

# 第十届小学“希望杯”全国数学邀请赛

六年级 第2试



2012年4月8日 上午9:00至11:00 得分 \_\_\_\_\_

本经“希望杯”组委会授权,任何单位和个人均不准翻印或销售此试卷,也不准以任何形式(包括网络)转载。

亲爱的小朋友,你已经从第1轮比赛中胜出,进入了第二试,期待你在本轮竞赛中取得优异的成绩。

## 一、填空题(每小题5分,共60分。)

1. 计算:  $\frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} + \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{5}}{\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 计算:  $2+3+5+13+\frac{2}{99}+\frac{11}{63}+\frac{25}{35}+\frac{5}{15} = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 王涛将连续的自然数1,2,3,... 逐个相加,一直加到某个自然数为止,由于计算时漏加了一个自然数而得到错误的结果2012,那么,他漏加的自然数是 \_\_\_\_\_。

4. 在数0.20120415中的小数点后面的数字上方加上循环点,得到循环小数,这些循环小数中,最大的是 \_\_\_\_\_,最小的是 \_\_\_\_\_。

5. 对任意两个数  $x, y$ , 规定运算“ $*$ ”的含义是:  $x * y = \frac{4 \times x \times y}{m \times x + 3 \times y}$  (其中  $m$  是一个确定的数), 如果  $1 * 2 = 1$ , 那么  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $3 * 12 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 对于一个多边形,定义一种“生长”操作:如图1,将其一边  $AB$  变成向外凸的折线  $ACDEB$ ,其中  $C$  和  $E$  是  $AB$  的三等分点,  $C, D, E$  三点可构成等边三角形。那么,一个边长是9的等边三角形,经过两次“生长”操作(如图2),得到的图形的周长是 \_\_\_\_\_;经过四次“生长”操作,得到的图形的周长是 \_\_\_\_\_。



图1

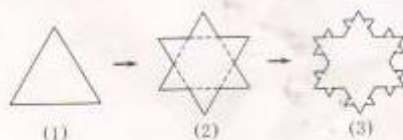


图2

7. 如图 3 所示的“鱼”形图案中共有 \_\_\_\_\_ 个三角形.

8. 已知自然数  $N$  的个位数字是 0, 且有 8 个约数, 则  $N$  最小是 \_\_\_\_\_.

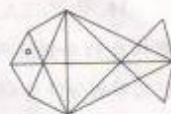


图 3

9. 李华在买某一种商品的时候, 将单价中的某一数字“7”错看成了“1”, 准备付款 189 元, 实际应付 147 元, 已知商品的单价及购买的数量都是整数, 则这种商品的实际单价是 \_\_\_\_\_ 元, 李华共买了 \_\_\_\_\_ 件.

10. 如图 4, 已知  $AB = 40\text{cm}$ , 图中的曲线是由半径不同的三种半圆弧平滑连接而成, 那么阴影部分的面积是 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ . ( $\pi$  取 3.14)



图 4

11. 快车和慢车同时从甲、乙两地相对开出, 快车每小时行 33 千米, 相遇时行了全程的  $\frac{4}{7}$ , 已知慢车行完全程需要 8 小时, 则甲、乙两地相距 \_\_\_\_\_ 千米.

12. 甲、乙、丙三人去郊游, 甲买了 9 根火腿, 乙买了 6 个面包, 丙买了 3 瓶矿泉水, 乙花的钱是甲的  $\frac{12}{13}$ , 丙花的钱是乙的  $\frac{2}{3}$ , 丙根据每人所花钱的多少拿出 9 元钱分给甲和乙, 其中, 分给甲 \_\_\_\_\_ 元, 分给乙 \_\_\_\_\_ 元.

二、解答题 (每小题 15 分, 共 60 分.) 每题都要写出推算过程.

