

第十三届“中环杯”中小学生思维能力训练活动 四年级决赛答案

一、填空题

1. 答：108

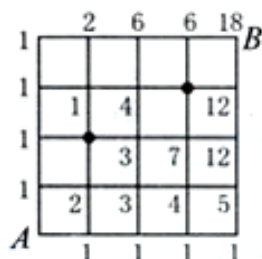
$$\begin{aligned} \text{原式} &= 999 \times 1001 \div (185 \times 1001) \times 20 \\ &= 37 \times 27 \times 1001 \div 37 \div 5 \div 1001 \times 4 \times 5 \\ &= (37 \div 37) \times (1001 \div 1001) \times (5 \div 5) \times 27 \times 4 \\ &= 108 \end{aligned}$$

2. 答：405

$500 \div 5 = 100$;
 $400 \div 5 = 80$, $400 \div 25 = 16$, $400 \div 125 = 3 \cdots 25$, $80 + 16 + 3 = 99$ 。
 所以当乘到 405 时，乘积最后 100 个数字第一次全部是 0

3. 答：18

如图所示，有 18 条路线。



4. 答：648

$$\overline{ABC} = (A+B+C) \times 36, \text{ 所以 } 36 \mid \overline{ABC}, 9 \mid (A+B+C).$$

若 $A+B+C=9$, 则 $\overline{ABC}=9 \times 36=324$, 不符题意;

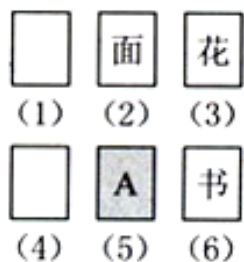
若 $A+B+C=18$, 则 $\overline{ABC}=18 \times 36=648$, 符合题意;

若 $A+B+C=27$, 则 $\overline{ABC}=27 \times 36=972$, 不符题意。

所以 $\overline{ABC}=648$ 。

5. 答：酒

如图，由 a、b、c 可知，(6) 是书店，(3) 是花店，(2) 是面包店。由 e、f 可知，酒店、文具店、E 店在同一侧，所以只能在 (4)、(5)、(6) 的位置，那么 A 不是酒店就是文具店。E 肯定在 (4) 或 (6) 处，不论 (4) 或 (6) 哪个是 E 店，酒店都在其旁边。则中间是酒店，所以 A 是酒店。



6. 答：6

因为 $13 \mid 123123$ ，且 $2013 \div 2 = 1006 \cdots 1$ ，所以 $13 \mid \underbrace{123123 \cdots 123}_{2012 \text{ 个 } 123}$ 。

又 $123 \div 13 = 9 \cdots 6$ ，所以 $\underbrace{123123 \cdots 123}_{2013 \text{ 个 } 123} \div 13$ 的余数是 6。

7. 答：2，20

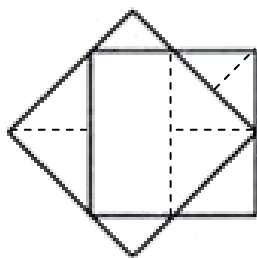
下午 3 时 = 15 时，晚上 11 时 = 23 时，晚上 9 时 = 21 时。

李老师外出总时间为 21 时 - 12 时 10 分 = 8 小时 50 分钟，在朋友家的时间为 23 时 - (15 时 - 10 分钟) = 8 小时 10 分钟，所以来回路上分别用时 (8 小时 50 分钟 - 8 小时 10 分钟) $\div 2 = 20$ (分钟)。则李老师下午出门时的时间是 15 时 - 10 分钟 - 20 分钟 = 14 时 30 分。所以他家的钟停了 14 时 30 分 - 12 时 10 分 = 2 小时 20 分钟。

8. 答：1300

要百分之百获奖，则需抽奖 5 次，要摸小球 $2 \times 5 + 3 = 13$ (个)，所以只要需购买 $13 \times 100 = 1300$ (元) 的商品。

