

第十四届“中环杯”中学生思维能力训练活动

初一年级决赛

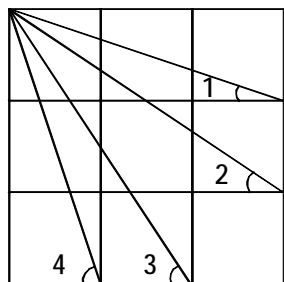
得分:_____

注意:每小题前的“□”由阅卷人员填写,考生请勿填写。

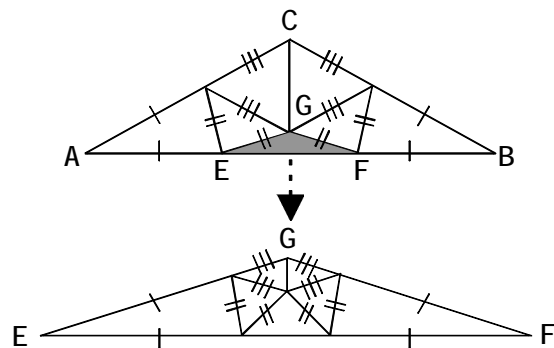
一、填空题:(每小题 5 分,共 50 分,请将答案填写在题中横线处。)

- 1. 计算: $\frac{2014^4+4\times2013^4}{2013^2+4027^2}-\frac{2012^4+4\times2013^4}{2013^2+4025^2}=$ _____。
- 2. 如图所示,9 个相同的小正方形拼成一个大正方形,则 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=$ _____。
- 3. 已知 x,y 满足方程组 $\begin{cases} 2014x+2000y=56196 \\ 2014y-2000x=196 \end{cases}$, 则 $x^2-xy+y^2=$ _____。
- 4. 解方程: $4^x+9^x+25^x=6^x+10^x+15^x$ 。 $x=$ _____。
- 5. 若一个多位数,每相邻两位中,右边的数字都大于左边的数字,则我们称其为“恒生银行数”。A 是一个“恒生银行数”,那么整数 9A 的各位数字之和是_____。
- 6. 将自然数 1~7 排成一个七位数,1 和 4 之间的数字之和为 20,5 和 7 之间的数字之和为 6。那么满足条件的七位数有_____个。
- 7. 已知 $f(x)$ 是一个四次多项式,满足 $f(165)=2014$,并且 $f(42)=f(68)=f(97)=f(123)=10$,则 $f(1)-f(2)+f(3)-f(4)+\cdots+f(165)=$ _____。
- 8. 设 $M=[\frac{10^{19900}}{10^{100}+3}]$,其中 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数,则 M 的个位数字是_____。
- 9. 小钱、小王、小张、小孙、小陶都很喜欢运动,每人都喜欢羽毛球、排球和壁球中的一种或几种。已知没有人三种运动都喜欢,但有人同时喜欢羽毛球和排球,也有人同时喜欢排球和壁球,还有人同时喜欢羽毛球和壁球。那么五个人各自爱好的球类运动共有_____种不同的组合方式。

10. 等腰 $\triangle ABC$ 被切割成了 13 个锐角等腰三角形,如右面两幅图所示,其中标记相同的两条线段长度相同,第二幅图是对 $\triangle EFG$ 的详细切割。已知 $\angle CAB$ 的度数是一个完全平方数,那么 $\angle CAB$ 的度数是_____。



第 2 题



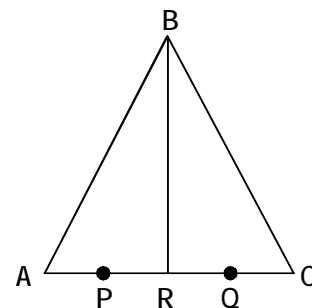
第 10 题

二、动手动脑题:(每小题 10 分,共 50 分,除第 15 题外,请给出详细解题步骤。)

- 11. 是否存在 2013 个非零实数 $a_1, a_2, \dots, a_{2013}$,使得 $(a_1+\frac{1}{a_1})(a_2+\frac{1}{a_2})\cdots(a_{2013}+\frac{1}{a_{2013}})=(a_1-\frac{1}{a_1})(a_2-\frac{1}{a_2})\cdots(a_{2013}-\frac{1}{a_{2013}})$? 如果存在,请举例;如果不存在,请证明。

- 12. 求证: $3n^2+3n+7=m^3$ 没有正整数解。

- 13. 在 $\triangle ABC$ 中,P、Q 分别是 AC 上的点,满足 $AP+BC=AB+CQ$,R 是 PQ 的中点,BR 正好是 $\angle ABC$ 的平分线。求证: $\triangle ABC$ 是等腰三角形。



14. 三个互不相等的数 a 、 b 、 c 满足

$a = (b - 2)c$
 $b = (c - 2)a$
 $c = (a - 2)b$

, 求 abc 的值。
15. 将图 2 中的 10 艘小船放入图 1 的表中，小船中的每一块占据一个方格。每艘船都是水平或竖直放置，并且任意两艘船不会相邻(如果一艘船中的某一格与另一艘船中的某一格相邻,就认为这两艘船相邻)。表中右边和下面的数字表示这行、这列中小船占据的方格数量,有波浪线的地方表示这里不能放置船。图中已经给出了两个方格(方块与船中的方块对应,圆与船中的圆对应)。请你画出最后的结果(注意:圆、方块、半圆要画清楚)。
- | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | |
| A | | | | ■ | | | | | | | 3 |
| B | | | | | | | | | | | 1 |
| C | | | ≡ | | | | | | | | 4 |
| D | | | | | | | | | | | 0 |
| E | | | | | ≡ | | | | | | 2 |
| F | | | | | | | | | | | 1 |
| G | | | | | | | | | | | 2 |
| H | | | | | | | | | | | 1 |
| I | | | | | | | | ● | | | 2 |
| J | | | | | | | | | | | 4 |
| | 1 | 2 | 6 | 1 | 2 | 2 | 0 | 1 | 3 | 2 | |

图 1

图 2

○

■

◐

●

线

封

图