13. 将 1 到 9 这 9 个自然数中的 5 个数填入图 5 所示的圆圈内, 使任意有线段相连的两个圆圈内的两数之差恰好等于连接这两个圆圈的线段的条数. 图 6 给出了一种填法, 请你再给出两种不同的填法.

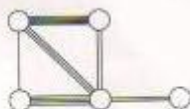


图 5



图 6

答:



14. 甲、乙二人分别从  $A, B$  两地同时出发相向而行, 于  $C$  地相遇后, 甲继续向  $B$  地行走, 乙则休息 14 分钟后再继续向  $A$  地行走. 甲和乙各自到达  $B$  地和  $A$  地后立即折返, 又在  $C$  地相遇. 已知甲每分钟走 60 米, 乙每分钟走 80 米, 则  $A, B$  两地相距多少米?

15. 将 100 个棱长为 1 的立方体堆放成一个多面体, 将可能堆成的多面体的表面积按从小到大排列, 求开始的 6 个.

16. 在  $m$  行  $n$  列的网格中, 规定: 由上而下的横行依次为第 1 行, 第 2 行,  $\dots$ , 由左向右的竖列依次为第 1 列, 第 2 列,  $\dots$ . 点  $(a, b)$  表示位于第  $a$  行、第  $b$  列的格点. 图 7 是 4 行 5 列的网格, 从点  $A(2, 3)$  出发, 按象棋中的马走“日”字格的走法, 可到达网格中的格点  $B(1, 1), C(3, 1), D(4, 2), E(4, 4), F(3, 5), G(1, 5)$ . 如果在 9 行 9 列的网格中(图 8), 从点  $(1, 1)$  出发, 按象棋中的马走“日”字格的走法,

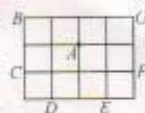


图 7

(1) 能否到达网格中的每一个格点?

答: \_\_\_\_\_, (填“能”或“不能”)

(2) 如果能, 那么沿最短路线到达某个格点, 最多的需要几步? 这样的格点有几个? 写出它们的位置. 如果不能, 请说明理由.



图 8



# 第十届小学“希望杯”全国数学邀请赛

## 参考答案及评分标准

### 六年级 第2试

一、填空题(每小题5分,其中第4,5,6,9,12题,每空2.5分。)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	$5\frac{1}{8}$	$24\frac{8}{33}$	4	$0.2012041\dot{5}$ $0.2\dot{0}12041\dot{5}$	$2;3\frac{3}{7}$	$48;85\frac{1}{3}$	35	30	21;7	628	198	6;3

### 二、解答题

13. 有如图1所示两种情况:



图1

第一种情况, $a$ 的值可以取1,2,3;第二种情况, $a$ 的值可以取7,8,9,共有6种不同填法。

下面给出两种答案(图2)作为参考:



图2

注 填对一种答案得8分,填对两种答案得15分。

14. 解法1 设A、B两地相距 $x$ 米。

由 $AC:CB=60:80=3:4$ ,得

$$AC = \frac{3}{7}x, CB = \frac{4}{7}x, \quad (5分)$$

根据题意列方程,得

$$\frac{x + \frac{4}{7}x}{60} = \frac{x + \frac{3}{7}x}{80} + 14, \quad (10分)$$

解得  $x = 1680$ 。

所以A、B两地相距1680米。 (15分)



图3

解法2 设第一次相遇的时间为 $t$ 分钟。

根据题意列方程,得

$$\frac{80t \times 2}{60} = \frac{60t \times 2}{80} + 14, \quad (5分)$$

解得  $t = 12$ , (10分)

所以A、B两地相距

$$(60+80) \times 12 = 1680(\text{米}). \quad (15分)$$

15. 将数100分解,得

$$\begin{aligned} 100 &= 1 \times 1 \times 100 \\ &= 1 \times 2 \times 50 \\ &= 1 \times 4 \times 25 \\ &= 1 \times 5 \times 20 \\ &= 1 \times 10 \times 10 \\ &= 2 \times 2 \times 25 \\ &= 2 \times 5 \times 10 \\ &= 4 \times 5 \times 5. \end{aligned} \quad (7分)$$

