

提高篇之余数问题

知识点讲解

带余除法

一般地，如果 a 是整数， b 是整数 ($b \neq 0$)，若有 $a \div b = q \dots r$ ，也就是 $a = b \times q + r$ ， $0 \leq r < b$ ；我们称上面的除法算式为一个带余除法算式。这里：

(1) 当 $r=0$ 时：我们称 a 可以被 b 整除， q 称为 a 除以 b 的商

(2) 当 $r \neq 0$ 时：我们称 a 不可以被 b 整除， q 称为 a 除以 b 的商

余数三大定理：

(1) 差的余数等于余数的差

(2) 和的余数等于余数的和

(3) 积的余数等于余数的积

课上习题：

【例题 1】有一个整数，除 39，51，147 所得的余数都是 3，求这个数最大是多少？

【例题 2】 2^{2003} 与 2003^2 的和除以 7 的余数是多少？

课后习题：

基础篇：

【闯关 1】100 和 84 除以同一个数，得到的余数相同，但余数不为 0。这个除数可能是多少？

【闯关 2】(1) 2^{20} 除以 7 的余数是多少？

(2) 14^{14} 除以 11 的余数是多少？

(3) 121^{28} 除以 13 的余数是多少？

提高篇：

【闯关3】把63 个苹果，90 个橘子，130 个梨平均分给一些同学，最后一共剩下25 个水果没有分出去。请问：剩下个数最多的水果剩下多少个？

【闯关4】100 多名小朋友站成一列。从第一人开始依次按1,2,3,...,11 的顺序循环报数，最后一名同学报的数是9；如果按1,2,3,...,13 的顺序循环报数，那么最后一名同学报的数是11。请问：一共有多少名小朋友？

巅峰篇：

【闯关5】有5000 多根牙签，按以下6 种规格分成小包：如果10 根一包，最后还剩9 根；如果9 根一包，最后还剩8 根；如果依次以8、7、6、5 根为一包，最后分别剩7、6、5、4 根。原来一共有牙签多少根？

趣味题：(五猴分桃)

五只猴子采的一堆桃，它们约定次日早起来分，半夜里，一只猴子偷偷起来，把桃子平均分成五堆后，发现还多一个，它吃了这桃子，拿走其中一堆，第二只猴子醒来，又把桃子平均分成五堆后，还是多了一个，它吃了这个桃子，拿走了其中一堆，第三只，第四只，第五只猴子都依次如此做了，问桃子最少有多少个？