

2013 年深圳市初中毕业生学业考试

数学试卷

- 说明：1、答题前，请将姓名、考生号、考场、试室号和座位号用规定的笔写在答题卡指定的位置上，将条形码粘贴好。
- 2、全卷分二部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题，共 4 页。考试时间 90 分钟，满分 100 分。
- 3、本卷试题，考生必须在答题卡上按规定作答；凡在试卷、草稿纸上作答的，其答案一律无效。答题卡必须保持清洁，不能折叠。
- 4、考试结束，请将本试卷和答题卡一并交回

第一部分 选择题

(本部分共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，每小题给出 4 个选项，其中只有一个是正确的)

1. -3 的绝对值是 ()

A. 3

B. -3

C. $-\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

答案：A

2. 下列计算正确的是 ()

A. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

B. $(ab)^2 = ab^2$

C. $(a^3)^2 = a^5$

D. $a \cdot a^2 = a^3$

答案：D

3. 某活动中，共募得捐款 32000000 元，将 32000000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.32×10^8

B. 3.2×10^6

C. 3.2×10^7

D. 32×10^6

答案：C

4. 如下图，是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()



A. 线段



B. 等边三角形



C. 正方形



D. 圆

答案：B

5. 某校有 21 名同学参加某比赛，预赛成绩各不同，要取前 11 名参加决赛，小颖已经知道了自己的成绩，她想知道自己能否进入决赛，只需要再知道这 21 名同学成绩的 ()

A. 最高分

B. 中位数

C. 极差

D. 平均数

答案：B

6. 分式 $\frac{x^2-4}{x+2}$ 的值为 0，则 ()

A. $x = -2$

B. $x = \pm 2$

C. $x = 2$

D. $x = 0$

答案：C

7. 在平面直角坐标系中，点 P $(-20, a)$ 与点 Q $(b, 13)$ 关于原点对称，则 $a+b$ 的值为 ()

A. 33

B. -33

C. -7

D. 7

答案：D

8. 小朱要到距家 1500 米的学校上学，一天，小朱出发 10 分钟后，小朱的爸爸立即去追小朱，且在距离学校 60 米的地方追上了他。已知爸爸比小朱的速度快 100 米/分，求小朱的速度。若设小朱速度是 x 米/分，则根据题意所列方程正确的是 ()

A. $\frac{1440}{x-100} - \frac{1440}{x} = 10$

B. $\frac{1440}{x} = \frac{1440}{x+100} + 10$

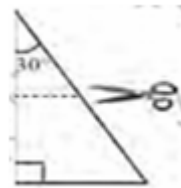
C. $\frac{1440}{x} = \frac{1440}{x-100} + 10$

D. $\frac{1440}{x+100} - \frac{1440}{x} = 10$

答案: B

9. 如图 1, 有一张一个角为 30° , 最小边长为 2 的直角三角形纸片, 沿图中所示的中位线剪开后, 将两部分拼成一个四边形, 所得四边形的周长是 ()

- A. 8 或 $2\sqrt{3}$ B. 10 或 $4+2\sqrt{3}$
C. 10 或 $2\sqrt{3}$ D. 8 或 $4+2\sqrt{3}$



答案: D

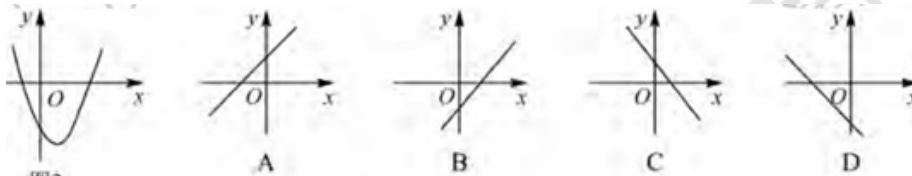
10. 下列命题是真命题的有 ()

①对顶角相等; ②两直线平行, 内错角相等; ③两个锐角对应相等的两个直角三角形全等; ④有三个角是直角的四边形是矩形; ⑤平分弦的直径垂直于弦, 并且平分弦所对的弧。

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

答案: C

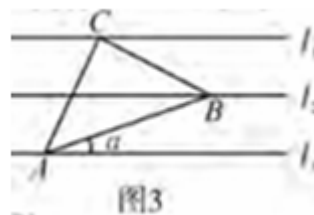
11. 已知二次函数 $y = a(x-1)^2 - c$ 的图像如图 2 所示, 则一次函数 $y = ax + c$ 的大致图像可能是 ()



