

第十九届华罗庚金杯少年数学邀请赛

初赛试卷(初二组)

(时间: 2014 年 3 月 15 日 10:00~11:00)

一、选择题(每小题 10 分, 满分 60 分. 以下每题的四个选项中, 仅有一个是正确的, 请将表示正确答案的英文字母写在每题的圆括号内.)

1. 已知 $x^2 + y^2 + 4 = 2x + xy + 2y$, 那么 x^2y 的值是 ().

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

2. 满足式子 $|x-5| + |y+2| = 10$ 的整数对 (x, y) 有 () 对.

(A) 40 (B) 42 (C) 43 (D) 45

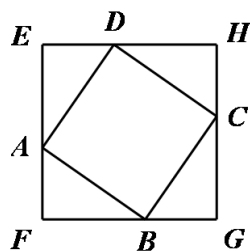
3. 在直角三角形 ABC 中, 三条边的长度均为整数, 分别记为 a, b, c , 其中 c 是斜边长.

若 $c = \frac{ab}{6} - (a+b)$, 则符合条件的直角三角形有 () 个.

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 12

4. 右图中, $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, $EFGH$ 是面积等于 S 的正方形, 设 $AE = a$, $AF = b$, 则 $(a-b)^2$ 等于 ().

(A) $S-1$ (B) $2-S$ (C) $S-\sqrt{2}$ (D) $S+1$



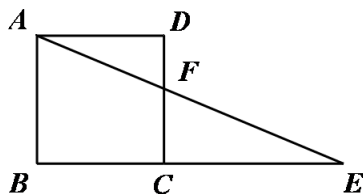
考号

姓名

学校

城市

5. 右图中, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 点 E 在线段 BC 的延长线上, AE 交 CD 于点 F , $\angle AFC = 112.5^\circ$, 则 $CE = (\quad)$.



- (A) $\sqrt{2}+1$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}-1$ (D) $\sqrt{2}$

6. 关于 x 的方程 $|x^2 - 2| = m - x$ 有 3 个互不相同的解, 则 m 的最大值是 (\quad) .

- (A) $\frac{9}{2}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{9}{4}$ (D) $\frac{7}{2}$

二、填空题 (每小题 10 分, 满分 40 分)

7. 已知 $a > b > 0$, $(x^2 - a)(x^2 - b)$ 是多项式

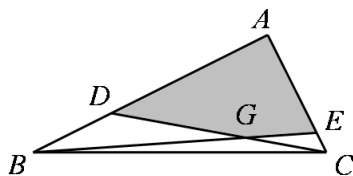
$$f(x) = A_0 + A_1x + A_2x^2 + A_3x^3 + A_4x^4 + A_5x^5$$

的因式. 若

$$A_0 + A_1 = 4(A_4 + A_5) = A_2 + A_3 + (3\sqrt{2} + 4)(A_4 + A_5) \neq 0,$$

则 $\sqrt{2}(a + 2b)$ 的值等于_____.

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 12\text{ cm}$, $AC = 6\text{ cm}$; D, E 分别为 AB, AC 上的点, 且 $AD = 8\text{ cm}$, $AE = 5\text{ cm}$. 连接 BE 和 CD , 记它们的交点为 G , 则 AG 为 cm .,



9. 将 k 个整数中的每一个整数替换成其余各数的和, 并减去 2014, 得到新的 k 个数. 若新的 k 个数与原来的 k 个数相同, 则 k 的最大值为_____.

10. 摆出一个单位正方形, 至少需要 4 根单位长的木棍, 那么摆出 18 个单位正方形最少需要_____根单位长的木棍.