

第十四届“中环杯”小学生思维能力训练活动

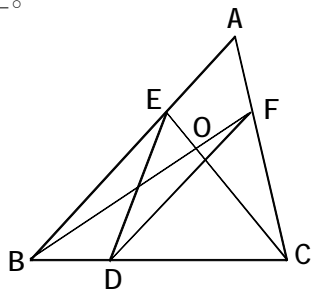
五年级决赛

得分:_____

注意:每小题前的“□”由阅卷人员填写,考生请勿填写。

一、填空题:(每小题 5 分,共 50 分,请将答案填写在题中横线处。)

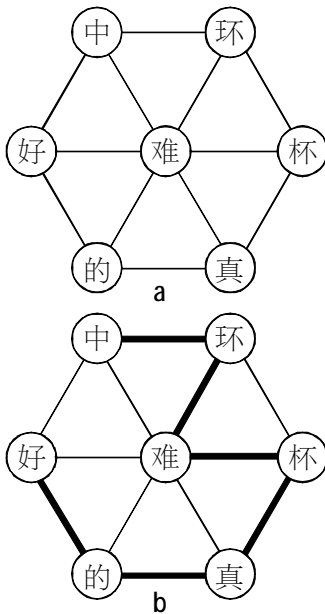
- 1. 计算: $11.99\times73+1.09\times297+\frac{1}{2}\times(3^2-1^2)=$ _____。
- 2. $420\times814\times1616$ 除以 13 的余数为_____。
- 3. 五年级有甲、乙两个班,甲班学生人数是乙班学生人数的 $\frac{5}{7}$,如果从乙班调 3 人到甲班,甲班学生人数就是乙班学生人数的 $\frac{4}{5}$ 。甲班原有学生_____人。
- 4. 已知 $990\times991\times992\times993=\overline{966428A91B40}$, 则 $\overline{AB}=$ _____。
- 5. 如图, $\triangle ABC$ 面积为 60,E、F 分别为 AB、AC 上的点, 满足 $AB=3AE, AC=3AF$ 。点 D 是线段 BC 上的动点, 设 $\triangle FBD$ 的面积为 S_1 , $\triangle EDC$ 的面积为 S_2 , 则 $S_1\cdot S_2$ 的最大值为_____。
- 6. 如图, 在每个方框中填入一个数字, 使得乘法竖式成立。则这个算式乘积的最大值与最小值之差为_____。
- 7. 有 15 位选手参加一个围棋锦标赛,每两个人之间需要比赛一场。赢一场得 2 分,平一场各 1 得分,输一场得 0 分。如果一位选手的得分不少于 20 分,他就能获得一份奖品。那么, 最多有_____位选手能够获得奖品。
- 8. 在一场 1000 米的比赛中,一个沙漏以相同的速率在漏沙子,漏出来的沙子都掉入一个杯中(这个沙漏是在比赛进行了一段时间后才开始漏的)。小明以匀速进行跑动。当他跑到 200 米的时候,第 \overline{a} 颗沙子正好掉入杯中;当他跑到 300 米的时候,第 \overline{bc} 颗沙子正好掉入杯中;当他跑到 400 米的时候,第 \overline{de} 颗沙子正好掉入杯中;当他跑到 500 米的时候,第 \overline{fg} 颗沙子正好掉入杯中($\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}, \overline{d}, \overline{e}, \overline{f}, \overline{g}$ 都是 0~9 的数字,并且它们的值可以相同)。我们发现:(1) \overline{a} 是 2 的倍数;(2) \overline{bc} 是一个质数;(3) \overline{de} 是 5 的倍数;(4) \overline{fg} 是 3 的倍数。那么,四位数 $\overline{debc}=$ _____ (如果有多个解,需要将所有解写在横线中)。
- 9. 如图 a,七个汉字写在图中的七个圆圈内,要求从某一个圆圈开始,沿着线段一笔画这个图形(所有圆圈都要走到,而且只能走到一次),将这个一笔画路径上的字连成一个字串



第 5 题

$$\begin{array}{r}
 \square\square\square \\
 \times \quad \quad 2\square\square \\
 \hline
 \square 0\square\square \\
 \square 1\square \\
 \square\square\square 4 \\
 \hline
 \square\square\square\square\square\square
 \end{array}$$

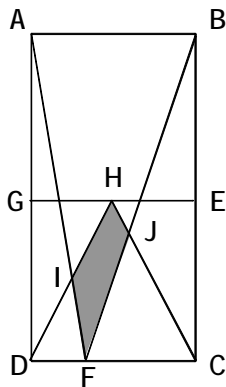
第 6 题



第 9 题

(例如图 b,从“中”开始一笔画,得到的字串为“中环难杯真的好”)。那么,能够组成的不同字串有_____个。

- 10. 如图,两个正方形 ABEG、GECD,点 H 是 GE 中点, $\frac{DF}{DC}=\frac{1}{3}$ 。联结 DH、CH、AF、BF,正方形 ABEG 的面积为 m 平方厘米,阴影部分的面积为 n 平方厘米。已知 m、n 都是正整数,且 m 有 9 个约数,则正方形 ABEG 的边长为_____厘米。



第 10 题

二、动手动脑题:(每小题 10 分,共 50 分,除第 15 题外,请给出详细解题步骤。)

- 11. 甲、乙两人同时从 A、B 两地出发,相向而行,甲每小时行 12.5 千米,乙每小时行 10 千米。甲行 30 分钟后,到达恒生银行门口,想起来自己的信用卡没有带,所以他原速返回 A 地去拿卡。到达 A 地后,甲忘记卡放在哪里了,花了半小时才找到卡。找到卡后,甲又用原速去往 B 地,结果当乙到达 A 地时,甲还需要 15 分钟才能到达 B 地。那么 A、B 间的距离是多少千米?

