



[八年级上学期数学提高系列之一]



【励志故事】

白龙马和骡子

自从白龙马和唐僧西天取经归来，他就成了佛，放在寺庙里供大家敬拜。

有一天，一只骡子路过那座庙，被白龙马的故事感动了，就决定要像白龙马学习，勤奋自强。于是每天不停的绕着寺庙磨磨，希望有一天也能立地成佛。可是很多年过去了，生活依然没有任何改变。终于有一天，骡子忍不住去问白龙马：“为什么你去了趟西天就能成佛，而我每天辛勤劳作就始终不能成佛呢？”白龙马笑着看着骡子，说：“其实你走的路程加起来，与我去西天取经的路程差不多，唯一的差别就是——我是朝着一个方向不停的走，而你却始终在原地打转。”

其实在生活中，很多人就像骡子一样，不停的劳作，并且抱怨声声。很多年以后，还是那副老样子，没有多大的改变，甚至还不如从前。为什么？儿时语文老师总会布置一篇作文，题目是“我的理想”，那时候，我们有很多理想，也许是科学家，也许是飞行员，也许……为什么长大了反而模糊了我们的理想与目标？我们的理想被谁偷走了吗？没有人偷走我们的理想，我们的理想只是在不停的原地打转时磨灭了。

人类的伟大，在于他有理想。有理想有热情的人才能成就人生。朝着那个理想，坚定不移的走下去，成功一定属于我们每一个人。

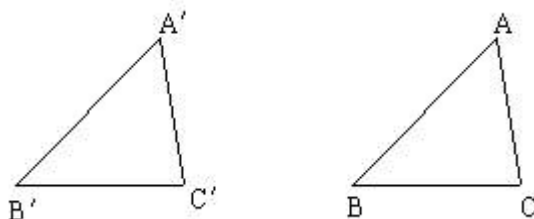




八年级上学期数学提高训练（一）

[知识要点]

1. 全等图形：在实际生活中，存在着许多图形，若将它们叠在一起，能够完全重合，亦即它们的形状、大小相同，我们就称这种能够完全重合的图形为全等图形.
2. 全等三角形：能够完全重合的两个三角形，叫做全等三角形.
3. 全等三角形性质、符号：（1）性质：全等三角形的对应边相等，对应角相等.
（2）符号：“ \cong ”读做“全等于”，如 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 全等，记作 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.
4. 结合图形用符号语言写出全等三角形性质



如图， $\because \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ ， $\therefore \angle A = \angle A'$ 、 $\angle B = \angle B'$ 、 $\angle C = \angle C'$ ，

$AB = A'B'$ 、 $AC = A'C'$ 、 $BC = B'C'$ （全等三角形对应角相等，对应边相等）

书写全等三角形时，应注意把对应顶点写在对应的位置.

5. 三角形全等判定
 - （1）边边边：三边对应相等的两个三角形全等，简写“边边边”或“SSS”
 - （2）角边角：两角和它们的夹边对应相等的两个三角形全等，简写“角边角”或“ASA”
 - （3）角角边：两角和其中一角的对边相等的两个三角形全等，简写成“角角边”或“AAS”
注意：（2）、（3）中必须是“两角夹一边”或“两角及其中一角的对边”对应相等，不能理解为“两角和任意一边”.
 - （4）边角边：两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等，简写“边角边”或“SAS”
 - （5）斜边、直角边（HL）：有斜边和一直角边对应相等的两个直角三角形全等.
6. 证明三角形全等的基本思路
 - （1）已知两边：①找夹角 \rightarrow SAS， ②找另一边 \rightarrow SSS；
 - （2）已知两角：①找夹边 \rightarrow ASA， ②找任一边 \rightarrow AAS 或 ASA；
 - （3）已知一边一角：①边为角的对边：找任一角 \rightarrow AAS 或 ASA，
②边为角的邻边：找夹角的另一边 \rightarrow SAS，
找另一角 \rightarrow AAS 或 ASA.
7. 角平分线定理





性质定理：角平分线上的点到这个角的两边的距离相等。

判定定理：角的内部到角的两边距离相等的点在角的平分线上。

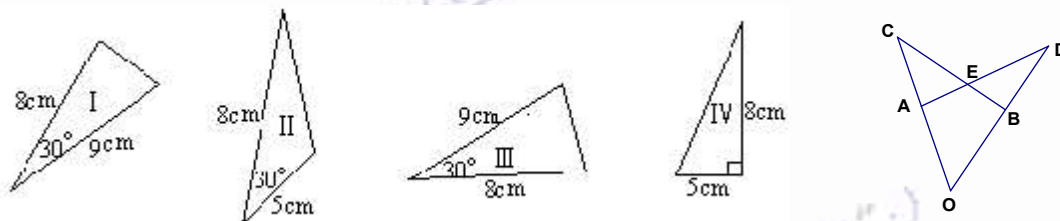
8. 常见的构造全等辅助线的作法

- | | |
|----------------|------------------|
| (1) 延长中线构造全等； | (2) 沿角平分线翻折构造全等； |
| (3) 作平行线构造全等； | (4) 作垂线构造全等； |
| (5) 沿高线翻折构造全等； | (6) 绕点旋转构造全等。 |

