

## 2012 年第十二届“中环杯”小学生思维能力训练活动

### 三年级决赛

一、填空题：（每题 5 分，共 50 分。）

1、 计算：  $25 \times 77 + 55 \times 14 + 15 \times 77 =$  \_\_\_\_\_ 。

2、 时钟下午二点敲两下，用了 2 秒钟，晚上九点敲 \_\_\_\_\_ 下，用 \_\_\_\_\_ 秒钟。

3、 在括号内填上适当的数，使竖式成立。

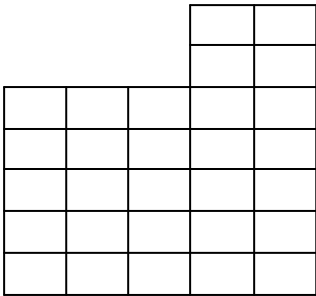
$$\begin{array}{r} \quad ( ) \quad 9 \\ \times \quad ( ) ( ) \\ \hline 3 \quad ( ) ( ) \\ ( ) ( ) \\ \hline ( ) ( ) \quad 2 \end{array}$$

4、 将 1~7 这七个数字，分别填入下面空格内，使等式成立。（每个数字只能用一次）

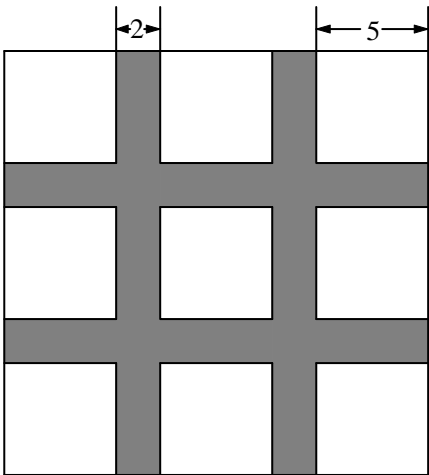
$$\square \times \square = \square \div \square = \square + \square - \square$$

5、 餐厅有圆桌和方桌供客人落座用餐。每张圆桌最多可坐 10 人，每张方桌最多可坐 8 人。现有 54 位客人用餐，为了使空位尽量少，安排 \_\_\_\_\_ 张圆桌 \_\_\_\_\_ 张方桌最合理。

6、 图中共有 \_\_\_\_\_ 个长方形。



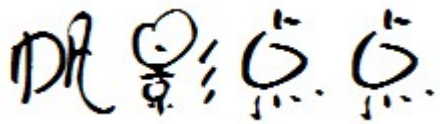
7、 如图所示，一个正方形被4个相同的黑条分割成9个相同的小正方形（单位：厘米），那么图中阴影部分的面积是 \_\_\_\_\_ 平方厘米。



8、 用一个杯子向空瓶中倒水。如果倒进5杯水，连瓶共重470克；如果倒进8杯水，连瓶共重680克。那么倒进6杯水，连瓶共重 \_\_\_\_\_ 克。

9、 沿直线剪两刀，将长为20厘米，宽为17厘米的长方形剪成三个或四个小长方形，那么被剪成的若干个小长方形周长之和最大是 \_\_\_\_\_ 。

10、 在3棵树上共栖息着18只鹦鹉和14只杜鹃。每棵树上至少有4只鹦鹉和1只杜鹃。如果每棵树上的杜鹃都不会比鹦鹉多，那么一棵树上最多有 \_\_\_\_\_ 只鸟。



二、动手动脑题：（请写出简要的解题过程，每题10分，共50分。）

1、 在一个四边形中，第一次取各边中点，连接成一个新的四边形，第二次在新四边形中各边取中点，再连接成一个四边形……直至第六次，共有几个四边形？几个三角形？

2、 下表是一个未完成的奇数乘法表，除第一行和第一列外，表中的数字为所在行和列的第一个数的乘积，如 $1 \times 1 = 1$ ， $35 = 5 \times 7 = 7 \times 5$ ， $63 = 7 \times 9 = 9 \times 7$ ， $81 = 9 \times 9$ 。求完成后的奇数乘法表中所有数字之和。

×	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	1	3								
3	3	9								
5			25							
7				49						
9					81					
11						121				
13							169			
15								225		
17									289	
19										361

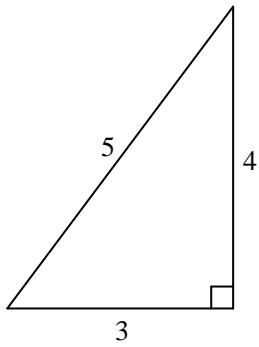
3、 小聪和小明在做一道三位数加两位数的思维训练题。小聪计算出的结果是136，小明计算出的结果是244。老师检查时发现小明做错了，错误的原因是小明把三位数百位上的数字和两位数十位上的数字相加了，而三位数十位上的数字与两位数个位上的数字相加了。请问：这道题的两个加数各是多少？

