

## 第 14 届“中环杯”中小學生思维能力训练活动 三年级决赛答案

### 一、填空题：

1. 【答案】714

【解答】

$$\begin{aligned} & 2014 - 37 \times 13 - 39 \times 21 \\ &= 2014 - 13 \times 37 - 13 \times 63 \\ &= 2014 - 13 \times (37 + 63) \\ &= 2014 - 1300 = 714 \end{aligned}$$

2. 【答案】31

【解答】 $(3 \odot 2) \odot 4 = [3 \times 2 + (3 - 2)] \odot 4 = 7 \odot 4 = 7 \times 4 + (7 - 4) = 31$

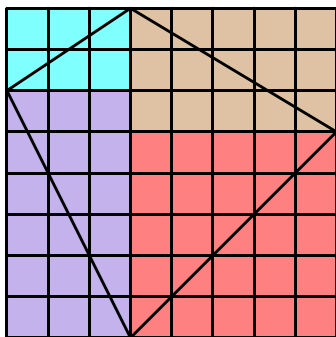
3. 【答案】6

【解答】 $45 \div 5 = 9$ ，所以钱老师第三天吃了9颗糖，所以第二天吃了6颗糖。

4. 【答案】512

【解答】如下图切割后，发现阴影部分的面积正好是大正方形面积的一半。

$S_{\text{大正方形}} = (8 \times 8) \times (4 \times 4) = 1024$  平方厘米，所以  $S_{\text{阴}} = 1024 \div 2 = 512$ （平方厘米）。



5. 【答案】7

【解答】如果每场都分出胜负，则总分应该为  $(7-2) \times 10 = 50$ （分）。一旦产生平局，那么一场的总得分将减少  $(7-2) - 2 \times 2 = 1$ （分）。现在总共减少了7分，所以有7场平局。

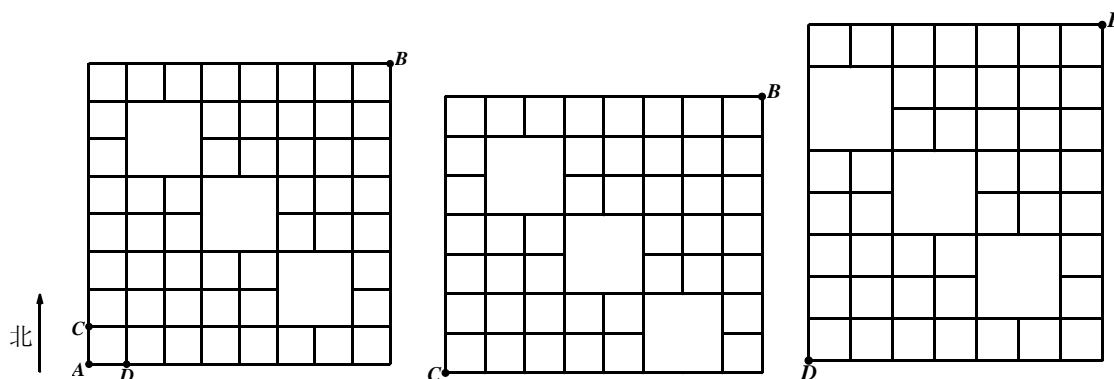
6. 【答案】2014

【解答】如下左图，从A走到B的最短路径的第一步只有两种选择： $A \rightarrow C$  或  $A \rightarrow D$ 。其中  $A \rightarrow C$  之后由  $C \rightarrow B$  的路线图如下中图，它的最短路径条数为  $Q$  条。

而  $A \rightarrow D$  之后由  $D \rightarrow B$  的路线图如下右图，设它的最短路径条数为  $Q'$  条。

由加法原理，我们有  $P = Q + Q'$ 。仔细观察一下这两幅图，我们发现，只要将下右图顺时针旋转  $90^\circ$  然后翻折一下就得到下中图了，所以这两种情况的最短路径的条数相同，即  $Q = Q'$ 。

所以  $P = Q + Q' = 2Q \Rightarrow P - 2Q = 0$ 。所以  $P - 2Q + 2014 = 2014$ 。



7. 【答案】23

【解答】设甲心里想的数为  $\overline{ab}$ ，乙心里想的数为  $c$ ，丙心里想的数为  $d$ 。根据题意，有  $100\overline{ab} + 10c + 7d = \overline{abc0} + 7d = 2024$ 。显然，个位数“4”就是由  $7d$  所产生的，所以  $d = 2$ 。代入得  $\overline{abc0} = 2010$ ，所以  $\begin{cases} \overline{ab} = 20 \\ c = 1 \end{cases}$ 。所以三人原先心里所想数之和为  $20 + 1 + 2 = 23$ 。

8. 【答案】如下图

3	4	7	9	3	6	4	8	3	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

 7 4 6 9 2 5 8 

2	7	6	2	5	1	9	1	8	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

【解答】如上图，从大数字开始分配位置，其中安排数字6的时候需要分类讨论，其他都是直接定下来的。

9. 【答案】2

【解答】根据 A、B、C 的描述，我们可以推出这个等差数列是 2, 4, 6, 8, 10, 12。

由于 A、C、E 的数字之和是 B、D、F 数字之和的两倍，而所有的数字之和是 42，所以 B、D、F 的数字之和为 14。由于 14 只能表示为  $2 + 4 + 8$ ，所以 B、D、F 就是 2, 4, 8。