答案: A

12. 如图 3, 已知 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 相邻两条平行直线间的距离相等, 若等腰直角 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别在这三条平行直线上, 则 $\sin \alpha$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{6}{17}$
C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$



答案: D

第二部分 非选择题

填空题 (本题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12)

13. 分解因式: $4x^2 - 8x + 4 =$ _____

答案: $4(x-1)^2$

14. 写有“中国”、“美国”、“英国”、“韩国”的四张卡片, 从中随机抽取一张, 抽到卡片所对应的国家为亚洲的概率是 _____

答案: $\frac{1}{2}$

15. 某商场将一款空调按标价的八折出售, 仍可获利 10%, 若该空调的进价为 2000 元, 则标价 _____ 元。

答案: 2750

16. 如下图, 每一幅图中均含有若干个正方形, 第 1 幅图中有 1 个正方形; 第 2 幅图中有 5 个正方形; ……………按这样的规律下去, 第 6 幅图中有 _____ 个正方形。



答案: 91

解答题 (本题共 7 小题, 其中第 17 题 5 分, 第 18 题 6 分, 第 19 题 7 分, 第 20 题 8 分, 第 21 题 8 分, 第 22 题 9 分, 第 23 题 9 分, 共 52 分)

17. 计算: $|\sqrt{8}| + (\frac{1}{3})^{-1} - 4\sin 45^\circ - (\sqrt{2013} - \sqrt{2012})^0$

解析: 原式 $= 2\sqrt{2} + 3 - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 = 2$.

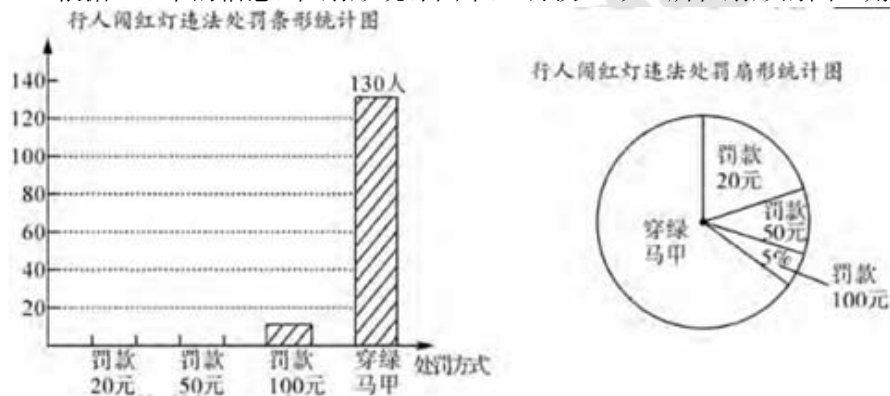
18. 解下等式组:
$$\begin{cases} 9x + 5 < 8x + 7 \\ \frac{4}{3}x + 2 > 1 - \frac{2}{3}x \end{cases}$$
, 并写出其整数解.

解析: 解 (1) 得: $x < 2$, 解 (2) 得: $x > -\frac{1}{2}$, 所以, $-\frac{1}{2} < x < 2$,

整数解为 0, 1

19. 2013 年起, 深圳市实施行人闯红灯违法处罚, 处罚方式分为四类: “罚款 20 元”、“罚款 50 元”、“罚款 100 元”、“穿绿马甲维护交通”。下图是实施首日由某片区的执法结果整理数据后绘制的两幅不完整的统计图, 请你根据图中提供的信息, 解答下列问题:

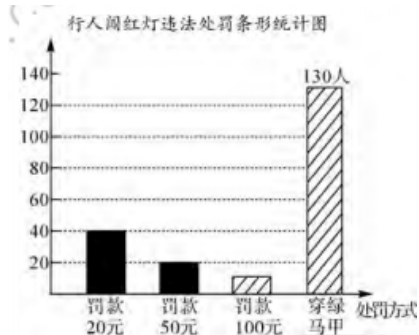
- (1) 实施首日, 该片区行人闯红灯违法受处罚一共 _____ 人;
- (2) 在所有闯红灯违法受处罚的行人中, 穿绿马甲维护交通所占的百分比是 _____ %;
- (3) 据了解, “罚款 20 元”人数是“罚款 50 元”人数的 2 倍, 请补全条形统计图;
- (4) 根据 (3) 中的信息, 在扇形统计图中, “罚款 20 元”所在扇形的圆心角等于 _____ 度。



