



[七年级上学期数学提高系列之三]



【励志故事】

放飞梦想

有一对小兄弟，经常跟随父亲去牧羊。一天，他们躺在草地上，仰望着蓝天白云，突发奇想，要是自己也能长出翅膀飞上天空，那该多好。这时，一群大雁飞过他们的头顶，他们从草地上一跃而起，跟随着大雁“飞”起来，可他们怎么也飞不起来。他们沮丧地问父亲，为什么大雁能飞，而他们不能飞？

“只要你们想飞，你们就能飞起来。”父亲肯定地告诉他们。

“可我们想飞，为什么飞不起来？”

“那是你们还想得不够。”

小兄弟俩信以为真，便每天想着如何让自己飞起来。1903年，他们根据风筝和鸟类的飞行原理，制造出了人类的第一架飞机。他们终于腾空而起，成功地飞上了理想的蓝天。

他们就是人尽皆知，为世界航天事业作出巨大贡献的莱特兄弟。

今天，在美国宇航中心的大门上，写着人类面向宇宙的一句豪迈宣言：只要人类能够梦想的，就一定能够实现。





七年级上学期数学提高训练（三）

[知识要点]

1. 等式：表示相等关系的式子，叫做等式。

2. 等式的性质

(1) 等式两边都加上（或减去）同一个数（或式子），结果仍相等；

(2) 等式两边都乘同一个数或除以同一个不为 0 的数，结果仍相等。

3. 方程：含有未知数的等式叫做方程。

4. 一元一次方程

只含有一个未知数（元），并且未知数的次数都是 1，这样的方程叫做一元一次方程。 $ax+b=0$ （ $a \neq 0$ ）是一元一次方程的标准形式。

5. 方程的解

使方程左右两边相等的未知数的值叫做方程的解。一元方程的解也叫方程的根。

6. 解方程：求方程解的过程叫做解方程。

7. 解一元一次方程的一般步骤

(1) 去分母；(2) 去括号；(3) 移项；(4) 合并同类项；(5) 系数化为 1。

8. 关于 x 的一元一次方程 $ax=b$ 的解的讨论

(1) 若 $a \neq 0$ 时，则方程有唯一的解： $x = \frac{b}{a}$ （ b 是任何有理数）；

(2) 若 $a = 0$ 且 $b = 0$ ，此时方程为 $0 \cdot x = 0$ ，则方程有无数个解；

(3) 若 $a = 0$ 且 $b \neq 0$ ，此时方程为 $0 \cdot x = b$ ，显然方程无解。

9. 列一元一次方程解应用题的一般步骤

(1) 弄清题意和题目中的已知数、未知数，用字母表示题目中的一个未知数；

(2) 找出能够表示应用题全部含义的一个相等关系；

(3) 根据这个相等关系列出需要的代数式，从而列出方程；

(4) 解这个方程，求出未知数的值；

(5) 检验方程的解是不是符合应用题题意的解；

(6) 写出答案（包括单位名称）。





[同步练习]

一、选择题

1. 在下列式子(1) $2x+3$; (2) $1-x=x-2$; (3) $2x-y=6$; (4) $x+\frac{1}{x}=2$ 中一元一次方程的个数为 ()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
2. 方程 $x(x+1)=0$ 的根是 ()
- A. 0 B. 1 C. 0 和 1 D. 0 和 -1
3. 对方程 $\frac{x-3}{0.5} - \frac{x+4}{0.3} = 1.6$ 的下列变形中, 正确的是 ()
- A. $\frac{x-3}{5} - \frac{x+4}{3} = 16$ B. $\frac{10(x-3)}{5} - \frac{10(x+4)}{3} = 16$
- C. $\frac{x-3}{5} - \frac{x+4}{3} = 1.6$ D. $2(x-3) - \frac{10(x+4)}{3} = 1.6$
4. 下列各组方程中, 属于同解方程的是 ()
- A. $x=9$ 与 $3x=6$ B. $x=2$ 与 $2x-4=0$
- C. $x=5$ 与 $2x+10=0$ D. $x=8$ 与 $|x|=8$
5. 某个体商贩在一次买卖中同时卖出两件上衣, 每件售价均为 135 元, 若按成本计算, 其中一件盈利 25%, 一件亏本 25%, 则在这次买卖中他 ()
- A. 不赚不赔 B. 赚 9 元 C. 赔 18 元 D. 赚 18 元
6. 某种商品的标价为 120 元, 若以九折降价出售, 相对于进货价仍获利 20%, 该商品的进货价为 ()
- A. 80 元 B. 85 元 C. 90 元 D. 95 元

