

## 模型四 《蝴蝶模型》

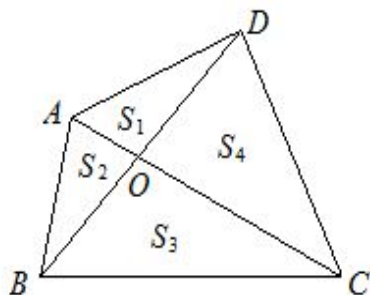
### 一、知识点梳理

在小学的学习中几何是一个很重要的部分，每一个几何图形都非常美妙，几何图形的美妙不仅来源于它的外形，更重要的是在几何模型上出现的那些美妙的规律，下面我们就一起来看看几个美妙的几何模型：

模型一：任意四边形中的比例关系（“蝴蝶定理”）：

$$① S_1 : S_2 = S_4 : S_3 \text{ 或者 } S_1 \times S_3 = S_2 \times S_4$$

$$② AO : OC = (S_1 + S_2) : (S_4 + S_3)$$



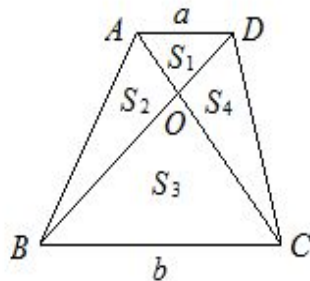
蝴蝶定理为我们提供了解决不规则四边形的面积问题的一个途径。通过构造模型，一方面可以使不规则四边形的面积关系与四边形内的三角形相联系；另一方面，也可以得到与面积对应的对角线的比例关系。

模型二：梯形中比例关系（“梯形蝴蝶定理”）：

$$① S_1 : S_3 = a^2 : b^2;$$

$$② S_1 : S_3 : S_2 : S_4 = a^2 : b^2 : ab : ab;$$

$$③ S_{ABCD} \text{ 的对应份数为 } (a+b)^2.$$

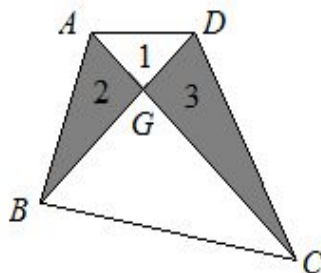


梯形蝴蝶定理给我们提供了解决梯形面积与上、下底之间关系互相转换的渠道，通过构造模型，直接应用结论，往往在题目中有事半功倍的效果。

## 二、例题精讲

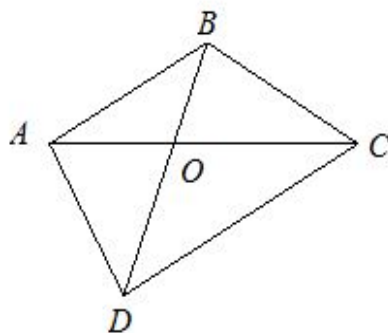
### 例 1

如图，四边形被两条对角线分成 4 个三角形，其中三个三角形的面积已知，求：(1) 三角形  $BGC$  的面积；(2)  $AG : GC = ?$



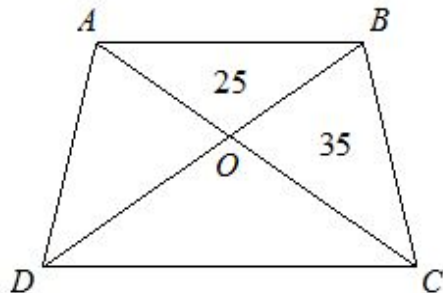
### 例 2

(第十届全国“华罗庚金杯”少年数学邀请赛总决赛二试) 已知四边形  $ABCD$  如图，对角线  $AC$ 、 $BD$  交于  $O$  点， $AO=1$ ，三角形  $ABD$  的面积：三角形  $BCD$  的面积等于  $3 : 5$ 。求  $OC$  的长。



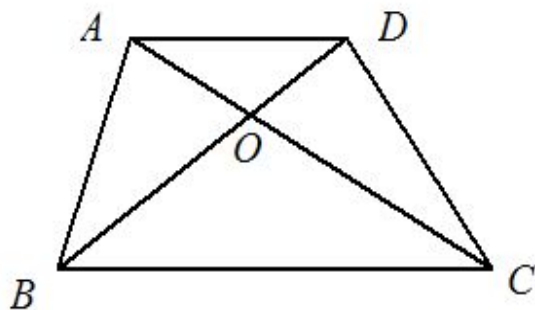
### 例 3

(2006 年南京智力数学冬令营) 如下图，梯形  $ABCD$  的  $AB \parallel CD$ ，对角线  $AC$ 、 $BD$  交于  $O$ ，已知  $\triangle AOB$  与  $\triangle BOC$  的面积分别为 25 平方厘米与 35 平方厘米，那么梯形  $ABCD$  的面积是\_\_\_\_\_平方厘米。