由于 B、F 的数字之和是 A 的数字的两倍，而  $\begin{cases} 2 + 4 = 2 \times 3 \\ 2 + 8 = 2 \times 5 \\ 4 + 8 = 2 \times 6 \end{cases}$ ，其中只有  $4 + 8 = 2 \times 6$  有意义，所以

以 B、F 的数字就是 4, 8。

所以 D 的数字为 2。

10. 【答案】32109，65109

【解答】根据首位分析，我们知道“中-环=1”，然后根据末位，我们知道“杯=1”。

根据十位上的运算，我们知道“牛=0”。根据百位上的运算，我们知道“啊=9”。所以得到“中-环杯牛啊=中-环109”，其中“中-环=1”。

满足条件的五位数有 32109、43109、54109、65109、76109、87109，其中还是 3 的倍数的数为 32109 和 65109。

## 二、动手动脑题：

11. 【答案】7 个

【解答】由于  $5 \mid \overline{2014ab}$ ，所以  $b=0$  或  $5$ 。

(1) 如果  $b=0$ ， $3 \mid \overline{2014a0} \Rightarrow a=2$  或  $5$  或  $8$ ；

(2) 如果  $b=5$ ， $3 \mid \overline{2014a5} \Rightarrow a=0$  或  $3$  或  $6$  或  $9$ 。

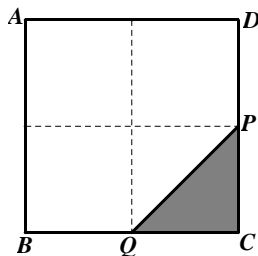
综上所述，这样的六位数一共有 7 个。

12. 【答案】610

【解答】容易发现，第 1 条对角线之和为 2，第 2 条对角线之和为 3，第 3 条对角线之和为 5，第 4 条对角线之和为 8，……，这构成了一个斐波那契数列，即从第 3 个数开始，每一项都是前两项之和。将其写出来：2、3、5、8、13、21、34、55、89、144、233、377、610，所以第 13 条对角线之和为 610。

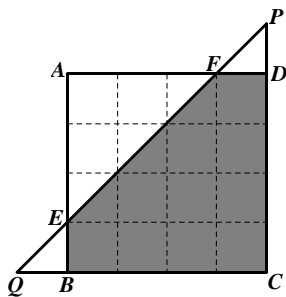
13. 【答案】575 平方厘米

【解答】运动 2 秒后， $P$ 、 $Q$  分别爬到  $CD$ 、 $CB$  的中点，如下图所示，此时重叠部分的面积就是  $S_{\triangle QPC}$ ，从而有  $S_{\triangle QPC} = 100\text{cm}^2 \Rightarrow S_{ABCD} = 8S_{\triangle QPC} = 800\text{cm}^2$ 。



运动 5 秒后，点  $P$ 、 $Q$  均已在正方形  $ABCD$  外，到达下图的位置，此时  $PD = QB = 0.25CD$ 。

同样进行格点切割，我们发现此时重叠部分面积  $S_{EFDCB} = \frac{11.5}{16} S_{ABCD} = \frac{11.5}{16} \times 800 = 575\text{cm}^2$ 。

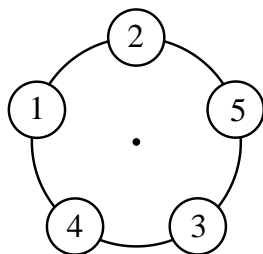


14. 【答案】2

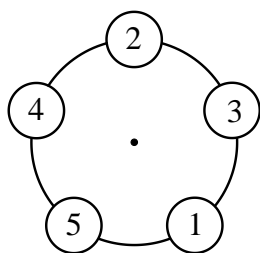
【解答】首先，单独取 1,2,3,4,5，我们可以获得和 1,2,3,4,5；不取 1,2,3,4,5，我们可以获得和 10,11,12,13,14，全部都取，我们可以获得和 15。所以，我们只要考查 6,7,8,9。

显然，如果取到 6，则剩下的可以构成和 9。同理，如果取到 7，则剩下的可以构成和 8。所以，我们将全部注意力都集中到和为 6、7 的情况上即可。

(1) 如果不能取到和为6，那么2的边上不能放4。如果2的边上放3，剩下的1、5必须被4隔开，这样导致 $1+2+3=6$ 。所以2的边上只能放1、5，从而得到下面的解。



(2) 如果不能取到和为7，那么2的边上不能放5。如果2的边上放1，考虑到 $2+1+4=7$ ，所以4不能放在2,1相邻的位置，这样会导致3必定与4相邻。所以2的边上只能放3,4，从而得到下面的解。



综上所述，一共只有两种“中环”放置方法。

15. 【答案】如下图