二、填空题

7. 已知 $(m-3)x^{m-2} + m - 3 = 0$ 是关于 x 的一元一次方程, 则 $m=$ _____.
8. 若方程 $\frac{2x-1}{3} = \frac{2x+1}{4}$ 与关于 x 的方程 $4x - \frac{1}{2} = 2(x+n)$ 的解相同, 则 $(n-3)^2 =$ _____.
9. 两堆棋子, 将第一堆的 3 个棋子移动到第二堆去之后, 第二堆的棋子数就成为第一堆棋子的 3 倍, 设第一堆原有 P 个棋子, 第二堆原有的棋子为_____个.
10. 有一个两位数, 个位数字与十位数字的和是 9, 如果将个位数字与十位数字对调后所得新数比原数大 9, 则原来的两位数是_____.





11. 电脑价格不断降低, 某品牌按原价降低 m 元后, 又降低了 20%, 现售价为 n 元, 则原价为_____元.
12. 甲和乙分别从 A、B 两地同时出发, 相向而行, A、B 两地间的路段为 4.5km, 甲每小时走 4km, 乙每小时走 5km. 如果甲带一只狗同时出发, 狗以每小时 8km 的速度向乙奔走, 遇到乙后又回头向甲奔走, 遇到甲后又向乙奔走, 这样重复往返, 直到甲、乙两人相遇狗才停住, 那么这只狗所跑的路程是_____km.

三、解答题

13. (1) $\frac{y}{5} - \frac{2}{10} \frac{y+3}{3} + \frac{5}{3} = 0$ (2) $\frac{3+0.2x}{0.2} - \frac{0.2+0.03x}{0.01} = 0.75$

(3) $\frac{3}{2} - \frac{2}{3} \frac{1}{4}x + 1 \div + 2$ $2\frac{1}{2} = \frac{2}{3}x$ (4) $(a+x)b$ $a = (b+a)x + ab$

(5) 已知 $ax + 2 = 2(a - x)$ 的解, 满足 $\left|x + \frac{1}{2}\right| = 1$, 则 $a =$ _____.

(6) 解方程: $x + 2|x| + 3 = 0$





(7) a 为何值时, 关于 x 的方程: $3(ax - 2)(x + 1) = 2 \frac{1}{2} + x$

①有唯一解;

②没有解.

14. 方程 $x = \frac{3-a}{3}$ 的解是自然数, 其中 a 是非负整数, 求代数式 $a^2 - 2(a + 1)$ 的值.

15. 某车间有 28 名工人生产甲、乙两种零件, 每人每天平均可生产甲种零件 12 个或乙种零件 18 个, 要是按 1: 2 配套组装. 问: 生产两种零件的工人应如何安排?

16. 有甲、乙两支同样长的蜡烛, 甲支蜡烛可使用 8 小时, 乙支蜡烛可使用 6 小时. 两支蜡烛同时开点, 问几小时后乙支蜡烛的长度是甲支蜡烛长度的一半?





17. 足球比赛的计分规则为：胜一场积 3 分，平一场得一分，负一场积 0 分，一支足球队在某个赛季共需比赛 14 场，现已比赛 8 场，输了一场，得 17 分.