4、 小明给四个同学写信，由于粗心，把信装错了信封，结果四个同学都没有收到写给本人的信。请问：造成这一情况的装信封的方法一共有多少种？

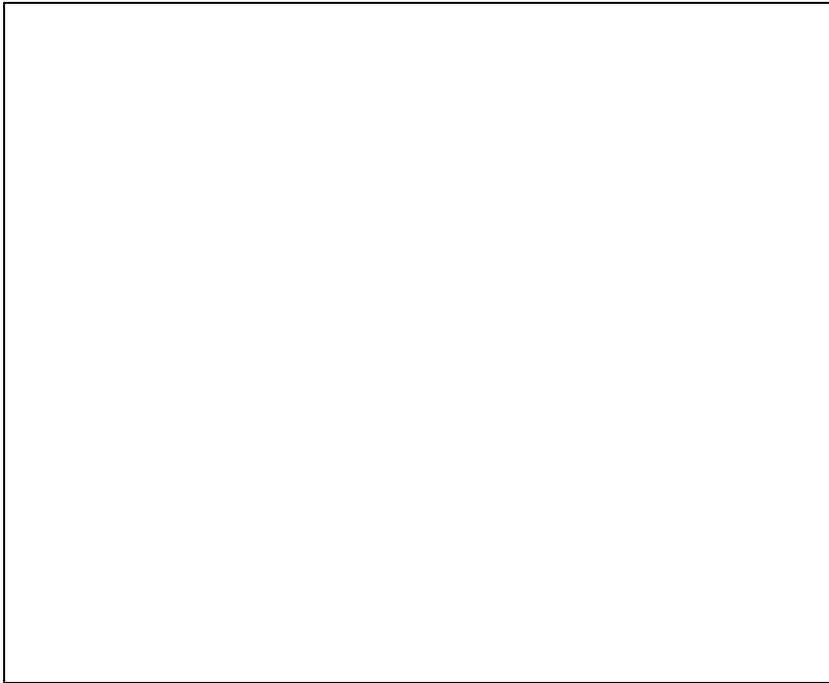
5、 请你在卡纸上画4个如图所示的直角三角形（单位：厘米），将它们剪下并拼成一个中间有一个小正方形空洞的大正方形。

(1)将拼成的图形粘贴在下面的答题区内。

(2)请计算中间小正方形的面积。



答题区：



## 2012 年第十二届“中环杯”小学生思维能力训练活动

### 三年级决赛

一、填空题：（每题 5 分，共 50 分。）

1、 计算：  $25 \times 77 + 55 \times 14 + 15 \times 77 =$  \_\_\_\_\_。

【分析与解】

$$25 \times 77 + 55 \times 14 + 15 \times 77 = 25 \times 77 + (5 \times 11) \times (2 \times 7) + 15 \times 77 = 25 \times 77 + (5 \times 2) \times (11 \times 7) + 15 \times 77$$

$$= 25 \times 77 + 10 \times 77 + 15 \times 77 = (25 + 10 + 15) \times 77 = 50 \times 77 = 3850$$

2、 时钟下午二点敲两下，用了 2 秒钟，晚上九点敲 \_\_\_\_\_ 下，用 \_\_\_\_\_ 秒钟。

【分析与解】

时钟下午二点敲两下，有  $2 - 1 = 1$  个间隔，用了 2 秒钟；

每个间隔时间为  $2 \div 1 = 2$  秒；

晚上九点敲九下，有  $9 - 1 = 8$  个间隔，用  $2 \times 8 = 16$  秒钟。

3、在括号内填上适当的数，使竖式成立。

$$\begin{array}{r} \quad ( ) \quad 9 \\ \times \quad ( ) \quad ( ) \\ \hline 3 \quad ( ) \quad ( ) \\ ( ) \quad ( ) \\ \hline ( ) \quad ( ) \quad 2 \end{array}$$

【分析与解】

在括号内分别填上  $A \sim I$ ；

由乘积的个位数可得  $E=2$ ； $9 \times C$  的个位数字是 2，故  $C=8$ ；

$29 \times 8 = 232 < 302$ ， $59 \times 8 = 472 > 392$ ，故  $A=3$  或  $A=4$ ；

$$\begin{array}{r} (A) \quad 9 \\ \times \quad (B) \quad (C) \\ \hline 3 \quad (D) \quad (E) \\ (F) \quad (G) \\ \hline (H) \quad (I) \quad 2 \end{array}, \quad \begin{array}{r} (A) \quad 9 \\ \times \quad (B) \quad (C) \\ \hline 3 \quad (D) \quad (2) \\ (F) \quad (G) \\ \hline (H) \quad (I) \quad 2 \end{array}, \quad \begin{array}{r} (A) \quad 9 \\ \times \quad (B) \quad (8) \\ \hline 3 \quad (D) \quad (2) \\ (F) \quad (G) \\ \hline (H) \quad (I) \quad 2 \end{array}$$

