

2011 年小学“希望杯”全国数学邀请赛

四年级 第 2 试

一、填空题（每小题 5 分，共 60 分）

1. 计算： $(70 \div 4 + 90 \div 4) \div 4 =$ _____。

[解析]

$$\text{原式} = (70 + 90) \div 4 \div 4 = 160 \div 4 \div 4 = 10$$

2. 计算： $898 + 9898 + 99898 + 999898 =$ _____。

[解析]

$$\text{原式} = 1000 - 102 + 10000 - 102 + 100000 - 102 = 111000 - 408 = 110592$$

3. 对运算 \odot 和 \otimes ，规定：

$$a \odot b = a \times b + b, \quad a \otimes b = a \times b - a$$

那么， $(2 \odot 3) \odot (2 \otimes 4) =$ _____。

【解析】

$$2 \odot 3 = 2 \times 3 + 3 = 9;$$

$$2 \otimes 4 = 2 \times 4 - 2 = 6$$

$$9 \odot 6 = 9 \times 6 + 6 = 60$$

4. 若一个能被 5 整除的两位数既不能被 3 整除，又不能被 4 整除，它的 97 倍是偶数，十位数字不小于 6，则这个两位数是_____。

【解析】70

因为能被 5 整除，所以个位数是 0 或者 5；

又因为它的 97 倍是偶数，所以这个数也是偶数；

所以个位数只能是 0，十位数不小于 6，所以十位数只能取 7、8、9

又因为不能被 3 整除，也不能能被 4 整除，所以十位数只能取 7

这个数为 70

5.图中每一横行右面的一个数减去它左面相邻的一个数所得的差都相等，每一竖列下面的一个数除以它上面相邻的一个数所得的商都相等，则 $a+b \times c =$ _____。

	4		8
c			
18			b
	a	162	

【解析】

横行为等差数列，可得第一行为：2，4，6，8

每一竖列为等比数列，可得第一列为：2，6，18，54； $c=6$

同理可求得 $a=4 \times 3 \times 3 \times 3=108$ ， $b=8 \times 3 \times 3=72$

$$a+b \times c=108+72 \times 6=540$$

6.如果一个两位数的 3 倍与 4 的差是 10 的倍数，它的 4 倍与 15 的差大于 60 且小于 100，则这个两位数是_____。

【解析】

因为这个两位数的 3 倍与 4 的差是 10 的倍数，所以这个两位数的个位数是 8

又因为它的 4 倍大于 75 并且小于 115，那么可推得这个两位数大于 18.5 且小于 28.75

所以这个两位数是 28。

7.若四位数的各个数位上的数字都是偶数，并且百位数字是 2，则这样的四位数有 _ _ _ _ 个。

【解析】

根据题意，这个四位数的千位有 4 种：2、4、6、8

十位、个位各有 5 种：0、2、4、6、8

所以满足条件的四位数有 $4 \times 5 \times 5 = 100$ 个

8.将长为 12 厘米，宽为 8 厘米的长方形纸片剪去 4 个同样大小的等腰直角三角形，剩余部分的面积至少是_____平方厘米。

【解析】

要使剩余面积最小，那么等腰直角三角形面积要尽可能大；

分析可知，当等腰直角三角形的直角边为 6 时，面积最大，即等腰三角形面积最大为 18。

所以剩余面积至少为 $12 \times 8 - 18 = 78$

9.一个除法运算，被除数是 10，除数比 10 小，则可能出现的所有不同的余数的和是_____。

【解析】

根据题目的意思，除数比 10 小，则用 10 分别除以 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 不同的余数为 0、1、2、3、4, 则和为 $1+2+3+4=10$

10. 苹果和梨各有若干个，若每袋装 5 个苹果和 3 个梨，则当梨恰好装完时，还多 4 个苹果；若每袋装 7 个苹果和 3 个梨，则当苹果恰好装完时，梨还多 12 个，那么苹果和梨共有_____个。

【解析】盈亏问题

第一种装法：每袋 5 个苹果、3 个梨 多 4 个苹果

第二种装法：每袋 7 个苹果、3 个梨 多 12 个梨

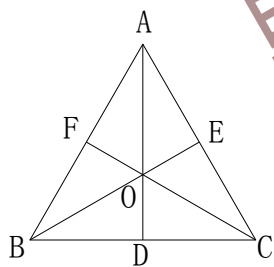
如果我们将第二种装法将剩余的 12 个梨也装进去，那么还需要苹果 $12 \div 3 \times 7 = 28$

那么再来观察，第二种装法是在第一种的基础上变换的，每个袋子里面再装 2 个苹果，总共需要 $4+28=32$ ，就能恰好装完，则此时袋子数为 $32 \div 2 = 16$

则梨有 $16 \times 3 = 48$ ，苹果有 $16 \times 5 + 4 = 84$

共有 $48+84=132$

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=BC=CA$ ，D、E、F 分别是三边的中点，AD、BE、CF 交于点 O，则图中有_____个三角形；它们的面积有_____个不同值。