所以,用100个棱长为1的小立方体堆放成的长方体有8种,它们的表面积如下表所示:

长、宽、高	表面积
1,1,100	$2 \times (1 \times 1 + 1 \times 100 + 1 \times 100) = 402$
1,2,50	$2 \times (1 \times 2 + 1 \times 50 + 2 \times 50) = 304$
1,4,25	$2 \times (1 \times 4 + 1 \times 25 + 4 \times 25) = 258$
1,5,20	$2 \times (1 \times 5 + 1 \times 20 + 5 \times 20) = 250$
1,10,10	$2 \times (1 \times 10 + 1 \times 10 + 10 \times 10) = 240$
2,2,25	$2 \times (2 \times 2 + 2 \times 25 + 2 \times 25) = 208$
2,5,10	$2 \times (2 \times 5 + 2 \times 10 + 5 \times 10) = 160$
4,5,5	$2 \times (4 \times 5 + 4 \times 5 + 5 \times 5) = 130$

由上表可知,表面积从小到大排列,前6个依次是:

$$130, 160, 208, 240, 250, 258. \quad (15分)$$

16. (1) 能。 (5分)

(2) 解法1 因为每走一步,行数 $a$ 可增加1或2,也可减少1或2,列数 $b$ 也一样,所以从点(1,1)出发可以到达每一个格点。

下面分类讨论:从(1,1)出发,

① 一步可以到达的格点有 2 个:

(2,3),(3,2);

② 两步可以到达的格点有 9 个:

(1,5),(3,5),(4,4),(4,2),(3,1),(1,3),

(2,4),(5,3),(5,1);

③ 三步可以到达的格点有 20 个:

(2,1),(2,5),(3,4),(2,7),(3,6),(1,2),

(1,6),(4,5),(4,3),(5,2),(1,4),(4,7),

(5,6),(5,4),(6,3),(6,1),(6,5),(7,2),

(4,1),(7,4);

④ 四步可以到达的格点有 27 个:

(3,3),(2,6),(2,8),(3,7),(1,7),(4,6),

(1,9),(3,9),(4,8),(2,2),(5,5),(5,7),

(6,2),(6,4),(6,6),(5,9),(6,8),(7,3),

(7,1),(7,5),(7,7),(8,2),(8,4),(8,6),

(9,3),(9,1),(9,5);

⑤ 五步可以到达的格点有 18 个:

(2,9),(3,8),(1,8),(4,9),(5,8),(6,7),

(6,9),(7,6),(7,8),(8,3),(8,1),(8,5),

(8,7),(8,9),(9,2),(9,4),(9,6),(9,8);

⑥ 六步可以到达的格点有 4 个:

(8,8),(9,9),(7,9),(9,7).

$1+2+9+20+27+18+4=81$ ,

至此,  $9 \times 9$  网格中的所有的格点全部走完。

因此,按象棋里马走“日”字格的走法,可以到达 9 行 9 列的网格点中的每一格点,且最多需要 6 步,这样的格点有 4 个,它们是

(8,8),(9,9),(7,9),(9,7). (15 分)

**解法 2** 直接在网格上标出到达每个格点需要的最少步数,由图 4 可以看出,走“日”字格是可以到达每一格点的,且最多需要 6 步,

需要 6 步的格点有 4 个,它们是

(8,8),(9,9),(7,9),(9,7). (15 分)

0	3	2	3	2	3	4	5	4
3	4	1	2	3	4	3	4	5
2	1	4	3	2	3	4	5	4
3	2	3	2	3	4	3	4	5
2	3	2	3	4	3	4	5	4
3	4	3	4	3	4	5	4	5
4	3	4	3	4	5	4	5	6
5	4	5	4	5	4	5	6	5
4	5	4	5	4	5	6	5	6

图 4