(1) 当  $A=3$  时， $39 \times 8 = 312$ ，即  $D=1$ ； $39 \times 28 = 1092 > 999$ ，故  $B=1$ ；

$39 \times 1 = 39$ ， $F=3$ ， $G=9$ ； $39 \times 18 = 702$ ，故  $H=7$ ， $I=0$ ；

$$\begin{array}{r} (3) \quad 9 \\ \times \quad (B) \quad (8) \\ \hline 3 \quad (D) \quad (2) \\ (F) \quad (G) \\ \hline (H) \quad (I) \quad 2 \end{array}, \quad \begin{array}{r} (3) \quad 9 \\ \times \quad (B) \quad (8) \\ \hline 3 \quad (1) \quad (2) \\ (F) \quad (G) \\ \hline (H) \quad (I) \quad 2 \end{array}, \quad \begin{array}{r} (3) \quad 9 \\ \times \quad (1) \quad (8) \\ \hline 3 \quad (1) \quad (2) \\ (F) \quad (G) \\ \hline (H) \quad (I) \quad 2 \end{array}, \quad \begin{array}{r} (3) \quad 9 \\ \times \quad (1) \quad (8) \\ \hline 3 \quad (1) \quad (2) \\ (3) \quad (9) \\ \hline (H) \quad (I) \quad 2 \end{array}, \quad \begin{array}{r} (3) \quad 9 \\ \times \quad (1) \quad (8) \\ \hline 3 \quad (1) \quad (2) \\ (3) \quad (9) \\ \hline (7) \quad (0) \quad 2 \end{array}.$$

(2) 当  $A=4$  时， $49 \times 8 = 392$ ，即  $D=9$ ； $39 \times 28 = 1092 > 999$ ，故  $B=1$ ；

$49 \times 1 = 49$ ， $F=4$ ， $G=9$ ； $49 \times 18 = 882$ ，故  $H=8$ ， $I=8$ ；

$$\begin{array}{r} (4) \quad 9 \\ \times \quad (B) \quad (8) \\ \hline 3 \quad (D) \quad (2) \\ (F) \quad (G) \\ \hline (H) \quad (I) \quad 2 \end{array}, \quad \begin{array}{r} (4) \quad 9 \\ \times \quad (B) \quad (8) \\ \hline 3 \quad (9) \quad (2) \\ (F) \quad (G) \\ \hline (H) \quad (I) \quad 2 \end{array}, \quad \begin{array}{r} (4) \quad 9 \\ \times \quad (1) \quad (8) \\ \hline 3 \quad (9) \quad (2) \\ (F) \quad (G) \\ \hline (H) \quad (I) \quad 2 \end{array}, \quad \begin{array}{r} (4) \quad 9 \\ \times \quad (1) \quad (8) \\ \hline 3 \quad (9) \quad (2) \\ (4) \quad (9) \\ \hline (H) \quad (I) \quad 2 \end{array}, \quad \begin{array}{r} (4) \quad 9 \\ \times \quad (1) \quad (8) \\ \hline 3 \quad (9) \quad (2) \\ (4) \quad (9) \\ \hline (8) \quad (8) \quad 2 \end{array}.$$

答案如图所示：

$$\begin{array}{r} (3) \quad 9 \\ \times \quad (1) \quad (8) \\ \hline 3 \quad (1) \quad (2) \text{ 或 } 3 \quad (9) \quad (2) \\ (3) \quad (9) \\ \hline (7) \quad (0) \quad 2 \end{array}, \quad \begin{array}{r} (4) \quad 9 \\ \times \quad (1) \quad (8) \\ \hline 3 \quad (9) \quad (2) \\ (4) \quad (9) \\ \hline (8) \quad (8) \quad 2 \end{array}$$

4、将1~7这七个数字，分别填入下面空格内，使等式成立。（每个数字只能用一次）

$$\square \times \square = \square \div \square = \square + \square - \square$$

【分析与解】

在空格内分别填上A~G；

$$\boxed{A} \times \boxed{B} = \boxed{C} \div \boxed{D} = \boxed{E} + \boxed{F} - \boxed{G}。$$

因为  $A \times B = C \div D$ ；所以  $A \times B \times C = D$ ；符合要求的只有  $1 \times 2 \times 3 = 6$ ；故  $C = 6$ ；

故  $E$ 、 $F$ 、 $G$  只能是数字4、5、7；

$4 + 5 - 7 = 2$ ， $4 + 7 - 5 = 6$ ， $5 + 7 - 4 = 8$ ；

(1) 当结果为2时， $\begin{cases} A=1 \\ B=2 \end{cases}$  或  $\begin{cases} A=2 \\ B=1 \end{cases}$ ， $D=3$ ， $\begin{cases} E=4 \\ F=5 \end{cases}$  或  $\begin{cases} E=5 \\ F=4 \end{cases}$ ， $G=7$ ；