[同步练习]

一、选择题

- 下列条件中，不能判定三角形全等的是 ()
 A. 三条边对应相等
 B. 两边和一角对应相等
 C. 两角和其中一角的对边对应相等
 D. 两角和它们的夹边对应相等
- 图中全等的三角形是 ()
 A. I 和 II
 B. II 和 IV
 C. II 和 III
 D. I 和 III



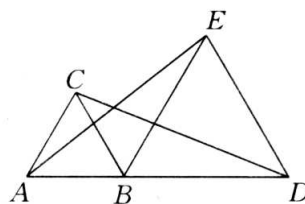
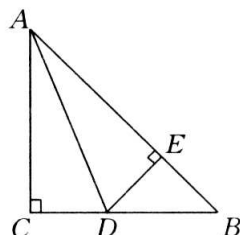
- 如图， $OA=OB$ ， $OC=OD$ ， $\angle O=60^\circ$ ， $\angle C=25^\circ$ ，则 $\angle BED =$ ()
 A. 70°
 B. 85°
 C. 65°
 D. 以上都不对
- 下列说法中不正确的是 ()
 A. 全等三角形的对应高相等
 B. 全等三角形的面积相等
 C. 全等三角形的周长相等
 D. 面积相等的两个三角形全等
- 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \angle C$ ，若与 $\triangle ABC$ 全等的三角形有一个角为 96° ，那么这个角在 $\triangle ABC$ 中对应的角是 ()
 A. $\angle A$
 B. $\angle B$
 C. $\angle C$
 D. $\angle A$ 或 $\angle C$
- 到三角形三条边距离相等的点是 ()
 A. 三条中线的交点
 B. 三条高的交点
 C. 三条角平分线的交点
 D. 三边垂直平分线的交点





7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=BC$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D , $DE \perp AB$ 于点 E , 若 $\triangle DEB$ 的周长为 10cm , 则斜边 AB 的长为 ()

A. 8cm B. 10cm C. 12cm D. 20cm

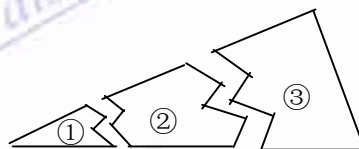
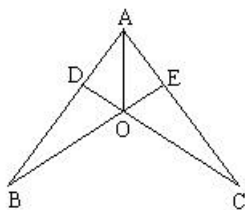


8. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle BDE$ 均为等边三角形, $AB < BD$, 若 $\triangle ABC$ 不动, 将 $\triangle BDE$ 绕点 B 旋转, 则在旋转过程中, AE 与 CD 的大小关系为 ()

A. $AE=CD$ B. $AE > CD$ C. $AE < CD$ D. 无法确定

二、填空题

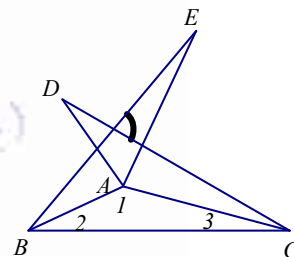
9. 如图, 已知 $CD \perp AB$, $BE \perp AC$, 垂足分别为 D 、 E , BE 、 CD 交于点 O , 且 AO 平分 $\angle BAC$, 那么图中全等三角形共有_____对.



10. 如图, 某同学把一块三角形的玻璃打碎成三片, 现在他要到玻璃店去配一块完全一样形状的玻璃. 那么最省事的办法是带_____去配.

11. 如图, $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADC$ 是 $\triangle ABC$ 分别沿着 AB 、 AC 边翻折 180° 形成的,

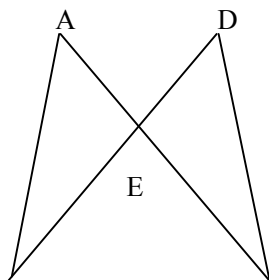
若 $\angle 1 : \angle 2 : \angle 3 = 28 : 5 : 3$, 则 $\alpha =$ _____度.



12. AD 为 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的中线, 若 $AB=2$, $AC=4$, 则 AD 的取值范围是_____.

三、解答题

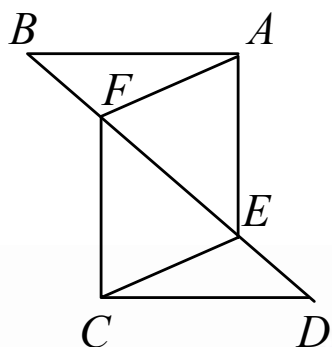
13. 如图所示, $AC=BD$, $AB=DC$, 求证: $\angle B = \angle C$.





