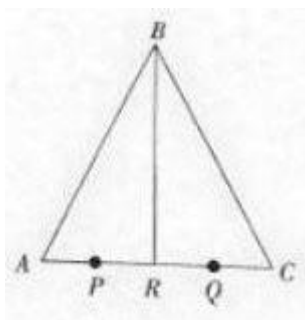


## 第十四届“中环杯”中学生思维能力训练活动

## 初一年级决赛

一、 填空题（每小题 5 分，共 50 分，请将答案填写在题中横线处）

- 计算:  $\frac{2014^4+4 \times 2013^4}{2013^3+4027^2} - \frac{2012^4+4 \times 2013^4}{2013^3+4025^2} =$  \_\_\_\_\_
- 如图所示, 9 个相同的小正方形拼成一个大正方形, 则角 1+角 2+角 3+角 4= \_\_\_\_\_
- 已知  $x$ 、 $y$  满足方程组  $\begin{cases} 2014x+2000y=56196 \\ 2014y-2000x=196 \end{cases}$ , 则  $x^2-xy+y^2=$  \_\_\_\_\_
- 解方程:  $4^x+9^x+25^x=6^x+10^x+15^x$ ,  $x=$  \_\_\_\_\_
- 若一个多位数, 每相邻两位中, 右边的数字都大于左边的数字, 则我们称其为“恒生银行数”,  $A$  是一个“恒生银行数”, 那么整数  $9A$  的各位数字之和是 \_\_\_\_\_
- 将自然数 1~7 排成一个七位数, 1 和 4 之间的数字之和为 20, 5 和 7 之间的数字之和为 6. 那么满足条件的七位数有 \_\_\_\_\_ 个
- 已知  $f(x)$  是一个四次多项式, 满足  $f(165)=2014$ , 并且  $f(42)=f(68)=f(97)=f(123)=10$ , 则  $f(1)-f(2)+f(3)-f(4)+\cdots+f(165)=$  \_\_\_\_\_
- 设  $M = \left[ \frac{10^{1990}}{10^{10}+3} \right]$ , 其中  $[x]$  表示不大于  $x$  的最大整数, 则  $M$  的个位数字是 \_\_\_\_\_
- 小钱、小王、小张、小孙、小陶都很喜欢运动, 每人都喜欢羽毛球、排球和壁球中的一种或几种. 已知没有人三种运动都喜欢, 但有人同时喜欢羽毛球和排球, 也有人同时喜欢排球和壁球, 还有人同时喜欢羽毛球和壁球. 那么五个人各自爱好的球类运动共有 \_\_\_\_\_ 种不同的组合方式.
- 等腰  $\triangle ABC$  被切割成了 13 个锐角等腰三角形, 如右图两幅图所示, 其中标记相同的两条线段长度相同. 第二幅图是对  $\triangle EFG$  的详细切割, 已知角  $CAB$  的度数是一个完全平方数, 那么角  $CBA$  的度数是 \_\_\_\_\_
- 是否存在 2013 个非零实数  $a_1, a_2, \cdots, a_{2013}$ , 使得  $(a_1+1/a_1)(a_2+1/a_2)\cdots(a_{2013}+1/a_{2013}) = (a_1-1/a_1)(a_2-1/a_2)\cdots(a_{2013}-1/a_{2013})$ ? 如果存在, 请举例, 如果不存在, 请证明.
- 求证:  $3n^2+3n+7=m^3$  没有正整数解
- 在  $\triangle ABC$  中,  $P$ 、 $Q$  分别是  $AC$  上的点, 满足  $AP+BC=AB+CQ$ ,  $R$  是  $PQ$  的中点,  $BR$  正好是角  $ABC$  的平分线, 求证:  $\triangle ABC$  是等腰三角形



14. 三个互不相等的数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  满足 
$$\begin{cases} a = (b-2)c \\ b = (c-2)a, \text{ 求 } abc \text{ 的值} \\ c = (a-2)b \end{cases}$$