(2) 当结果为6时， $\begin{cases} A=2 \\ B=3 \end{cases}$  或  $\begin{cases} A=3 \\ B=2 \end{cases}$ ， $D=1$ ， $\begin{cases} E=4 \\ F=7 \end{cases}$  或  $\begin{cases} E=7 \\ F=4 \end{cases}$ ， $G=5$ ；

答案如图所示：

可互换位置                      可互换位置

$$\boxed{1} \times \boxed{2} = \boxed{6} \div \boxed{3} = \boxed{4} + \boxed{5} - \boxed{7}$$

可互换位置                      可互换位置

$$\boxed{2} \times \boxed{3} = \boxed{6} \div \boxed{1} = \boxed{4} + \boxed{7} - \boxed{5}$$

5、餐厅有圆桌和方桌供客人落座用餐。每张圆桌最多可坐10人，每张方桌最多可坐8人。现有54位客人用餐，为了使空位尽量少，安排\_\_\_\_\_张圆桌\_\_\_\_\_张方桌最合理。

【分析与解】

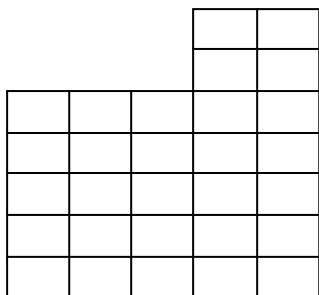
设安排  $x$  张圆桌， $y$  张方桌；

为了使空位尽量少，则  $10x + 8y = 54$ ；

自然数解为  $\begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}$ ；

故为了使空位尽量少，安排3张圆桌3张方桌最合理。

6、图中共有 \_\_\_\_\_ 个长方形。



【分析与解】

(方法一)

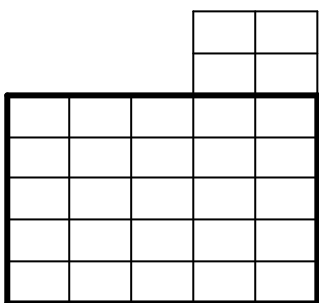


图1

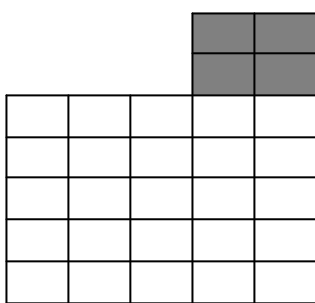


图2

图1中，粗线方框 $5 \times 5$ 的长方形中有 $(5+4+3+2+1) \times (5+4+3+2+1) = 225$ 个长方形；

图2中，含有阴影部分的长方形有 $(2+1) \times (7+6) = 39$ 个；

故图中共有  $225 + 39 = 264$  个长方形。

(方法二)

