

51. 第二次剪去的部分占整条绳子的 $\left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{10} = \frac{1}{5}$,

所以 1 米是整条绳子长度的 $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) - \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{15}$,

故绳子原来的长度是 $1 \div \frac{1}{15} = 15$ (米).

52. 把晴天的天数看作单位“1”, 阴天比晴天少 $\frac{1}{4}$, 阴天的天数相当于晴天的 $\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$; 雨天的天数比晴天少 $\frac{1}{6}$, 雨天的天数相当于晴天的 $\left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{5}{6}$, 七月份共 31 天, 这 31 天就相当于晴天天数的 $\left(1 + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right)$,

则 $31 \div \left(1 + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) = 31 \div \frac{31}{12} = 12$ (天).

53. 分别记这三个分数为 $\frac{3a}{b}, \frac{2a}{2b}, \frac{a}{3b}$ (a, b 都是自然数),

它们的和是 $\frac{3a}{b} + \frac{2a}{2b} + \frac{a}{3b} = \frac{26a}{6b} = \frac{13a}{3b} = \frac{13}{15}$,

所以 $a = 1, b = 5$, 这三个分数分别是 $\frac{3}{5}, \frac{2}{10}, \frac{1}{15}$.

54. 由题意知, 乙桶容积的 $\frac{1}{2}$ 与甲桶容积的 $\frac{2}{3}$ 相同, 即甲、乙两桶的容积比是 $3:4$,

又甲、乙两桶油的总量是 $43 + 37 = 80$ (升), 所以

甲桶容积是 $80 \div \left(1 + \frac{4}{3} \div 2\right) = 48$ (升),

乙桶容积是 $48 \times \frac{4}{3} = 64$ (升).

55. 乙容器中的酒精含量为 10% , 即酒精与水之比是

$$10\% : (1 - 10\%) = 1 : 9,$$

那么从甲容器倒入乙容器的纯酒精为 $540 \div 9 \times 1 = 60$ (克).

甲容器中的酒精含量为 80% , 即酒精与水之比是

$$80\% : (1 - 80\%) = 4 : 1,$$

设从乙容器倒入甲容器的混合液为 x 克, 则倒入后, 甲容器中的水为 $\frac{9}{10}x$ 克, 酒精为 $410 - 60 + \frac{1}{10}x$ 克, 所以

$$\left(410 - 60 + \frac{1}{10}x\right) : \frac{9}{10}x = 4 : 1, \text{ 解得 } x = 100,$$

即从乙容器倒入甲容器的混合溶液为 100 克.

56. 将两个三角形分别补成正方形, 它们的面积的差为 $12 \times 2 = 24$, 并按照图 22 的方式分割, 观察发现长方形 $BFMN$ 和长方形 $DEPN$ 可以拼成一个长为 12 的矩形,

于是可得长方形的宽为 $24 \div 12 = 2$,

所以 AC 的长为 $(12 - 2) \div 2 = 5$,

可得 $\triangle ACD$ 的面积为 $5 \times 5 \div 2 = 12.5$.

57. 由题意可知 $A + B + C + D = 109$, ①

又因为 A 加上 $4, B$ 减去 $4, C$ 扩大 4 倍, D 缩小到原数的 $\frac{1}{4}$, 那么这四个新的自然数的和仍为 109 ,

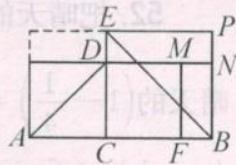


图 22

即 $(A+4) + (B-4) + 4C + \frac{1}{4}D = 109,$

也即 $A + B + 4C + \frac{1}{4}D = 109, \quad \textcircled{2}$

由 ①、②, 得 $C + D = 4C + \frac{1}{4}D$, 即 $D = 4C,$

所以 $A + B + C + 4C = 109$, 即 $A + B + 5C = 109,$

又 $A, B, C, D, A+4, B-4, 4C, \frac{1}{4}D$ 是自然数,

所以 A 最小为 0, B 最小为 4, C 最小为 1, 则 D 最小为 4,

所以, 当 $A = 0, B = 4$ 时, C 最大, 为 $105 \div 5 = 21,$

故 D 最大为 $21 \times 4 = 84.$

58. $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times 72 \times 90 = 3240,$

