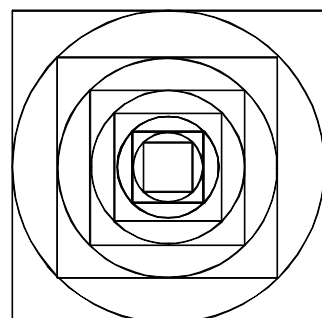


# 第十三届“中环杯”中学生思维能力训练活动 初一年级决赛

题型	一、填空题	二、动手动脑题					共 计
得分							

## 一、填空题(每小题 5 分,共 50 分):

1. 因式分解: $ab(ab+1)^2-ab(a+b)-a-b+1=(\quad)$ 。



第 2 题

2. 已知有一个面积为 2013 的正方形。对它做一个外接圆,对外接圆作外切正方形,我们称其为一次操作。那么,最少要经过( $\quad$ )次操作,最大的正方形的面积会超过 20130316。

3. 把正整数中所有位数上的数字都不大于 5 的数从小到大排成一列,那么第 2013 个数是( $\quad$ )。

4. 已知  $a=71\times 39, b=71\times 32, c=32\times 39$ 。则  $\sqrt{a^2+b^2+c^2}=(\quad)$ 。

5. 若大于 100 的正整数  $n$  满足:首尾两个数字相同,且其余数字均与首尾两个数字不同,则这样的  $n$  称为“中环数”。比如:1381 和 2442 都是“中环数”,而 4321 和 24282 不是“中环数”。则有( $\quad$ )个“中环数”小于 2013。

6. 已知  $a, b, c$  满足  $\begin{cases} a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)=0 \\ a^2+b^2=2ab+3 \end{cases}$ , 则  $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=(\quad)$ 。

7. 已知  $\frac{x}{x^2-ax+1}=1$  ( $a$  为正整数,且是 3 的倍数),且  $\frac{x^6-a^3x^3+1}{x^3}$  除以 9 的余数与  $\frac{20122012\cdots 2012}{n \text{ 个 } 2012}$  除以 9 的余数相同,则  $n$  的最小值是( $\quad$ )。

8. 数据库中有 2013,  $\frac{2013}{2}, \frac{2013}{3}, \frac{2013}{4}, \dots, \frac{2013}{20130316}$  共 20130316 个数。小明编写了一个程序,该程序从数据库中任取 2 个数代入下式运算: $2ab-a-b+1$ 。将取出的 2 个数从数据库中移去,再将运算结果写入数据库。当数据库中只剩下一个数的时候,剩下的那个数是( $\quad$ )。

9. 已知  $x$  满足  $\left|x+\frac{1}{x}-1\right|+\left|x^2+\frac{4}{x^2}-\frac{11}{4}\right|=\frac{3}{x}$ , 则  $\frac{x^2-2}{6x}=(\quad)$ 。

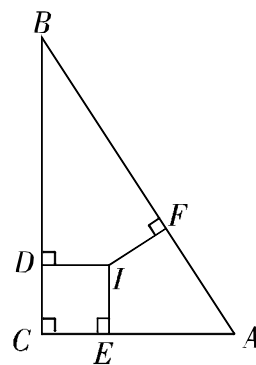
10. 已知两个不同的正整数  $m, n$ , 满足  $(m+n)^2 \mid (4mn+4)$ , 则  $|m-n|=(\quad)$ 。

## 二、动手动脑题(共 50 分):

1. 已知  $a, b, c, d$  是四个连续正整数,求证: $d^2$  一定是  $a+b^2+c^3$  的因数。(本题 8 分)

2. 已知  $A$  为正整数,  $B$  是  $A$  的反序数(将  $A$  的所有数码位反过来写), 比如  $A=43251$ , 那么  $B=15234$ 。求证: $A+B, A-B$  这两个数中至少有一个数是 11 的倍数。(本题 10 分)

3. 如图,  $Rt\triangle ABC$  中,  $AB=c, BC=a, CA=b$ , 且  $a>b$ ,  $I$  为三条角平分线的交点(这个点称为内心), 作  $ID\perp BC, IE\perp CA, IF\perp AB$ 。求证: $ID+IE+IF<\frac{9}{10}a$ 。(本题 10 分)



(本题 10 分)

(1) 用提供给你的卡纸,按图 1 尺寸(单位毫米),制作一套四拼板,然后用这四块拼板拼搭出图 2 的图形。用粗线条将拼法直接画在图 2 上。



图 3

② 当  $\alpha$  满足什么条件时, 图中有且仅有四个等腰三角形(三边都有线连接, 无所谓是实线还是虚线, 都可以算为一个三角形)?

③ 当  $\alpha$  满足什么条件时, 图中有且仅有五个等腰三角形(三边都有线连接, 无所谓是实线还是虚线, 都可以算为一个三角形)?