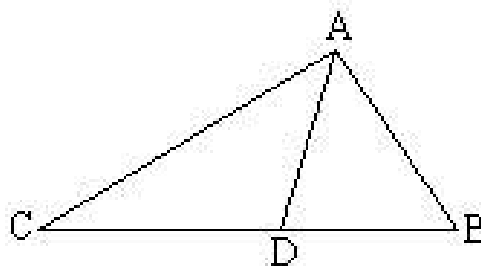
14. 如图, B、F、E、D 在一条直线上, $AB=CD$, $\angle B=\angle D$, $BF=DE$,

求证: (1) $\triangle DFC \cong \triangle BEA$; (2) $\triangle AFE \cong \triangle CEF$.



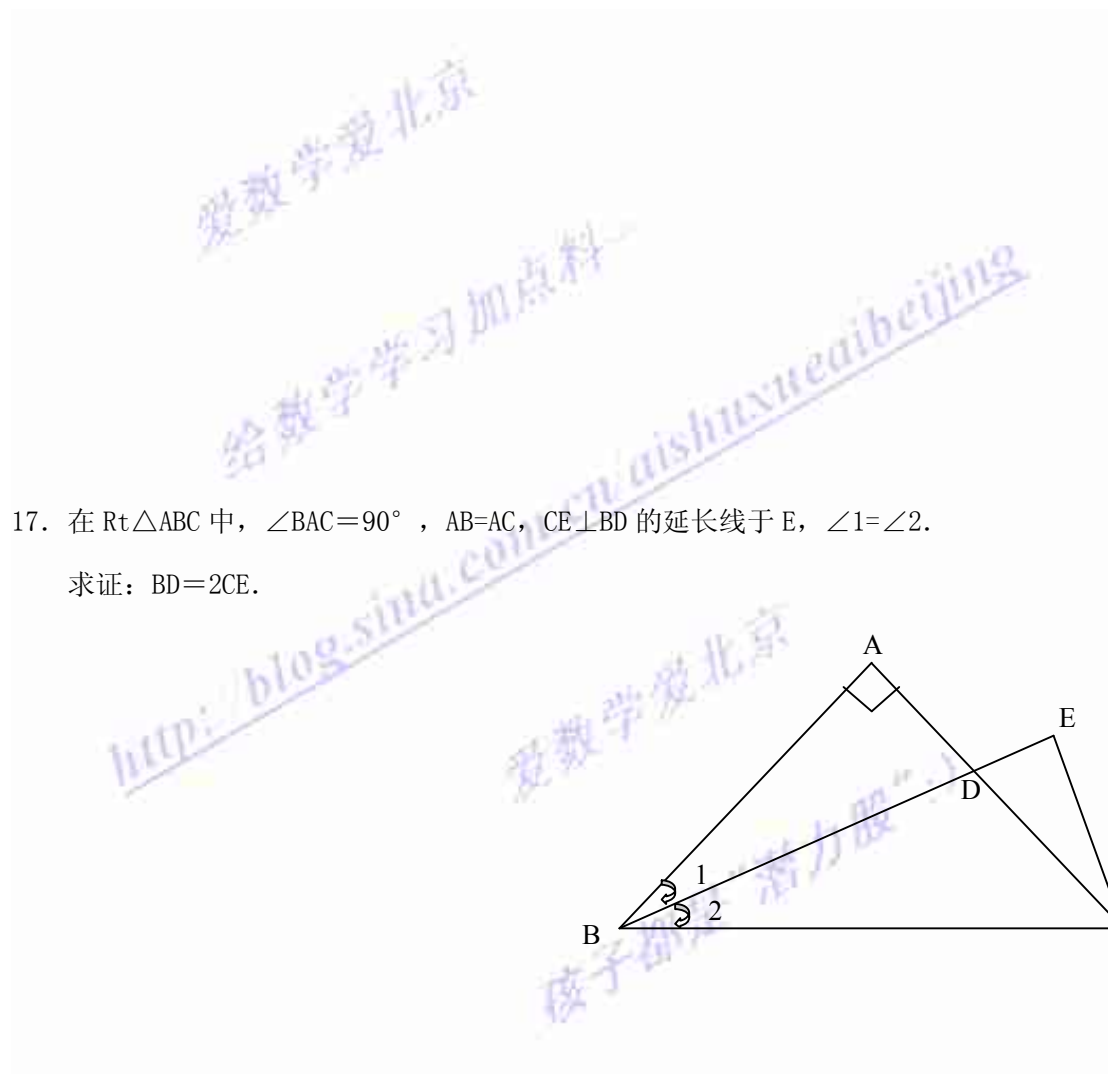
15. 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 2\angle C$, AD 平分 $\angle A$ 交 BC 于 D 点,