解析: (1) 样本容量 $= \frac{10}{0.5} = 200$; (2) $\frac{130}{200} = 0.65$

(3) 总人数 200 人, 罚 20 元, 50 元, 共有: $200 - 130 - 10 = 60$ 人。
因此罚 20 元有 40 人, 罚 50 元有 20 人;

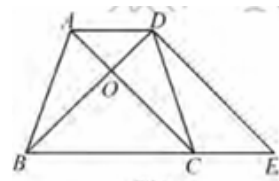
(4) 罚款 20 元所占百分比: $\frac{40}{200} = 0.2$, 所对应的圆心角为: $360^\circ \times 0.2 = 72^\circ$



20.如图4, 在等腰梯形ABCD中, 已知 $AD \parallel BC$, $AB=DC$, AC与BD交于点O, 延长BC到E, 使得 $CE=AD$, 连接DE.

(1) 求证: $BD=DE$.

(2) 若 $AC \perp BD$, $AD=3$, $S_{ABCD}=16$, 求AB的长.



解析:

【解析】(1) $\left. \begin{array}{l} AD \parallel BC \\ AD = CE \end{array} \right\} \rightarrow \text{四边形 } ADEC \text{ 为平行四边形} \rightarrow DE = AC$

$\left. \begin{array}{l} AD \parallel BC \\ AB = DC \end{array} \right\} \rightarrow \text{四边形 } ADCB \text{ 为等腰梯形} \rightarrow AC = BD$
 $BD = DE$.

(2) $\left. \begin{array}{l} AD = CE \\ AB = CD \\ BD = DE \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BAD \cong \triangle DCE$,

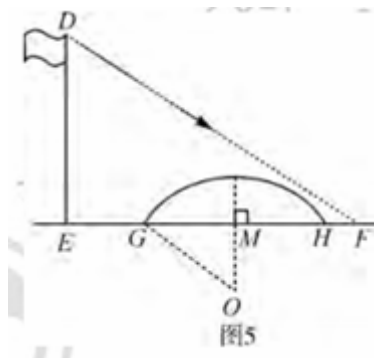
$\Rightarrow S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\triangle DCE} = 16 \Rightarrow BD = DE = 4\sqrt{2}$.

分别过A、D作 $AA' \perp BC$ 、 $DD' \perp BC$.

$\therefore AA' = DD' = 4, BA' = CD' = \frac{BC - AD}{2} = 1$.

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle AA'B$ 中, $AB = \sqrt{A'B^2 + AA'^2} = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$.

21.如图5所示, 该小组发现8米高旗杆DE的影子EF落在了包含一圆弧型小桥在内的路上, 于是他们开展了测算小桥所在圆的半径的活动. 小刚身高1.6米, 测得其影长为2.4米, 同时测得EG的长为3米, HF的长为1米, 测得拱高(弧GH的中点到弦GH的距离, 即MN的长)为2米, 求小桥所在圆的半径.



解析:

【解析】由相似得 $\frac{DE}{EF} = \frac{1.6}{2.4}$ 解得 $EF = 12$

$\therefore EG = 3, HF = 1, \therefore GH = EF - EG - HF = 8$

由垂径定理得: $GM = \frac{1}{2}GH = 4$

又 $MN = 2$

设半径 $OG = R$ 则 $OM = R - 2$

在 $\text{Rt}\triangle OMG$ 中, 由勾股定理得: $OM^2 + MG^2 = OG^2$

因此 $(R - 2)^2 + 4^2 = R^2$

解得: $R = 5$

因此小桥所在的半径为5m.