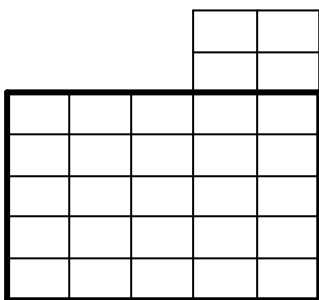


图3

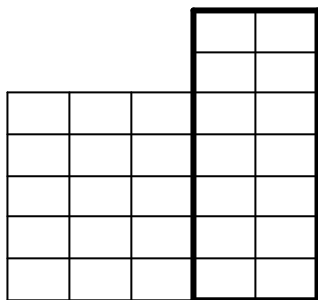


图4

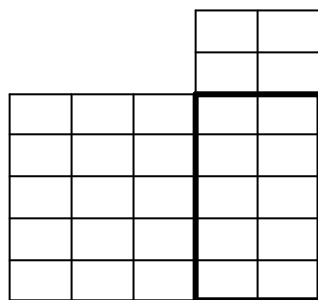


图5

图3中，粗线方框 $5 \times 5$ 的长方形中有 $(5+4+3+2+1) \times (5+4+3+2+1) = 225$ 个长方形；

图4中，粗线方框 $5 \times 5$ 的长方形中有 $(2+1) \times (7+6+5+4+3+2+1) = 84$ 个长方形；

第十二届“中环杯”小学生思维能力训练活动

三年级决赛

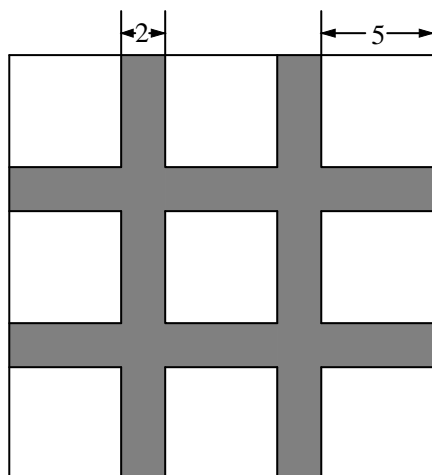
帆影点点



图 5 中，粗线方框  $5 \times 5$  的长方形中有  $(2+1) \times (5+4+3+2+1) = 45$  个长方形；

故图中共有  $225 + 84 - 45 = 264$  个长方形。

7、 如图所示，一个正方形被 4 个相同的黑条分割成 9 个相同的小正方形（单位：厘米），那么图中阴影部分的面积是 \_\_\_\_\_ 平方厘米。



【分析与解】

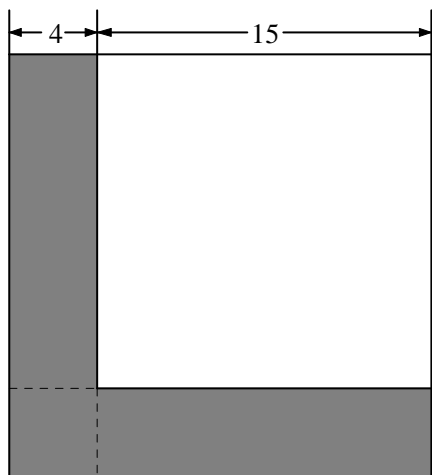
（方法一）

整个大正方形的面积是  $(5 \times 3 + 2 \times 2)^2 = 361$  平方厘米；

每个白色小正方形的面积是  $5^2 = 25$  平方厘米；

图中阴影部分的面积是  $361 - 25 \times 9 = 136$  平方厘米。

（方法二）



如图所示，把阴影部分先平移，再分割；

图中阴影部分的面积是  $(2+2) \times (2+2) + (2+2) \times (5+5+5) + (5+5+5) \times (2+2) = 136$  平方厘米。

第十二届“中环杯”小学生思维能力训练活动

三年级决赛

帆影点点

8、 用一个杯子向空瓶中倒水。如果倒进5杯水，连瓶共重470克；如果倒进8杯水，连瓶共重680克。那么倒进6杯水，连瓶共重\_\_\_\_\_克。

【分析与解】

（方法一）

如果倒进5杯水，连瓶共重470克；

如果倒进8杯水，连瓶共重680克；

$8-5=3$ 杯水重  $680-470=210$  克；

1杯水重  $210\div3=70$  克；

瓶重  $470-70\times5=120$  或  $680-70\times8=120$  克；

倒进6杯水，连瓶共重  $120+70\times6=540$  克。

（方法二）

因为1个瓶子和5杯水共重470克；

所以  $1\times2=2$  个瓶子和  $5\times2=10$  杯水共重  $470\times2=940$  克；

因为1个瓶子和8杯水共重680克；

所以  $2+1=3$  个瓶子和  $10+8=18$  杯水共重  $940+680=1620$  克；

所以  $3\div3=1$  个瓶子和  $18\div3=6$  杯水共重  $1620\div3=540$  克；

即倒进6杯水，连瓶共重540克。

9、 沿直线剪两刀，将长为20厘米，宽为17厘米的长方形剪成三个或四个小长方形，那么被剪成的若干个小长方形周长之和最大是\_\_\_\_\_。

【分析与解】

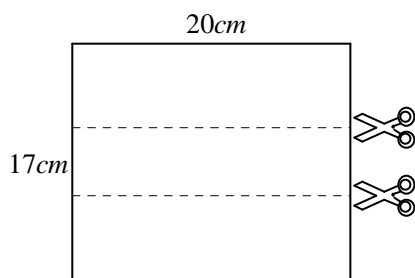


图1

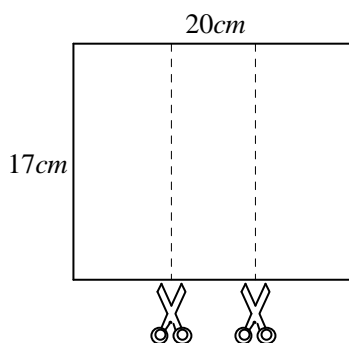


图2

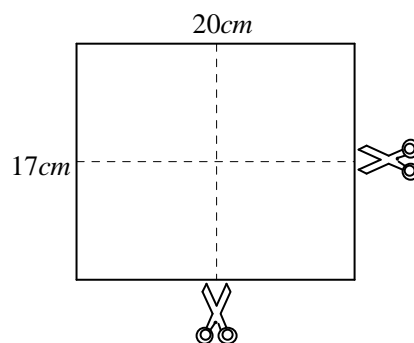


图3

如图1、图2、图3所示，一共有3种剪法；

这些小长方形周长之和=原来长方形周长+裁剪的线段 $\times 2$ ；

要使这些小长方形周长之和最大，则裁剪的线段长度要最大；

所以这2条裁剪的线段要平行于长方形的长；

如1图所示，被剪成的若干个小长方形周长之和最大是  $(20+17)\times2+(20+20)\times2=154$  厘米。

10、 在3棵树上共栖息着18只鹦鹉和14只杜鹃。每棵树上至少有4只鹦鹉和1只杜鹃。如果每棵树上的杜鹃都不会比鹦鹉多，那么一棵树上最多有\_\_\_\_\_只鸟。