9. 答：162。



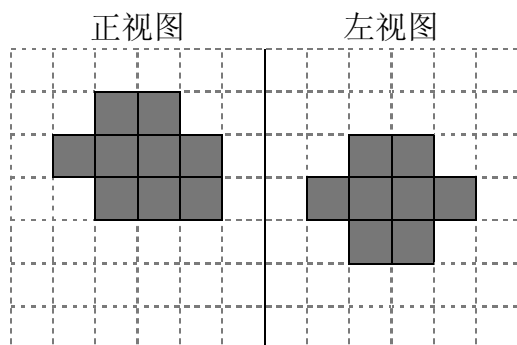
作辅助线如图所示。可知小正方形是最小三角形 S 面积的 16 倍。而通过拼接可知大正方形是最小三角形 S 面积的 18 倍。所以较大正方形的面积是 $144 \div 16 \times 18 = 162$ (平方厘米)。

10. 答：720

30 千米/时 = 500 米/分。前端到尾端为相遇问题，相遇速度 $500 + 100 = 600$ (米/分)；尾端到前端为追及问题，追及速度 $500 - 100 = 400$ (米/分)。速度比 $600:400 = 3:2$ ，所以时间比为 $2:3$ 。所以相遇时间为 $3 \div (3 + 2) \times 2 = 1.2$ (分钟)。所以队伍长 $600 \times 1.2 = 720$ (米)。

二、动手动脑题

1. 答：如图



2. 答：156

根据题意，五人中女孩的人数至少 2 个，至多 4 个。

2 个女孩：两人必须在一起，有 $(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times 2 = 48$ （种）。

3 个女孩：三人必须在一起，有 $(3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 36$ （种）。

4 个女孩：四人在一起，有 $4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 = 48$ （种）；两个两个在一起，有 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ （种）。

所以共有 $48 + 36 + 48 + 24 = 156$ （种）排列方法。

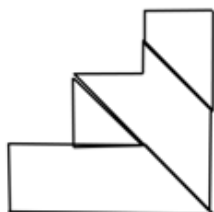
3. 答：如图

9	5	1	6	8
1	3	5	4	8
5	7		3	4
8	2	7	6	2
5	6	4	2	9

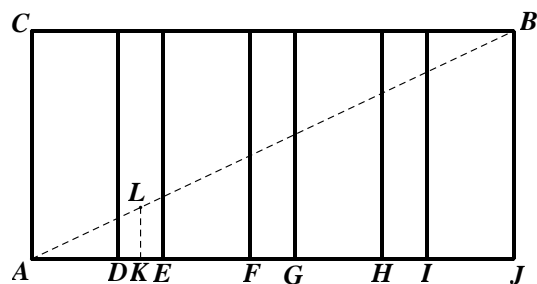
4. 答：4025。

由对称性可知，这只蜗牛最后停留的行数为第 1006 行，且在该行，将由第 1005 列出发并最后停留在第 $4024 - 1005 = 3019$ （列）。即停留在第 1006 行、第 3019 列的格子上。因此所求为 $1006 + 3019 = 4025$ 。

5. 答：（1）如图



(2) $v_{\text{捕鼠器}} = 8\text{cm/s}$



如图，将立体图形放置到平面中来，容易知道图中的虚线 AB 就是老鼠要走的最短路径。如果智能捕鼠器开始的时候在 DE 上的 K 点，则 KL 就是其要走的路径。由于老鼠与智能捕鼠器同时启动，所以两者走的时间相同，路程比就是速度比，所以

$$\frac{v_{\text{老鼠}}}{v_{\text{捕鼠器}}} = \frac{AL}{LK}。由相似三角形可知 \frac{AL}{LK} = \frac{AB}{BJ}。显然，不管这个捕鼠器位于 DE 、 $FG$$$

还是 HI 上，都满足这个相似模型，所以速度比都是 $\frac{AB}{BJ}$ ，也就是说智能捕鼠器的速度与它放置的位置没有关系。而 $AJ = 4h + 3b = 15$ ， $BJ = AC = a = 8$ ，所以利用勾股定理我们有 $AB^2 = AJ^2 + BJ^2 \Rightarrow AB = 17$ 。所以 $\frac{AL}{LK} = \frac{AB}{BJ} = \frac{17}{8}$ 。从而我们有

$$\frac{v_{\text{老鼠}}}{v_{\text{捕鼠器}}} = \frac{AL}{LK} = \frac{17}{8}，所以 v_{\text{捕鼠器}} = 8\text{cm/s}。$$