- 12. 如果一个数的奇约数的个数有 2^m (m 为自然数)个,则我们称这样的数为“中环数”。比如 3 的奇约数有 1、3,一共 $2=2^1$ 个,所以 3 是一个“中环数”。再比如 21 的奇约数有 1、3、7、21,一共 $4=2^2$ 个,所以 21 也是一个“中环数”。我们希望能找到 n 个连续的“中环数”。求: n 的最大值。

13. 下左图是一个奇怪的黑箱子,这个黑箱子有一个输入口,一个输出口。我们在输入口输入一个数字,那么在输出口就会产生一个数字结果,其遵循的规则是:

- (1) 如果输入的数字是奇数 k , 则输出的就是 $4k+1$;
- (2) 如果输入的数字是偶数 k , 则输出的就是 $k \div 2$ 。

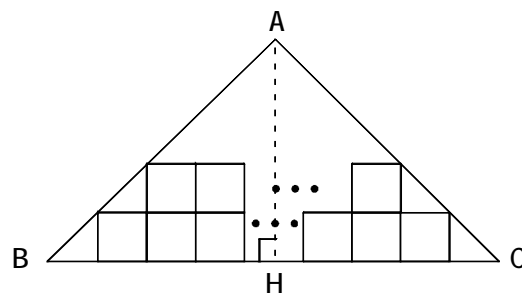
比如:输入的是数字 8, 那么输出的就是 $8 \div 2 = 4$; 输入的是数字 3, 那么输出的就是 $3 \times 4 + 1 = 13$ 。

现在,将三个这样的黑箱子串联在一起(如下右图),这样第一个黑箱子的输出成为第二个黑箱子的输入,依次类推。比如输入数字 16, 经过第一个黑箱子,得到结果 8, 这个 8 就作为第二个黑箱子的输入。经过第二个黑箱子,得到结果 4, 这个 4 就作为第三个黑箱子的输入。经过第三个黑箱子,得到结果 2, 这个 2 结果就是最后的输出了。我们可以用 $16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2$ 来表示这样的过程。

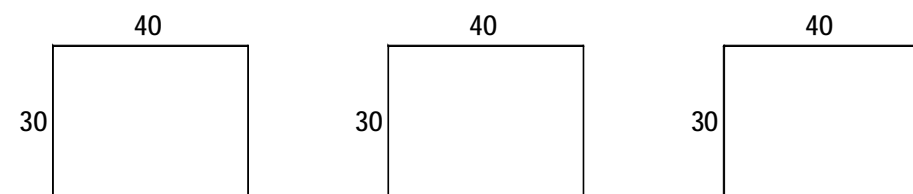
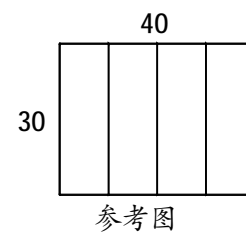


现在,美羊羊、喜羊羊、懒羊羊、羊爸爸在这个串联的黑箱子输入端输入不同的正整数,其中羊爸爸输入的数字最大,得到的 4 个最终输出结果竟然是相同的。当这个输出结果最小时,求:羊爸爸的输入值是多少?

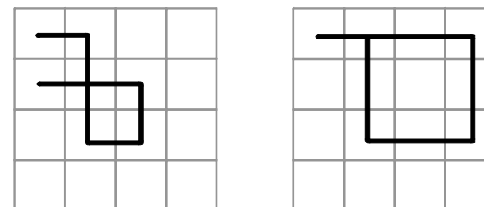
14. 如图,我们将很多边长为 1 的小正方形放入等腰 $\triangle ABC$ 中, BC 边上的高为 AH , AH 和 BC 的长度都是正整数。要求所有小正方形都有两条边与 BC 平行(如图所示)。先放最下面一层,从两边往中间放(最靠边的小正方形的一个顶点正好在三角形的边上),直到中间的空隙放不下一个小正方形为止。然后放倒数第二层,同样从两边往中间放,直到中间的空隙放不下一个小正方形为止。依次类推,不断地往上面叠放小正方形,直到无法再往上叠为止。我们发现,每层的中间都没有产生空隙,而且 $\frac{BC}{AH} \leq 8$ 。最后,整个 $\triangle ABC$ 内一共放了 330 个小正方形。求: BC 长度的最大值。



15. (1) 你能将下面的长方形图纸分割成全等的 4 个图形吗(如参考图)? 请给出不同于参考图的另外三种分割方法。



(2) 画一个封闭的环,水平或竖直穿过相邻的单元格。环不能交叉或重叠,下图就是一些不允许出现的情况。



下图中有数字的单元格不能作为环的一部分,单元格内的数字表示其周围八个相邻的单元格内被环占住的个数,请在图中画出这个环。

		4				5		7	
						5			
				8					4
		7							
4				4	4			8	
			3						
				1	1				
3									3

线

轴

图