【解析】

包含有 1 个基本三角形的有：6 个

包含有 2 个基本三角形的有：3 个

包含有 3 个基本三角形的有：6 个

包含有 6 个基本三角形的有：1 个

所以总共有 $6+3+6+1=16$ 个，有 4 个不同的面积值。

12. A、B、C、D 四人带着一个手电筒，要通过个黑暗的只容 2 人走的隧道，每次让 2 人带着手电筒通过，再由一人送回手电筒，又由 2 人带着手电筒通过...，若 A、B、C、D 四人单独通过隧道分别需要 3、4、5、6 分钟，则他们 4 人都通过隧道至少需要____分钟。

【解析】

4 个人需要 5 趟过隧道，时间要最短，则可以是 A、B 先一起过去，然后 A 送手电筒。

接着 C、D 一起过去，然后 B 送回手电筒。那么总共的时间为 $4+3+6+4+4=21$ (分钟)

二、解答题 (每小题 15 分，共 60 分)

每题都要写出推算过程。

13. 摩托车行驶 120 千米与汽车行驶 180 千米所用的时间相同，7 小时内摩托车行驶的路程比 6 小时内汽车行驶的路程少 80 千米。若摩托车先出发 2 小时，然后汽车从同一出发点开始追赶，那么，汽车出发后几小时内可以追上摩托车？

【解析】

列方程来解：

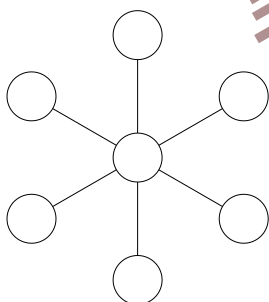
设摩托车的速度为 V_1 ，汽车的速度为 V_2 ，那么 $V_1 : V_2 = 120 : 180 = 2 : 3$

则根据第二个条件可列出： $6V_2 - 7V_1 = 80$

那么最后的追及问题： $2V_1 = (V_2 - V_1) \times t$

求得 $t = 4$ 小时

14. 将 1、10、11、15、18、37、40 这 7 个数分别填入图中的 7 个圆圈内（每个数都要用到），能否使其中两条直线上的三个数的和相等，并且等于另一条直线上的三个数的和的 3 倍？若可以，请给出一种填法；若不能，请说明理由。



【解析】

给出的 7 个数中，只有 $18 + 37 = 15 + 40 = 55$ ，那么剩下的三个数 1、10、11，其中一个数加上 55 必须是 3 的倍数，所以只有 $55 + 11 = 66$

所以中间的数为 15，端点位置分别为 $(18, 37)$ $(15, 40)$ $(1, 10)$

15. 100 人参加速算测试，共 10 题，每题答对的人数如下表所示：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答对人数	93	90	86	91	80	83	72	75	78	59

规定：答对 6 题或 6 题以上为及格，根据上表计算至少有多少人及格。

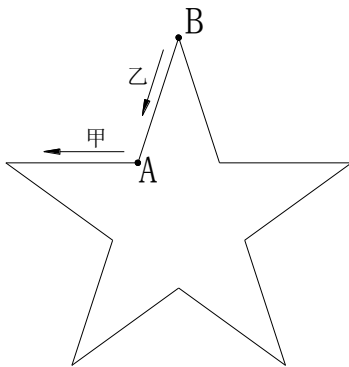
【解析】

根据题目的意思要使几个的人数少，那么不及格的人数就尽量多，即每个不及格人答错的题目为 5 道。

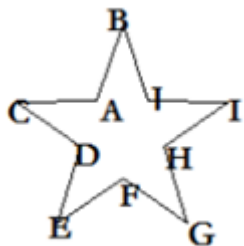
每道题目答错的人数之和 $7+10+14+9+10+17+28+25+22+41=193$

$193 \div 5 = 38 \dots 3$ ，那么最多有 38 个人不及格，则最少的及格人数为 $100 - 38 = 62$ （个）

16.如图，甲、乙两只小虫分别从每边长 20 厘米不透明的正五角星围墙的顶点 A、B 出发，沿外侧按逆时针方向爬行，甲每秒爬行 5 厘米，乙每秒爬行 4 厘米。问：在甲从出发到第一次爬到 B 的过程中，乙能看到甲的时间有多少秒？



【解析】



(1) 当甲从 A 到 C 时，乙能看到甲，时间为 $20 \div 5 = 4$ 秒

(2) 乙从 B 到 C 需要 $40 \div 4 = 10$ 秒, 此时甲爬行了 $5 \times 10 = 50$ 厘米, 位于 DE 中点处, 此时, 乙能看到甲, 看到的时间为 $10 \div 5 = 2$ 秒, 甲到达 E, 乙在 C 前方 8 厘米处;

(3) 乙到达 E 用时 $(40 - 8) \div 4 = 8$ 秒, 甲爬行了 $5 \times 8 = 40$ 厘米, 刚到 G 处;

(4) 乙从 E 到 G 用时 $40 \div 4 = 10$ 秒, 甲爬行了 $5 \times 10 = 50$ 厘米, 位于 IJ 中点处;

(5) 甲再到达 B, 用时 $30 \div 5 = 6$ 秒, 乙爬行了 $4 \times 6 = 24$ 厘米, 位于 H 前方 4 厘米处。

综上所述, 乙能看到甲的时间为 $4 + 2 = 6$ 秒。