

26. 在 101 ~ 299 这 199 个自然数中,一共有 99 个偶数,其中个位是 0 的偶数有 19 个,个位不是 0 的偶数有

$99 - 19 = 80$ (个),任取 81 个不同的偶数,至少有一个数的个位是 0,所以乘积的个位数

• 15 •

字是 0。

27. 设这 49 个连续偶数中,最小的偶数是  $x$ ,那么最大的偶数就是  $5x$ 。

由于连续的偶数中,后一个偶数要比前一个多 2,所以第 49 个偶数比第 1 个多 48 个 2,则可列方程

$$5x = x + (49 - 1) \times 2, \text{解得 } x = 24.$$

所以最小的偶数是 24,最大的偶数是  $24 \times 5 = 120$ 。

故可知这 49 个连续偶数的和为

$$(24 + 120) \times 49 \div 2 = 144 \times 49 \div 2 = 3528.$$

28. 最小的因数是 1,则第二小的因数是  $4 - 1 = 3$ ,这说明最大的因数是第二大的因数的 3 倍,而最大的因数与第二大的因数之和是 180,于是第二大的因数是

$$180 \div (3 + 1) = 45,$$

这个自然数也就是最大的因数是  $45 \times 3 = 135$ 。

29. 将这些水果分成同样的礼物,最大份数就是 504,630,462 这三个数的最大公因数。由

$$504 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7,$$

$$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7,$$

$$462 = 2 \times 3 \times 7 \times 11,$$

可知 504,630,462 的最大公因数是  $2 \times 3 \times 7 = 42$ ,所以最多可以分成 42 份同样的礼物。

30. 三个自然数的和是 1463,则这三个自然数的公因数也是 1463 的因数,由

$$1463 = 7 \times 11 \times 19, \text{可得 } 11 \times 19 = 209,$$

例如这三个数是  $a \times 209, b \times 209, c \times 209$ ,满足  $a + b + c = 7, a, b, c$  无公因数即可,所以,这样的三个自然数的最大公因数是 209。

31. 由于甲的速度是乙的速度的 3 倍,并且长方形的长是宽的 2 倍,所以乙在拐了第一个弯时,甲正好拐了两个弯,即两人开始同时沿着最上方的边走。当乙走到第 5 棵树,也就是走过 5 个间隔时,甲走过 15 个间隔,即长方形操场长边上的间隔数是 20,则四周一共有

• 16 •



$(20 + 10) \times 2 = 60$ (个)间隔,所以一共种了 60 棵树。

32. 根据题意,小明和小红报数如下:

1 2 3 4 5 1 2 3 4 5 1 2 3 4 5 1 2 3 4 5...

1 2 3 4 1 2 3 4 1 2 3 4 1 2 3 4 1 2 3 4...

因为 4 和 5 的最小公倍数是 20,所以每 20 个数为一个报数周期,每个周期中,有 4 次报数相同(前 4 个数),由

$$150 \div 20 = 7 \cdots 10,$$

可知有 7 个周期。余下的 10 个数里又有 4 次报数相同,所以共有

$$4 \times 7 + 4 = 32 \text{ (次)}。$$

33. 一位数 1 ~ 9 中含有一个 8,即 8;

两位数 10 ~ 99 中,个位数上含有 9 个 8,即 18,28,...,98,

十位数上有 10 个 8,即 80,81,...,89,

即 1 ~ 99 中的数字 8 有  $1 + 9 + 10 = 20$ (个);

百位数 100 ~ 148 中,个位数共有 5 个 8,即 108,118,...,148,十位与百位中没有 8。

所以这本书至少有 148 页,至多有 157 页。

34. 他们共玩了 20 次,设小红赢了  $x$  次,则她输了  $(20 - x)$  次,所以小红上了  $3x$  级台阶,下了  $(20 - x) \times 3$  级台阶,玩了 20 次后小红站在第 30 级台阶上,共上了  $(30 - 12)$  级台阶,由此可得

$$3x - (20 - x) \times 3 = 30 - 12,$$

整理,得  $6x = 78$ ,解得  $x = 13$ 。

所以小红共赢了 13 次。

35. 若自然数  $N$  有  $k$  个大于 1 的奇数因数,则  $N$  共有  $k$  种表示为两个或两个以上连续整数之和的方法。由此可知,题中要求只有 4 种这样的表示方法,说明这个数至少有 5 个因数。要使它尽可能地小,那么它的因数应全部是奇数,有奇数个因数还说明它是一个完全平方数,可知这个数最小是 81,81 的因数有:1,3,9,27,81 共 5 个,那么它就有 4 种可以表示成两个或两个以上的连续整数的和的表示方法。如:

$$81 = 40 + 41$$



$$\begin{aligned}
 &= 26 + 27 + 28 \\
 &= 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 \\
 &= 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13.
 \end{aligned}$$