同时 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2}AB \cdot BD + \frac{1}{2}BC \cdot BD$

$= \frac{1}{2} \times 72BD + \frac{1}{2} \times 90BD,$

所以 $BD = 40$, 于是 $DE = 50,$

所以 $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} \times 50 \times 90 = 2250.$

59. 由题意可得 $S_{\triangle ADE} + S_{\triangle BCE} = S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}S_{\text{正方形}ABCD},$

$S_{\triangle AFE} = \frac{1}{3}S_{\triangle ADE}, S_{\triangle EKJ} = \frac{1}{3}S_{\triangle BCE}, S_{\triangle EDH} = S_{\triangle EIC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ECD},$

所以阴影部分的面积 $= \frac{1}{3}S_{\triangle ADE} + \frac{1}{3}S_{\triangle BCE} + \frac{1}{3}S_{\triangle ECD} + \frac{1}{3}S_{\triangle ECD}$

$= \frac{1}{3}(S_{\triangle ADE} + S_{\triangle BCE}) + \frac{2}{3}S_{\triangle ECD} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}S_{\text{正方形}ABCD} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}S_{\text{正方形}ABCD}$

$= \frac{1}{2}S_{\text{正方形}ABCD} = \frac{1}{2}.$

60. 如图 23, 记圆 O 的直径 AB 的下方的部分为 III, 则

$S_{\text{II}} + S_{\text{III}} = \frac{1}{2}S_{\odot O},$

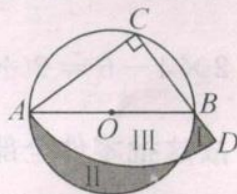


图 23

$$S_{\triangle ABC} + S_I + S_{III} = \frac{1}{4}S_{\odot C},$$

于是
$$S_{II} = \frac{1}{2}S_{\odot O} - S_{III},$$

$$S_I = \frac{1}{4}S_{\odot C} - S_{\triangle ABC} - S_{III},$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } S_{II} - S_I &= \left(\frac{1}{2}S_{\odot O} - S_{III} \right) - \left(\frac{1}{4}S_{\odot C} - S_{\triangle ABC} - S_{III} \right) \\ &= \left(\frac{1}{2}\pi \times 10^2 - S_{III} \right) - \left(\frac{1}{4}\pi \times 16^2 - \frac{1}{2} \times 16 \times 12 - S_{III} \right) \\ &= 96 - 14\pi = 54. \end{aligned}$$

61. 他前 40 秒跑了 $40 \times 6 = 240$ (米),

后 40 秒跑了 $40 \times 4 = 160$ (米),

后半圈的长度是 $(240 + 160) \div 2 = 200$ (米),

那么他先以每秒跑 6 米的速度跑了 $200 - 160 = 40$ (米),

所用时间是 $40 \div 6 = \frac{20}{3}$ (秒), 剩下 160 米 40 秒跑完,

故他后半圈路程用时 $\frac{20}{3} + 40 = \frac{140}{3}$ (秒).

62. 75 ~ 95 分共有 21 个不同的分数, 将这 21 个分数作为 21 个抽屉, 把 $46 - 3 = 43$ (个) 学生作为物品,

则 $43 \div 21 = 2 \cdots 1$,

根据抽屉原理, 至少有 1 个抽屉有 3 件物品,

即这 46 名学生中至少有 3 名学生的成绩是相同的.