求证: $AC=AB+BD$. (用两种方法证明)





16. 求证：三角形一边的两端到这边的中线或中线的延长线的距离相等。



17. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=AC$ ， $CE \perp BD$ 的延长线于 E ， $\angle 1=\angle 2$ 。

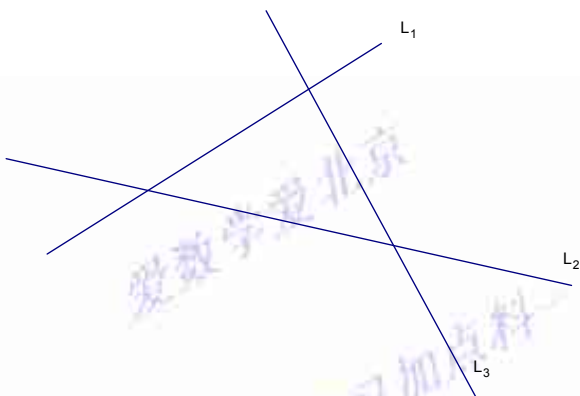
求证： $BD=2CE$ 。





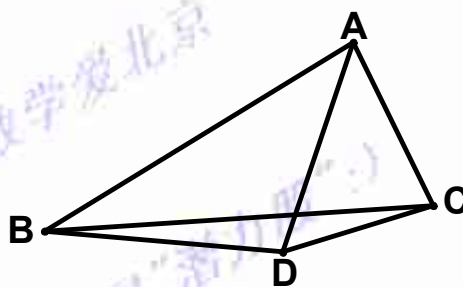
18. 如图, 有三条高速公路 L_1, L_2, L_3 两两相交,

- (1) 若在三条公路所夹的内部建造一个加油站, 使加油站到三条公路的距离相等, 问如何确定加油站的位置?
- (2) 若在三条公路的周边建造满足上述条件的加油站, 有几种方案?



19. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=2AC$, AD 平分 $\angle BAC$, $AD=BD$.

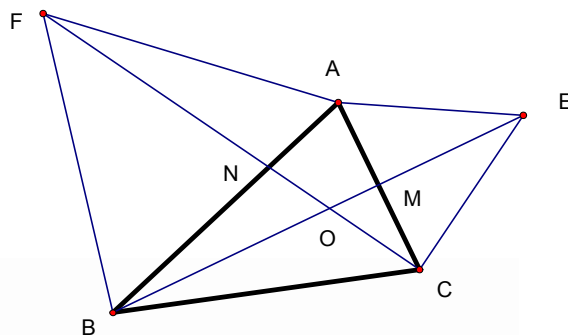
求证: $DC \perp AC$.





20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 的 AB、AC 边的外侧作等边三角形 ABF 和 ACE, 连接 BE、CF 相交于 O 点.

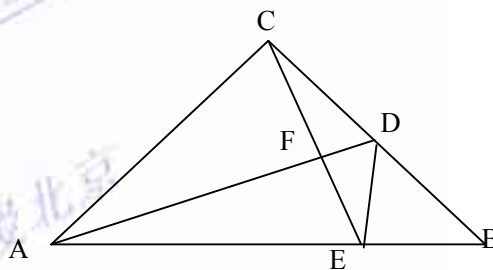
求证: AO 为 $\angle EOF$ 的平分线.



21. 如图所示, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, AD 是 BC 边上的中线, 过 C 作 AD 的垂线, 交 AB 于点 E, 交 AD 于点 F,

求证: (1) $\angle ADC = \angle BDE$; (用两种方法证明)

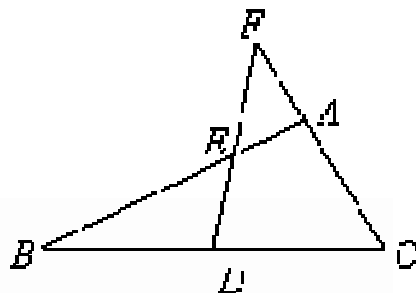
(2) $CE + DE = AD$.





22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 的中点, 过点 D 作射线交 AB 于 E , 交 CA 的延长线于 F .

若要 $BE = CF$ 的结论成立, 请写出 $\triangle AEF$ 必须满足的条件, 并加以证明.



23. 已知: 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle BAC = \angle D$, 点 E 、 F 分别在 BC 、 CD 上, 且 $\angle AEF = \angle ACD$, 试探究 AE 与 EF 之间的数量关系.

(1) 如图①, 若 $AB = BC = AC$, 则 AE 与 EF 之间的数量关系为_____.

(2) 如图②, 若 $AB = BC$, 在 (1) 中得到的结论是否发生变化? 写出你的猜想, 并加以证明.

