

数的整除特性

讲义：

(一) 整除的定义：

所谓“一个自然数 a 能被另一个自然数 b 整除”就是说“商 a/b 是一个整数”；或者说：
存在这第三个自然数 c ，使得 $a=b \times c$ ，这时候我们就说“ b 整除 a ”或者“ a 能被 b 整除”，其中 b 叫 a 的约数， a 是 b 的倍数，记做“ $b \mid a$ ”

(二) 整除的性质：

(传递性) 若 $c \mid b$ ， $b \mid a$ ，则 $c \mid a$

(可加性) 若 $c \mid a$ ， $c \mid b$ ，则 $c \mid (a+b)$

(可乘性) 若 $c \mid a$ ， $d \mid b$ ，则 $cd \mid ab$

(三) 常见的整除特征：

尾数系：一个数的末位能被 2 或 5 整除，这个数就能被 2 或 5 整除；

一个数的末两位能被 4 或 25 整除，这个数就能被 4 或 25 整除；

一个数的末三位能被 8 或 125 整除，这个数就能被 8 或 125 整除；

数字和系：一个位数数字和能被 3 整除，这个数就能被 3 整除；

一个数各位数数字和能被 9 整除，这个数就能被 9 整除；

分段做差系：

如果一个整数的奇数位上的数字之和与偶数位上的数字之和的差能被 11 整除，那么这

个数能被 11 整除.

如果一个整数的末三位与末三位以前的数字组成的数之差能被 7、11 或 13 整除，那么这个数能被 7、11 或 13 整除.

课后习题：

基础篇：

【闯关 1】

493 至少增加 () 才是 3 的倍数，至少减少 () 才有因数 5，至少增加 () 才是 2 的倍数，至少增加 () 才是 7 的倍数。

【闯关 2】

如果六位数 $1992\square\square$ 能被 105 整除，那么它的最后两位数是多少？

提高篇：

【闯关 3】

如果四位数 $x=6\square\square 8$ 能被 236 整除，那 x 除以 236 所得的商为_____。

【闯关 4】

从 50 到 100 的这 51 个自然数的乘积的末尾有多少个连续的 0 ?

巅峰篇：**【闯关 5】**

试说明一个 4 位数，原序数与反序数的和一定是 11 的倍数(如：1236 为原序数，那么它对应的反序数为 6321，它们的和 7557 是 11 的倍数.)