

36. 设这些自然数有 n 个, 则它们的和是

$$1+2+3+4+\cdots+n=n(n+1)\div 2.$$

要使和是 100 的倍数, 则 $n(n+1)\div 200$ 应为整数, 即 $n(n+1)$ 应含有因子 $2\times 2\times 2\times 5\times 5$.

而 n 和 $n+1$ 不能同时被 5 整除, 所以 n 和 $n+1$ 中必有一个是 5×5 即 25 的倍数. 所以取 $n=24$, $24\times 25\div 200=3$ 满足题意, 所以这些自然数至少有 24 个.

37. $B=60\div 3=20,$

$$A=24\div 2=12,$$

$$A\times B=12\times 20=240,$$

如果数 A 增加 3, 数 B 减少 2, 则积变为

$$15\times 18=270,$$

比原来增加 30.

38. 解法 1 设这个两位数为 \overline{ab} , 十位数字和个位数字交换后得到的两位数为 \overline{ba} . 根据题设条件得到

$$\begin{cases} a+b=11, \\ 10a+b-(10b+a)=45, \end{cases}$$

或者
$$\begin{cases} a+b=11, \\ 10b+a-(10a+b)=45, \end{cases}$$

解这两个方程组, 得

$$\begin{cases} a=8, \\ b=3, \end{cases} \text{ 或者 } \begin{cases} a=3, \\ b=8, \end{cases}$$

这个两位数是 83, 或 38.

解法 2 数字和为 11 的两位数有 29, 38, 47, 56, 65, 74, 83, 92. 经计算, 数字换位后得到的两位数与原两位数相差 45 的是 38 和 83.

39. 乘法算式中, 一个因子 5 和一个因子 2 相乘, 积的末尾将出

现 1 个 0.

因为

$$225=5\times 5\times 3\times 3,$$

$$75=5\times 5\times 3,$$

只需提供 4 个 2 因子即可.

所以, 括号内填的最小数是 $2\times 2\times 2\times 2=16$.

40. 2013 的个位数字是 3, 2 个 2013 相乘, 个位数字是 9, 3 个 2013 相乘, 个位数字是 7, 4 个 2013 相乘, 个位数字是 1, 5 个 2013 相乘, 个位数字是 3, ……

可以发现, 随着 2013 个数的增加, 乘积的个位数字是 3, 9, 7, 1 四个数字循环出现.

$$2013\div 4=503\cdots 1,$$

所以 $\underbrace{2013\times 2013\times \cdots \times 2013}_{2013\text{个}2013}$ 的个位数字是 3.