36. 最后每堆有火柴  $96 \div 3 = 32$  (根)。

从第三堆取出与第一堆同样多的火柴放到第一堆之前,三堆各有:  
 第一堆:  $32 \div 2 = 16$  (根), 第二堆: 32 根, 第三堆:  $32 + 16 = 48$  (根);  
 从第二堆取出与第三堆同样多的火柴放到第三堆之前,三堆各有:  
 第一堆: 16 根, 第二堆:  $32 + 48 \div 2 = 56$  (根), 第三堆:  $48 \div 2 = 24$  (根);  
 从第一堆取出与第二堆同样多的火柴放到第二堆之前,三堆各有:  
 第一堆:  $16 + 56 \div 2 = 44$  (根), 第二堆:  $56 \div 2 = 28$  (根), 第三堆: 24 根。  
 这就是原来各堆火柴的数量。

37. 由前三个数的平均数是 16, 可知第三个数一定大于 16;  
 由后三个数的平均数是 20, 可知第五个数一定小于 20。  
 于是中间三个数只能是 17, 18, 19, 它们的平均数是 18。

38. 171 比 117 多 54, 多计算的 54 使平均数增大 2。

$$54 \div 2 = 27,$$

所以这一列数共有 27 个。

39. 在 0 到 9 内, 差是 3 的两个数有 3 和 0, 4 和 1, 5 和 2, 6 和 3, 7 和 4, 8 和 5, 9 和 6, 以较大的数为个位数, 较小的数为十位数, 可以构成的质数只有 47。

40. 40 是一个偶数, 所以这三个质数中必有一个是 2, 另两个质数的和是 38。因为  $38 = 19 + 19$  (不符合题意, 舍去),  $38 = 7 + 31$ , 所以这三个质数的乘积是  $2 \times 7 \times 31 = 434$ 。

41. 若这个数增加 4, 则能同时被 5, 7, 11 整除。由  
 $5 \times 7 \times 11 = 385, 385 - 4 = 381$ ,  
 可知这个数最小是 381。

42. 6 一定在个位 (否则两数差的个位数字为 0), 由新数和原数差的个位数是 6, 可得新数的个位 (即原数的十位) 是 2, 即

$$\overline{6 \square \square \square 2} - \overline{\square \square \square 26} = 28116,$$

进而可得新数的十位 (即原数的百位) 是 4, 新数的百位 (即原数的千位)



是5,新数的千位(即原数的万位)是3。所以原五位数是35426。

43. 因为  $72 = 8 \times 9$ , 所以  $\overline{4x6y2}$  既能被8整除, 又能被9整除。

一个数能被8整除, 则这个数的末三位数能被8整除, 由  $\overline{6y2}$  能被8整除, 可得  $y = 3$  或  $7$ 。

一个数能被9整除, 则其各位数字的和能被9整除, 可得  $4 + 6 + 2 + x + y$  能被9整除。

又因为  $0 \leq x + y < 19$ ,

所以  $x + y = 6$  或  $15$ 。

当  $x + y = 6$  时,  $y$  只能取3, 则  $x = y = 3$  (不符合题意);

当  $x + y = 15$  时,  $y$  只能取7, 则  $x = 8$ 。

所以所求的五位数是48672。

44. “1” 在个位上:

1, 11, 21,  $\dots$ , 91, 101, 111, 121,  $\dots$ , 191, 共  $10 \times 2 = 20$  (次)。

“1” 在十位上:

10, 11,  $\dots$ , 19, 110, 111,  $\dots$ , 119, 共  $10 \times 2 = 20$  (次)。

“1” 在百位上:

100, 101,  $\dots$ , 199, 共 100 次。

所以, 数字“1” 出现了  $20 + 20 + 100 = 140$  (次)。

45. 若不考虑甲和乙的位置, 排列方式有

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ (种)},$$

其中甲和乙相邻的排列方式有

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 = 48 \text{ (种)},$$

所以甲和乙互不相邻的排列方式有

$$120 - 48 = 72 \text{ (种)}。$$

46. 火车的速度是  $27 \text{ 千米/时} = 450 \text{ 米/分}$ ,

甲的速度  $450 - 130 \div \frac{20}{60} = 60 \text{ (米/分)},$

乙的速度  $130 \div \frac{15}{60} - 450 = 70 \text{ (米/分)},$

甲、乙相遇需要

$$(450 - 60) \times 5 \div (60 + 70) = 15(\text{分}).$$

47. 乔治在本赛季的总得分为

$$88 + 23 = 111(\text{分}),$$

因为平均分为 18.5, 所以乔治一共打了  $111 \div 18.5 = 6(\text{场})$  比赛。

48. 先将 20 分解:

$$20 = 1 \times 2 \times 2 \times 5 = 1 \times 1 \times 4 \times 5,$$

要使这个数最小, 位数要尽量少, 至少是两位数, 能组成的两位数是 45 和 54。所以这样的数最小是 45。

要使这个数最大, 位数要尽量多, 最大只能是四位数, 在所有这样的四位数中最大的是 5411。

49. 由  $a, b, c$  三个数字所组成的 6 个三位数之和是

$$\overline{abc} + \overline{acb} + \overline{bac} + \overline{bca} + \overline{cab} + \overline{cba} = 222(a + b + c) = 1776,$$

所以  $a + b + c = 8$ 。

因为  $8 = 1 + 3 + 4 = 1 + 2 + 5,$

所以  $\overline{abc} = 134$  或  $125$ 。

50. 1 盒巧克力至少有  $5 \times 7 \times 2 = 70(\text{颗})$ 。