22.如图 6-1, 过点 A (0, 4) 的圆的圆心坐标为 C (2, 0), B 是第一象限圆弧上的一点, 且 $BC \perp AC$, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过 C、B 两点, 与 x 轴的另一交点为 D。

- (1) 点 B 的坐标为 (,), 抛物线的表达式为 _____
 (2) 如图 6-2, 求证: $BD \parallel AC$
 (3) 如图 6-3, 点 Q 为线段 BC 上一点, 且 $AQ=5$, 直线 AQ 交 $\odot C$ 于点 P, 求 AP 的长。

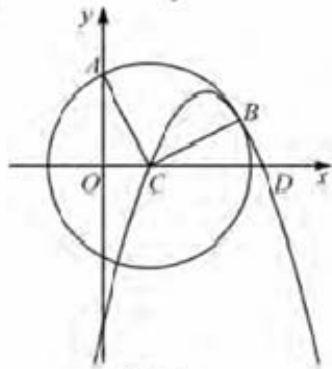


图6-1

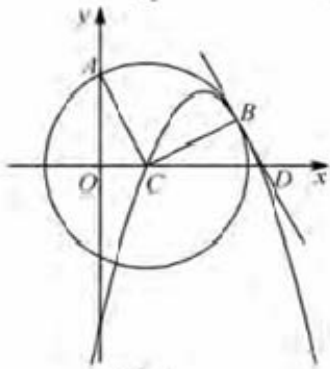


图6-2

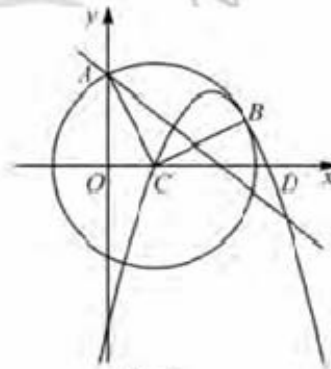


图6-3

解析:

【解析】(1)过点 B 作 $BE \perp x$ 轴, 易证 $\triangle AOC \cong \triangle CEB(AAS)$ (三垂直模型)

则 $CE = AO = 4, BE = CO = 2$, 点 $B(6, 2)$

解析式 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 把点 $B(6, 2)$ $C(2, 0)$ 代入得

$$\begin{cases} -18 + 6b + c = 2 \\ -2 + 2b + c = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = \frac{9}{2} \\ c = -7 \end{cases}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 7$$

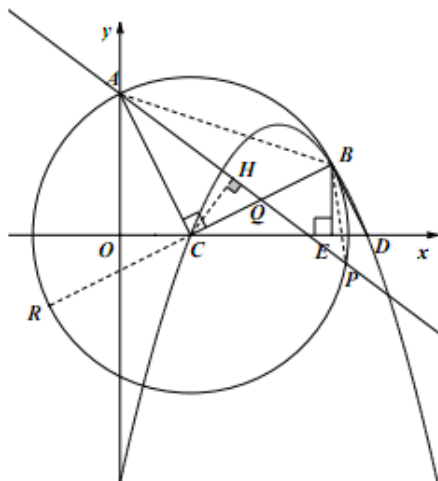
(2)令 $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 7 = 0$ 解得 $x_D = 7$ 因此 $D(7, 0)$

$$BC = AC = 2\sqrt{5}, \quad BD = \sqrt{5}, \quad CD = 5, \quad \text{因此 } BC^2 + BD^2 = CD^2$$

$$\therefore BD \perp BC$$

又因为 $AC \perp BC$ 所以 $BD \parallel AC$

(3)



$AQ=5$ 由勾股定理: $CQ=\sqrt{AQ^2-AC^2}=\sqrt{5}$, $BQ=BC-CQ=\sqrt{5}$

方法一: (使用相似, 共角相似模型) 连接 AB 、 BP , $\angle ABQ=\angle APB=45^\circ$ 易知 $\triangle ABQ \sim \triangle APB$ 因此 $AB^2=AQ \cdot AP$ 解得 $AP=8$

方法二: (使用垂径定理和射影定理) 过点 C 作 $CH \perp AQ$ 垂足是 H ,

由射影定理得: $AC^2=AH \cdot AQ$ $AH=4$ 由垂径定理 $AP=2AH=8$

方法三: (使用相交弦定理) 延长 BC 交 $\odot C$ 于点 R , 则 $RQ=CR+CQ=3\sqrt{5}$

由相交弦定理得: $AQ \cdot PQ=RQ \cdot BQ$ 因此解得 $PQ=3$, $AP=AQ+PQ=8$

23. 如图 7-1, 直线 AB 过点 $A(m, 0)$, $B(0, n)$, 且 $m+n=20$ (其中 $m>0$, $n>0$).

(1) m 为何值时, $\triangle OAB$ 面积最大? 最大值是多少?