63. 把这一批零件的工作量看作单位“1”, 用 $\frac{3}{10}$ 乘以 4 就是 $2 \times 4 = 8$ (个) 师傅和 $4 \times 4 = 16$ (个) 徒弟一天完成的工作量, 因为 6 个师傅和 16 个徒弟一天就能把这批零件做完, 所以 $\left(\frac{3}{10} \times 4 - 1 \right) = \frac{1}{5}$ 的工作量就是 $2 \times 4 - 6 = 2$ (个) 师傅一天的工作量, 则一个师傅一天的工作量为 $\frac{1}{10}$.

故这批零件全部由师傅一天做完, 需要师傅 $1 \div \frac{1}{10} = 10$ (人).

64. 设小明原有 x 张邮票, 小林原有 y 张邮票, 则

$$x - 29 = y + 29, x + 38 = 2(y - 38),$$

所以 $x = 230, y = 172$,

故两人共有 $230 + 172 = 402$ (张) 邮票.

65. 因为 5 日往返三次, 所以每往返一次就是 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ (日),

设从甲地到乙地, 装煤的重车行驶用 x 日, 则返回时空车用

$$\left(\frac{5}{3} - x\right) \text{ 日}.$$

因为往返的路程相等, 即 $60x = 90 \times \left(\frac{5}{3} - x\right)$, 解得 $x = 1$.

故 甲、乙两地的距离为 $60 \times 1 = 60$ (千米).

66. 设原来甲蜡烛的长为 a , 乙蜡烛的长为 b , 则有

$$a - \frac{a}{6} \times 3 = \left(b - \frac{b}{8} \times 3\right) \times 3,$$

整理, 得 $\frac{1}{2}a = \frac{15}{8}b$, 则 $\frac{a}{b} = \frac{15}{8} : \frac{1}{2} = 15 : 4$.

67. 设 $AB = BC = a$ (米), 根据题意, 第一次相遇时, 甲行驶了 $(a + 300)$ 米, 乙行驶了 $(a - 300)$ 米. 然后两车继续前进, 当甲追上乙时, 甲一共行驶了 $3a$ 米, 乙共行驶了 a 米.

所以相同时间内, 甲、乙两车行驶的路程比是

$3 : 1$, 即有 $3(a - 300) = a + 300, 2a = 1200$,

故 A、C 两站之间的距离是 1200 米.

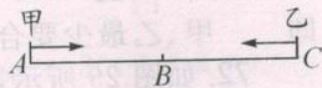


图 24

68. 假设 D 选上, 由 (2) 知 A 没有选上, 由

(1) 知 B 选上, 由 (4) 知 C 也选上, 这与 (5) 产生矛盾. 因此 D 没选上,

由 (6) 知 E 没有选上, 因此, 选上的四位同学是 A、B、C、F.

69. 设 3 个班总人数为 1.

一班男生: $\frac{10}{10+8+7} \times \frac{3}{3+1} = \frac{3}{10}$, 女生: $\frac{3}{10} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$,

二班男生: $\frac{8}{10+8+7} \times \frac{5}{5+3} = \frac{1}{5}$, 女生: $\frac{1}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{25}$,

三班男生: $\frac{3}{3+2} - \left(\frac{3}{10} + \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{10}$, 女生: $\frac{2}{3+2} - \left(\frac{1}{10} + \frac{3}{25}\right) = \frac{9}{50}$,

所以三班男、女生的人数比是 $5 : 9$.

70. 如果车速降低 $\frac{1}{8}$, 行驶同样的路程, 所用时间是原来的 $\frac{8}{7}$,

则原定时间是 $40 \div \left(\frac{8}{7} - 1 \right) = 280(\text{分})$.

如果全程车速提高 40%, 应比原定时间少用

$$280 \times [1 - 1 \div (1 + 40\%)] = 80(\text{分}),$$

实际只少用 30 分钟, 所以按原速行驶的路段占全程的

$$(80 - 30) \div 80 = \frac{5}{8},$$

所以甲、乙两地相距 $100 \div \frac{5}{8} = 160(\text{千米})$.

