$ 的面积 = 96

因为 $BF=3CF$, 即

长方形 $ABFE$ 的面积 = $3 \times$ 长方形 $EFCD$ 的面积,

所以

$3 \times$ 长方形 $EFCD$ 的面积 - 长方形 $EFCD$ 的面积 = 96,

即

$2 \times$ 长方形 $EFCD$ 的面积 = 96.

因此,

长方形 $ABCD$ 的面积 = 长方形 $ABFE$ 的面积 + 长方形 $EFCD$ 的面积

= $3 \times$ 长方形 $EFCD$ 的面积 + 长方形 $EFCD$ 的面积

= $4 \times$ 长方形 $EFCD$ 的面积 = $2 \times 96 = 192$.

10. 答案: 1950

11. 答案: 990

解答. 由甲是乙的 2 倍多 10 块, 是丙的 3 倍多 18 块, 是丁的 5 倍少 55 块, 得

$$\text{甲} - 10 = 2 \times \text{乙}, \quad \text{甲} - 18 = 3 \times \text{丙}, \quad \text{甲} + 55 = 5 \times \text{丁},$$

即

$$15 \times \text{甲} - 150 = 30 \times \text{乙}, \quad 10 \times \text{甲} - 180 = 30 \times \text{丙}, \quad 6 \times \text{甲} + 330 = 30 \times \text{丁}.$$

三式相加得

$$31 \times \text{甲} = 30 \times \text{乙} + 30 \times \text{丙} + 30 \times \text{丁},$$

即

$$61 \times \text{甲} = 30 \times \text{甲} + 30 \times \text{乙} + 30 \times \text{丙} + 30 \times \text{丁}. \quad \textcircled{1}$$

又

$$\text{甲} + \text{乙} + \text{丙} + \text{丁} = 2013,$$

所以

$$30 \times \text{甲} + 30 \times \text{乙} + 30 \times \text{丙} + 30 \times \text{丁} = 30 \times 2013. \quad \textcircled{2}$$

将 ② 代入 ① 得

$$61 \times \text{甲} = 30 \times 2013 = 30 \times 33 \times 61.$$

所以, $\text{甲} = 30 \times 33 = 990$.

12. 答案: 28

解答. 设被染色的每两个球中的小号码为 k , 则 k 取值 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. 另一个被染色的球的号码可能是 $k+3, k+4, \dots, 10$.

采用列举法:

$k=1$ 时, (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (1, 9), (1, 10), 共 7 种;

$k=2$ 时, $(2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (2, 9), (2, 10)$, 共 6 种;

$k=3$ 时, $(3, 6), (3, 7), (3, 8), (3, 9), (3, 10)$, 共 5 种;

$k=4$ 时, $(4, 7), (4, 8), (4, 9), (4, 10)$, 共 4 种;

$k=5$ 时, $(5, 8), (5, 9), (5, 10)$, 共 3 种;

$k=6$ 时, $(6, 9), (6, 10)$, 共 2 种;

$k=7$ 时, $(7, 10)$. 共 1 种.

不同的染法数为 $1+2+3+4+5+6+7 = 28$ (种).