**【分析与解】**

因为每棵树上至少有4只鹦鹉；

所以一棵树上至多有 $18 - 4 \times 2 = 10$ 只鹦鹉；

因为每棵树上的杜鹃都不会比鹦鹉多；

所以一棵树上至多有10只杜鹃；

一棵树上最多有 $10 + 10 = 20$ 只鸟。

例如：

第一棵树有10只鹦鹉和10只杜鹃；

第二棵树有4只鹦鹉和2只杜鹃；

第三棵树有4只鹦鹉和2只杜鹃。

二、动手动脑题：（请写出简要的解题过程，每题10分，共50分。）

1、 在一个四边形中，第一次取各边中点，连接成一个新的四边形，第二次在新四边形中各边取中点，再连接成一个四边形……直至第六次，共有几个四边形？几个三角形？

**【分析与解】**

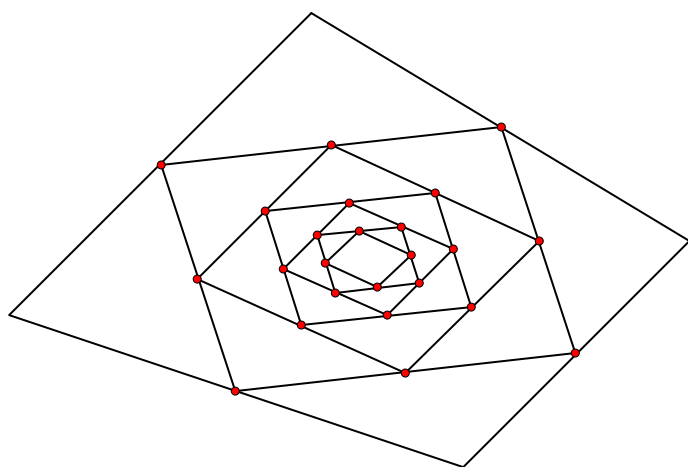
**【说明】**

以下分析及解中的四边形指凸四边形。

每操作1次，即在最里面的四边形的各边中点，连接成一个新的四边形，会增加1个四边形和4个三角形；

最初有1个四边形和0个三角形；

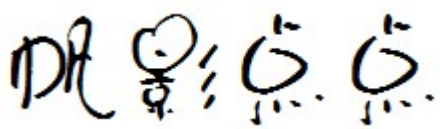
直至第六次，共有 $1 + 1 \times 6 = 7$ 个四边形， $0 + 4 \times 6 = 24$ 个三角形。



2、 下表是一个未完成的奇数乘法表，除第一行和第一列外，表中的数字为所在行和列的第一个数的乘积，如 $1 \times 1 = 1$ ， $35 = 5 \times 7 = 7 \times 5$ ， $63 = 7 \times 9 = 9 \times 7$ ， $81 = 9 \times 9$ 。求完成后的奇数乘法表中所有数字之和。

×	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	1	3								
3	3	9								
5			25							
7				49						
9					81					
11						121				
13							169			
15								225		
17									289	
19										361

【分析与解】



×	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	1×1	1×3	1×5	1×7	1×9	1×11	1×13	1×15	1×17	1×19
3	3×1	3×3	3×5	3×7	3×9	3×11	3×13	3×15	3×17	3×19
5	5×1	5×3	5×5	5×7	5×9	5×11	5×13	5×15	5×17	5×19
7	7×1	7×3	7×5	7×7	7×9	7×11	7×13	7×15	7×17	7×19
9	9×1	9×3	9×5	9×7	9×9	9×11	9×13	9×15	9×17	9×19
11	11×1	11×3	11×5	11×7	11×9	11×11	11×13	11×15	11×17	11×19
13	13×1	13×3	13×5	13×7	13×9	13×11	13×13	13×15	13×17	13×19
15	15×1	15×3	15×5	15×7	15×9	15×11	15×13	15×15	15×17	15×19
17	17×1	17×3	17×5	17×7	17×9	17×11	17×13	17×15	17×17	17×19
19	19×1	19×3	19×5	19×7	19×9	19×11	19×13	19×15	19×17	19×19

