

第十三届“中环杯”小学生思维能力训练活动
五年级决赛

| | | | | | | | |
|----|-------|---------|--|--|--|--|----|
| 题型 | 一、填空题 | 二、动手动脑题 | | | | | 共计 |
| 得分 | | | | | | | |

一、填空题(每小题 5 分,共 50 分):

1. 我们有下列的公式:

$$1^2+2^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6};$$

$$1^3+2^3+\cdots+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2;$$

$$(n+1)^3=n^3+3n^2+3n+1.$$

计算: $(1^3+3\times1^2+3\times1)+(2^3+3\times2^2+3\times2)+\cdots+(99^3+3\times99^2+3\times99)=(\quad)$ 。

2. 有一类四位数,除以 5 余 1,除以 7 余 4,除以 11 余 9。这类四位数中最小的一个是()。

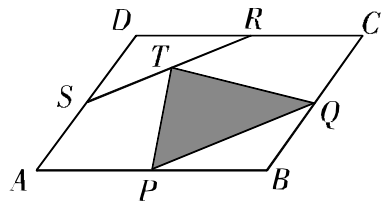
3. 有 A、B、C、D、E 五个人,其中每个人永远说谎话或者永远说真话,并且他们彼此都互相知道对方的行为。A 说 B 是说谎者,B 说 C 是说谎者,C 说 D 是说谎者,D 说 E 是说谎者。那么,这五个人中最多有()位说谎者。

4. 在 1~200 之间,有()个数,其所有不同的素因数之和为 16(比如:12 的所有不同的素因数为 2、3,其和为 2+3=5)。

5. 某次数学比赛,计分方法有两种,分别是:第一种,答对一题给 5 分,答错不给分,不答给 2 分;第二种,先给 39 分,然后答对一题给 3 分,答错扣 1 分,不答不给分。某个考生完成所有题目后,用两种方法计分,都得 71 分。则这个考生未答的题目有()题。

$$\begin{array}{r} F \quad O \quad R \quad T \quad Y \\ \quad \quad \quad T \quad E \quad N \\ + \quad \quad \quad T \quad E \quad N \\ \hline S \quad I \quad X \quad T \quad Y \end{array}$$

第 6 题



第 7 题

6. 在左图的数字谜中,每个字母代表了一个数字。不同的字母代表了不同的数字,相同的字母代表了相同的数字。则 T=()。

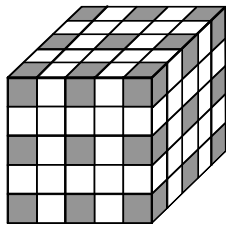
7. 平行四边形 ABCD 中,点 P、Q、R、S 分别为边 AB、BC、CD、DA 的中点,而点 T 为线段 SR 的中点。已知四边形 ABCD 的面积为 120 平方厘米,则 $\triangle PQT$ 面积为()平方厘米。

8. 已知一个骰子的六个面上分别写了六个不同的正整数,这六个正整数的和为 60。现在对这个骰子进行这样的操作:每次操作选取正方体的一个顶点,将包含这个顶点的三个面上的数字都加 1。经过多次的操作后,这个正方体的所有面上的数字都

相同了。满足条件的不同的骰子有()种(六个面的数字选定后就算一种,不考虑这六个数字如何放在骰子上)。

9. 定义 $a_n=1+3+3^2+\cdots+3^n$ (n 为正整数),比如: $a_4=1+3+3^2+3^3+3^4$ 。那么 $a_1, a_2, \dots, a_{2013}$ 中,有()个数是 7 的倍数。

10. 如图所示,有一边长为 5 厘米的立方体木块,在它的每个角以及每条棱和每个面的中间各挖去一个边长为 1 厘米的小立方体(即图中画有阴影的那些小立方体),那么余下部分的表面积是()平方厘米。



第 10 题

二、动手动脑题(共 50 分):

1. 有一对四位数数对(2025,3136),拥有如下的特点:每个数都是完全平方数,并且第二个四位数的每个数码比第一个四位数的对应数码都大 1。请找出所有满足这个特点的五位数数对。(如果找出一对五位数为 a 和 b,请写成(a,b)的形式。)(本题 8 分)

2. 用 R、G、B 三种颜色对下图 2×5 的表格进行染色,要求有公共边的两个格子必须染成不同的颜色。问:一共有多少种不同的染色方法?(本题 10 分)