(2) 如图 7-2, 在 (1) 的条件下, 函数 $y=\frac{k}{x} (k>0)$ 的图像与直线 AB 相交于 C 、 D 两点,

若 $S_{\triangle OCA}=\frac{1}{8}S_{\triangle OCD}$, 求 k 的值。

(3) 在 (2) 的条件下, 将 $\triangle OCD$ 以每秒 1 个单位的速度沿 x 轴的正方向平移, 如图 7-3, 设它与 $\triangle OAB$ 的重叠部分面积为 S , 请求出 S 与运动时间 (秒) 的函数关系式 ($0<t<10$).

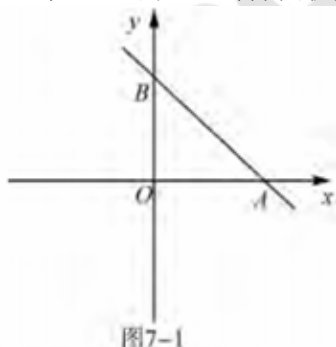


图7-1

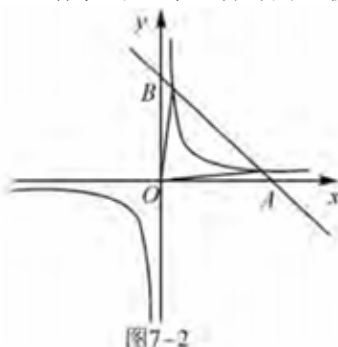


图7-2

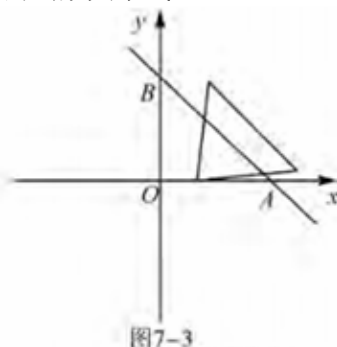


图7-3

解析:

【解析】(1) $S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}OA \cdot OB=\frac{1}{2}mn=\frac{1}{2}m(20-m)=-\frac{1}{2}(m^2-20m)=-\frac{1}{2}(m-10)^2+50$

$0 < m < 20$ 易知当 $m=10$ 时 $S_{\triangle OAB}$ 最大且为 $S_{\triangle OAB} = 50$

(2) $m=n=10$ 直线 $AB: y = -x + 10$

由对称性 $S_{\triangle OCA} = S_{\triangle OBD} = \frac{1}{8} S_{\triangle OCD}$

因此 $S_{\triangle OCA} = \frac{1}{10} S_{\triangle OAB} = 5$

$$S_{\triangle OCA} = \frac{1}{2} OA \cdot y_C = 5$$

$$\therefore y_C = 1, x_C = 9, k = x_C y_C = 9$$

(3) $C(9,1), D(1,9)$ 移动后的重叠部分为 $\triangle O'C'D'$

时间 t 后点 O' 坐标为 $O'(t,0)$

方法一: (使用相似) $S_{\triangle OCD} = \frac{8}{10} S_{\triangle OAB} = 40$

$\because C'D' \parallel CD$

$$\therefore \triangle O'C'D' \sim \triangle OCD, \quad \frac{O'D'}{O'D} = \frac{O'A}{O'E} = \frac{10-t}{10}$$

$$\frac{S_{\triangle O'C'D'}}{S_{\triangle OCD}} = \left(\frac{O'D'}{O'D} \right)^2 = \left(\frac{O'A}{O'E} \right)^2 = \left(\frac{10-t}{10} \right)^2$$

$$S = 40 \cdot \left(\frac{10-t}{10} \right)^2 = \frac{2}{5} t^2 - 8t + 40$$

方法二: (直接计算)

因此: $O'C': y = \frac{1}{9}(x-t)$ $O'D': y = 9(x-t)$

又直线 $AB: y = -x + 10$

联立解得 $C'(9 + \frac{t}{10}, 1 - \frac{t}{10})$, $D'(1 + \frac{9t}{10}, 9 - \frac{9t}{10})$

$$S = S_{\triangle O'C'D'} = S_{\triangle O'D'A} - S_{\triangle O'C'A}$$

$$= \frac{1}{2} y_{D'} \cdot O'A - \frac{1}{2} y_{C'} \cdot O'A$$

$$= \frac{1}{2} (y_{D'} - y_{C'}) O'A$$

$$= \frac{1}{2} (8 - \frac{4}{5}t)(10-t)$$

$$= \frac{2}{5} t^2 - 8t + 40$$