完成后的奇数乘法表中所有数字之和为

$$(1+3+5+7+9+11+13+15+17+19)+(1+3+5+7+9+11+13+15+17+19)$$

$$+(1+3+5+7+9+11+13+15+17+19)\times(1+3+5+7+9+11+13+15+17+19)$$

从1开始连续 $n$ 个奇数的和为 $n^2$   
 故 $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19=10^2$   
 $= 10^2 + 10^2 + 10^2 \times 10^2 = 100 + 100 + 100 \times 100 = 10200$ 。

3、小聪和小明在做一道三位数加两位数的思维训练题。小聪计算出的结果是136，小明计算出的结果是244。老师检查时发现小明做错了，错误的原因是小明把三位数百位上的数字和两位数十位上的数字相加了，而三位数十位上的数字与两位数个位上的数字相加了。请问：这道题的两个加数各是多少？

【分析与解】

设三位数加数为  $\overline{abc}$ ，两位加数为  $\overline{de}$ ；

$$\begin{array}{r} \text{小聪的计算式子为} + \begin{array}{r} a \quad b \quad c \\ d \quad e \\ \hline 1 \quad 3 \quad 6 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{小明的计算式子为} + \begin{array}{r} a \quad b \quad c \\ d \quad e \\ \hline 2 \quad 4 \quad 4 \end{array} \end{array}$$

故小明把两位加数扩大了10倍；

$$\text{两位加数 } \overline{de} = (244 - 136) \div (10 - 1) = 12;$$

$$\text{三位加数 } \overline{abc} = 136 - 12 = 124 \text{ 或 } \overline{abc} = 244 - 12 = 124;$$

故这道题的两个加数是12和124。

4、小明给四个同学写信，由于粗心，把信装错了信封，结果四个同学都没有收到写给本人的信。请问：造成这一情况的装信封的方法一共有多少种？

【分析与解】

（方法一）

设这四个信封为  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ ，对应的四封信为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ ；

若信  $a$  装进信封  $B$  中，考虑信  $b$  的情况：

①信  $b$  装进信封  $A$  中，则信  $c$  装进信封  $D$ ，信  $d$  装进信封  $C$ ；

②信  $b$  装进信封  $C$  中，则信  $c$  装进信封  $D$ ，信  $d$  装进信封  $A$ ；

③信  $b$  装进信封  $D$  中，则信  $d$  装进信封  $C$ ，信  $c$  装进信封  $A$ ；

故信  $a$  装进信封  $B$  中的方法有3种；

由对称性，信  $a$  装进信封  $C$  中和信  $a$  装进信封  $D$  中的方法各有3种；

故造成这一情况的装信封的方法一共有  $3 \times 3 = 9$  种。

（方法二）

【Bernoulli-Euler 装错信封问题】

某人写了几封信，并且在几个信封上写下了对应的地址，把所有的信笺装错信封的情况，共有多少种？

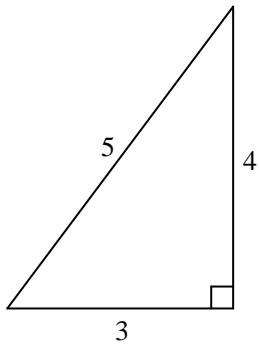
$n$  个元素的排列，要求在排列中没有一个元素处于它应当占有的位置，有  $n! \left( 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + (-1)^n \frac{1}{n!} \right)$  种。

故造成这一情况的装信封的方法一共有  $4 \times \left( 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} \right) = 9$  个。

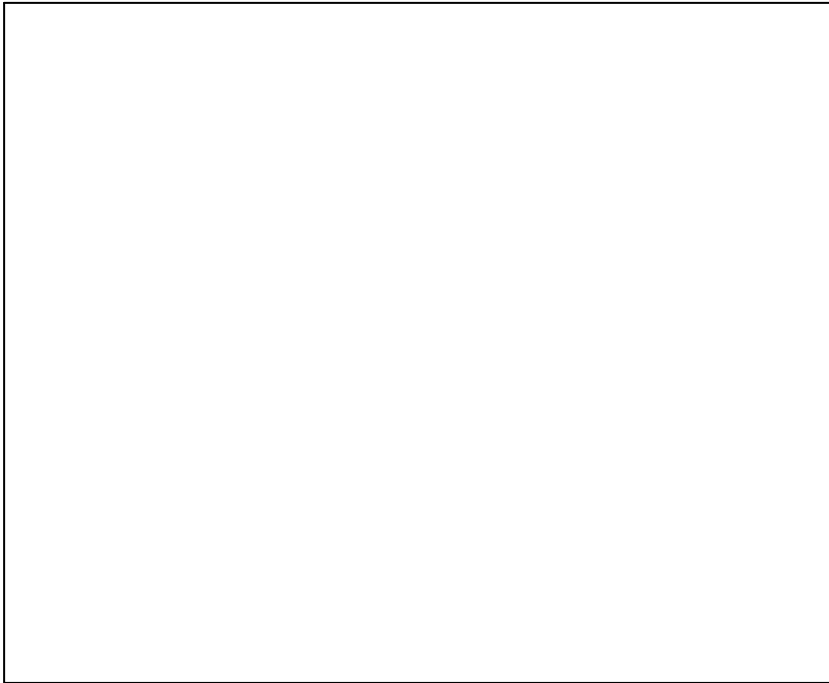
5、 请在卡纸上画4个如图所示的直角三角形（单位：厘米），将它们剪下并拼成一个中间有一个小正方形空洞的大正方形。