71. 由题意得, 甲队工作效率为 $\frac{1}{20}$, 乙队的工作效率为 $\frac{1}{30}$,

甲、乙合作的效率为 $\frac{1}{20} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{30}(1 - 10\%) = 7\%$,

所以甲、乙合作的工作效率 > 甲队的工作效率 > 乙队的工作效率.

又因为要求“两队合作的时间尽可能少”,

所以应该让做得快的甲队多做,

设合作时间为 x 天, 则甲独做时间为 $(16 - x)$ 天, 即

$$\frac{1}{20} \times (16 - x) + 7\%x = 1, \text{解得 } x = 10,$$

即 甲、乙最少要合作 10 天.

72. 如图 25 所示, 左图中的 6 个阴影部分面积相等, 右图中的 6 个阴影部分的面积也相等. 设左图中的每一部分阴影称为 A , 右图中的每一部分阴影称为 B . 则大圆的面积为 $6A + 6B + 7\pi$, 又知大圆的半径为 3, 即

$$\text{面积} = \pi \times 3^2 = 9\pi,$$

则

$$A + B = (9\pi - 7\pi) \div 6 = \frac{\pi}{3},$$

故题中阴影部分的面积为 $\pi + \frac{\pi}{3} \times 2 = \frac{5}{3}\pi$.

73. 由题意知, 甲、乙、丙、丁的面积相等,

设甲的长为 $3x$, 则宽为 $2x$, 面积为 $6x^2$, 大长方形的面积为 $24x^2$,

又因为 大长方形的面积 = 长 \times 宽 = 长 $\times 3x$, 所以 长 = $8x$,

因为 甲宽 + 丁长 = $8x$, 又 甲宽 = $2x$, 所以 丁长 = $6x$,

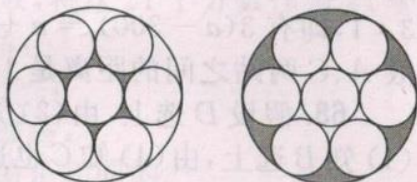


图 25

而 丁的面积 $= 6x^2$, 所以 丁宽 $=$ 丁面积 \div 丁长 $= x$,
 所以丁块布料的长与宽的比是 $6:1$.

74. 由 $BG = \frac{1}{3}GD$, 知 $S_{\triangle BCG} = \frac{1}{3}S_{\triangle CDG}$,

由 $AG = \frac{5}{4}GE$, 知 $S_{\triangle AGF} = \frac{5}{4}S_{\triangle GEF}$,

设 $S_{\triangle BCG} = x, S_{\triangle AGF} = y$, 则 $x + y = 27, 3x + \frac{4}{5}y = 48$,

于是 $x = 12, y = 15$.

所以 $S_{ACDF} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle BCG} + S_{\triangle CGD} + S_{\triangle AGF} + S_{\triangle EFG} + S_{\triangle DEF}$
 $= \frac{2x}{3} + x + 3x + y + \frac{4}{5}y + y = \frac{14x}{3} + \frac{14y}{5}$
 $= \frac{14}{3} \times 12 + \frac{14}{5} \times 15 = 98$.

75. $S_{\triangle ABF} = \frac{1}{5}S_{\triangle ABC}, S_{\triangle AFC} = \frac{4}{5}S_{\triangle ABC}$.

$S_{\triangle AEF} = \frac{1}{4}S_{\triangle ACF} = \frac{1}{5}S_{\triangle ABC}, S_{\triangle EFC} = \frac{3}{4}S_{\triangle ACF} = \frac{3}{5}S_{\triangle ABC}$.

$S_{\triangle EGC} = \frac{2}{3}S_{\triangle EFC} = \frac{2}{5}S_{\triangle ABC}, S_{\triangle DEG} = \frac{1}{3}S_{\triangle CEG} = \frac{2}{15}S_{\triangle ABC}$.

所以 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AEF} - S_{\triangle DEG} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABC} = 30$ (平方厘米).