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |

3. A、B 两地相距 36 千米,甲、乙两位超人同时从 A 地向 B 地行走,一旦到达 B 地以后立即走向 A 地,到达 A 地以后又立即走向 B 地……,两人不停地在 A、B 之间走动。若甲的速度为 2k 千米/小时,乙的速度为 k 千米/小时。设经过 p 个小时,甲、乙之间的距离第 2012 次达到最大;经过 q 个小时,甲、乙之间的距离第 2013 次达到最大。若 q-p 为正整数,求:正整数 k 的最大值。(本题 10 分)

4. 如图 1, $ABCD$ 、 $CEFG$ 是两个正方形,边长分别为 5 厘米和 4 厘米。将 GC 边擦去,留下一个轮廓,然后联结 AE 、 BF 相交于点 H ,联结 BG 与 AE 相交于点 I (如图 2)。则图 2 中阴影部分的面积是多少平方厘米?(本题 10 分)

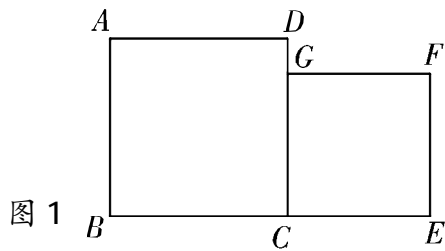


图 1

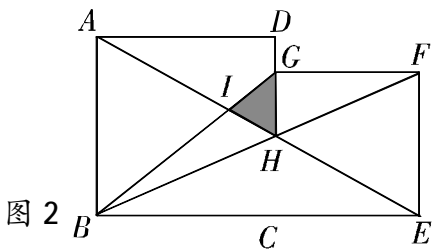


图 2

(2)图 3 所示是一个立体的四级台阶,每级台阶的长、宽、高都分别相等。已知高 $AD=h=3$ 厘米,宽 $DE=b=1$ 厘米,长 $AC=a=8$ 厘米。一只聪明的老鼠沿着台阶表面从 A 点往 B 点爬行(假设在垂直面它可垂直爬行),且走的是最短路径。另有一个智能捕鼠器,它可以放在线段 DE 、 FG 、 HI 中的任意一条上的任意一点。如果它放在 DE 上,那么它走动的路线一定垂直于 DE 。同理,如果它放在 FG 或 HI 上,那么它走动的路线一定垂直于 FG 或 HI 。已知老鼠与智能捕鼠器同时启动,老鼠的速度 $v=17$ 厘米/秒。求证:为了正好捕捉到老鼠,智能捕鼠器的速度与它放置的位置没有关系,并求出其速度。

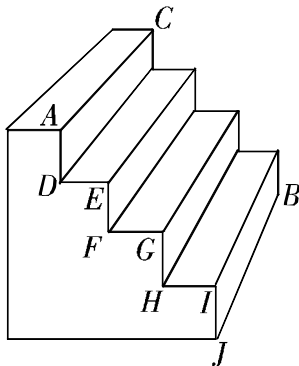


图 3

5. 七巧板是我们熟悉的益智玩具。现在请你利用提供给你的卡纸,按照图 1 所示制作一副七巧板,并取其中编号 1~4 的四块,做成四巧板。(本题 12 分)

(1) 用四巧板的四块拼板拼出图 2 所示的台阶图形。用粗线条将拼法直接画在图 2 上。

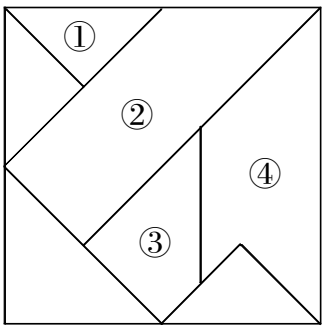


图 1

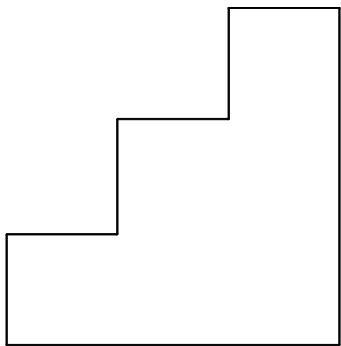


图 2

线

封

密