(1)将拼成的图形粘贴在下面的答题区内。

(2)请计算中间小正方形的面积。



答题区：

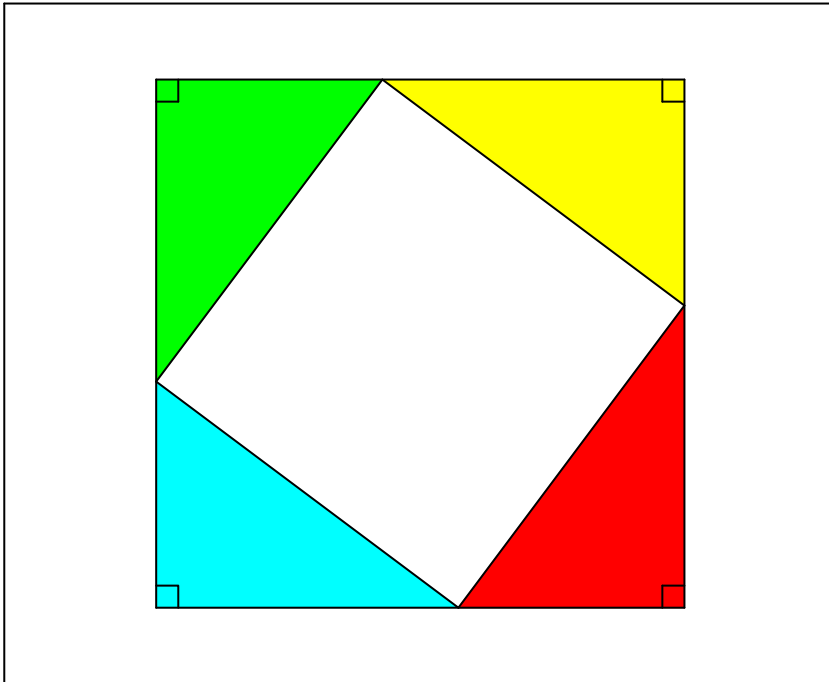


【分析与解】

第一种情况:

拼成边长为  $3+4=7$  厘米的大正方形;

答题区:



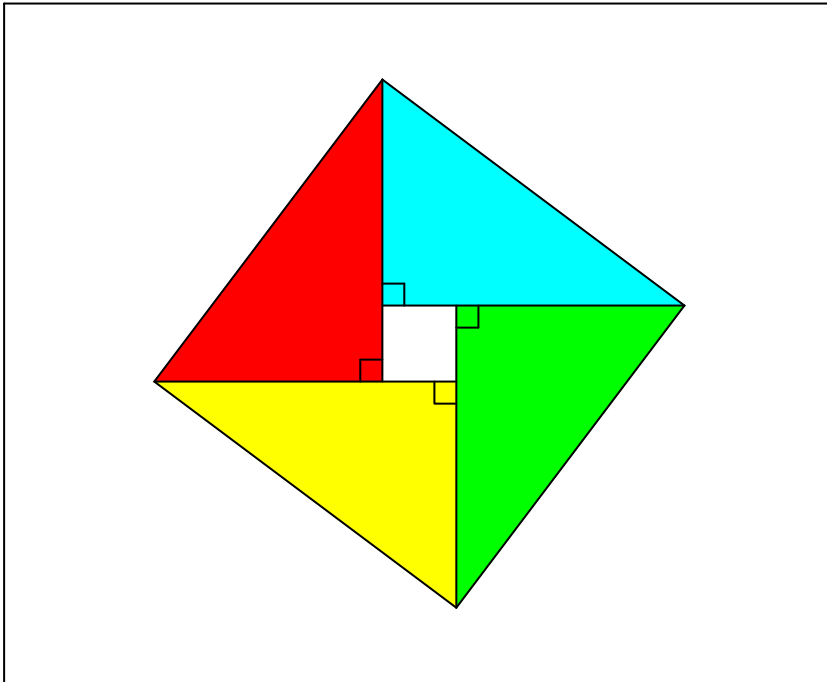
中间小正方形的面积为  $5^2 = 25$  平方厘米。



第二种情况:

拼成边长为5厘米的大正方形;

答题区:



中间小正方形的面积为  $(4-3)^2 = 1$  平方厘米。

中国景乡-志-志

第十二届“中环杯”小学生思维能力训练活动  
三年级决赛

帆影点点