- ① 前 8 场比赛中，这支球队共胜了几场？
- ② 这支球队打满 14 场比赛，最高能得多少分？

18. 某石油进口国这个月的石油进口量比上个月减少了 5%，由于国际油价上涨，这个月进口石油的费用反而比上个月增加了 14%. 求这个月的石油价格相对上个月的增长率.

19. 希腊数学家丢番图（公元 3~4 世纪）的墓碑上记载着：

“他生命的六分之一是幸福的童年；

再活了他生命的十二分之一，两颊长起了细细的胡须；

他结了婚，又度过了一生的七分之一；

再过五年，他有了儿子，感到很幸福；

可是儿子只活了他父亲全部年龄的一半；

儿子死后，他在极度悲痛中度过了四年，也与世长辞了.”

你能算出丢番图的寿命吗？





20. 一列火车匀速行驶，经过一条长 300m 的隧道需要 20s 的时间，隧道的顶上有一盏灯，垂直向下发光，灯光照在火车上的时间是 10s. 根据以上数据，你能否算出火车的长度？若能，火车的长度是多少？若不能，请说明理由.

21. 汽车以 72 千米/时的速度在公路上行驶，开向寂静的山谷，驾驶员按一下喇叭，4 秒后听到回响，已知空气中声音的传播速度约为 340 米/秒，听到回响时汽车离山谷的距离是多少米？

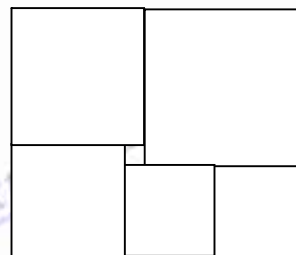
22. 小明骑自行车匀速上班，他发现每 12 分钟有一辆电车从后面超过他，每隔 6 分钟有一辆电车迎面开来. 如果电车也是匀速，那么电车几分钟发一班？





23. 某手表每小时比准确时间慢 3 分钟，若在清晨 4 点 30 分，与准确时间对准，则当天上午该手表指示时间为 10 点 50 分时，准确时间应该是多少？

24. 如图矩形 ABCD 被分成六个正方形，其中最小正方形的面积等于 1，求矩形 ABCD 的面积。



25. 某牛奶加工厂有鲜奶 9 吨，若在市场上直接销售鲜奶，每吨可获取利润 500 元，制成酸奶销售，每吨可获取利润 1200 元；制成奶片销售，每吨可获利润 2000 元，该工厂的生产能力是：如制成酸奶，每天可加工 3 吨；制成奶片每天可加工 1 吨，受人员限制，两种加工方式不可同时进行，受气温条件限制，这批牛奶必须在 4 天内全部销售或加工完毕。为此，该厂某领导提出了两种可行方案：

方案 1：尽可能多的制成奶片，其余直接销售鲜牛奶；

方案 2：将一部分制成奶片，其余制成酸奶销售，并恰好 4 天完成，

你认为选择哪种方案获利最多，为什么？





26. 某经销商经销一种商品, 由于进货价降低了 5%, 售价不变, 使得利润由 $k\%$ 提高到 $(k+7)\%$, 求 k .

27. 夏老师欲购买一辆汽车, 销售商告诉夏老师, 若采取分期付款: 一种付款方式是第 1 月付 4 万元, 以后每月付款一万元; 另一种付款方式是前一半时间每月付款 1 万 4 千元, 后一半时间, 每月付款 1 万 1 千元; 两种付款方式中付款钱数和付款时间都相同. 销售商还说若夏老师一次性付款, 可少付车款 1 万 6 千元. 夏老师看了看自己的存折决定一次性付清购车款, 同学们帮夏老师算算, 夏老师要付款多少万元?

28. 如图, 有 3 个面积都是 k 的圆放在桌面上, 桌面被圆覆盖的面积是 $2k+2$, 并且重叠的两块是等面积的, 直线 l 过两圆心 A、B, 如果直线 l 下方被圆覆盖的面积是 9, 请求出 k 的值.