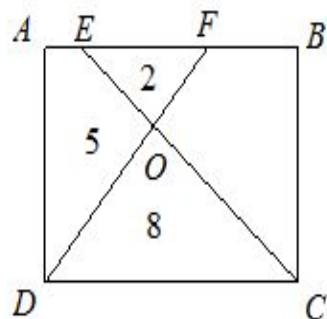
例 4

如图，梯形  $ABCD$  的上底  $AD$  长为 3 厘米，下底  $BC$  长为 9 厘米。三角形  $AOB$  的面积为 12 平方厘米，则梯形  $ABCD$  是\_\_\_\_\_平方厘米。



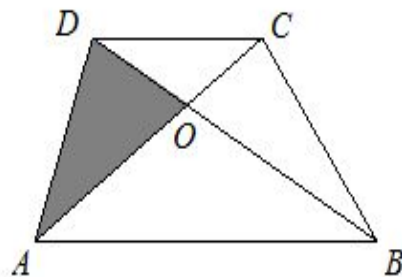
例 5

(2007 年“数学解题能力展示”读者评选高年级组初赛)如图，长方形  $ABCD$  被  $CE$ 、 $DF$  分成四块，已知其中 3 块的面积分别为 2、5、8 平方厘米，那么余下的四边形  $OFBC$  的面积为\_\_\_\_\_平方厘米。



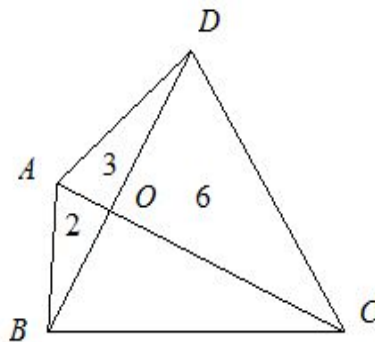
例 6

(第七届中环杯五年级复赛)如图，梯形  $ABCD$  的面积是 225 平方厘米，下底 20 厘米，高 15 厘米。那么，三角形  $AOD$  的面积是( )平方厘米

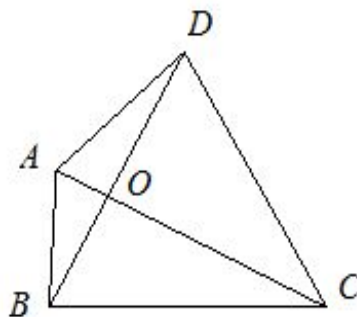


### 三、自我提升

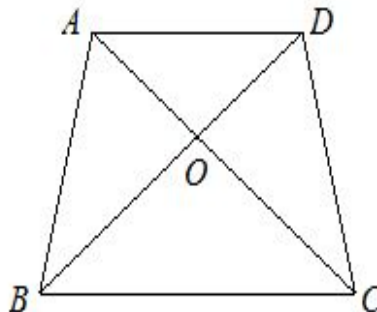
1. 在四边形  $ABCD$  中，已知  $S_{\triangle AOB} = 2$  平方厘米， $S_{\triangle AOD} = 3$  平方厘米， $S_{\triangle DOC} = 6$  平方厘米，求三角形  $BCO$  的面积是多少？



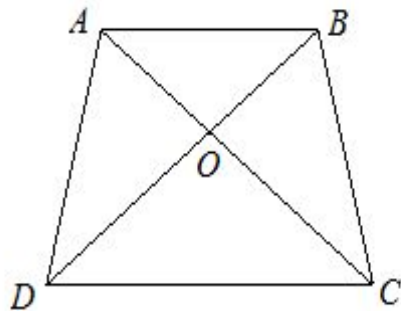
2. 在四边形  $ABCD$  中， $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle BCD} = 2 : 5$ ，已知  $AO = 7$  厘米，求  $CO$  的长度。



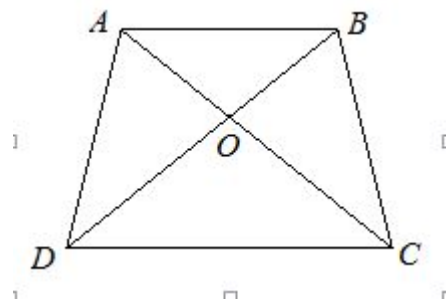
3. 梯形的下底是上底的 1.5 倍，三角形  $obc$  的面积是  $12\text{cm}^2$ ，问三角形  $AOD$  的面积是多少？



4. 如图，梯形  $ABCD$  中， $\triangle AOB$ 、 $\triangle COD$  的面积分别为 1.2 和 2.7，求梯形  $ABCD$  的面积。



5. 如图，梯形  $ABCD$  中，已知  $\triangle AOB$ 、 $\triangle COB$  面积分别为 9 和 12，求梯形  $ABCD$  的面积。



6. 如下图平行四边形被分成 4 块，其中两块面积为 7 和 4，那么阴影部分面积为\_\_\_\_\_。

