

第十三届“走进美妙的数学花园”青少年展示交流活动
趣味数学解题技能展示大赛初赛

小学六年级试卷(B 卷)

填空题 I (每题 8 分, 共 40 分)

1. 计算: $\frac{1}{4030} + \frac{1}{6045} + \frac{1}{12090} =$ _____

2. 某商品今年的生产成本比去年增加了 5%, 仍保持原来的销售价格, 则每件产品的利润下降了 20%. 那么, 如果要保持成本在销售价格中所占的百分比, 销售价格应该在去年的基础上提高 _____ %.

3. 用 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 这八个数字给 4 名男生与 4 名女生编号, 要求男生用奇数, 女生用偶数, 那么, 一共有 _____ 种不同的编号方法.

4. 用 2015 减去它的 $\frac{1}{2}$, 再减去余下的 $\frac{1}{3}$, 再减去余下的 $\frac{1}{4}$, …… , 以此类推, 一直到减去余下的 $\frac{1}{31}$, 那么最后的得数为 _____ .

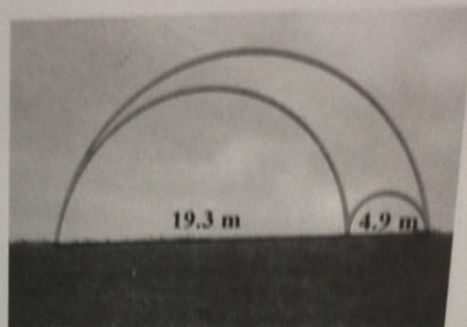
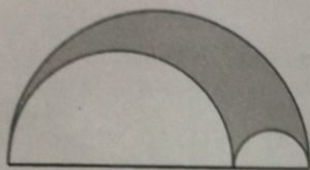
5. “24 点游戏”是很多人熟悉的数学游戏, 游戏过程如下: 任意从 52 张扑克牌 (不包括大小王) 中抽取 4 张, 用这 4 张扑克牌上的数字 ($A=1$, $J=11$, $Q=12$, $K=13$) 通过加减乘除四则运算得出 24, 最先找到算法者获胜. 游戏规定 4 张牌扑克都要用到, 而且每张牌只能用 1 次, 比如 2, 3, 4, Q , 则可以由算法 $(2 \times Q) \times (4-3)$ 得到 24.

王亮在一次游戏中抽到了 4, 4, 7, 7, 经过思考, 他发现 $(4 - \frac{4}{7}) \times 7 = 24$,

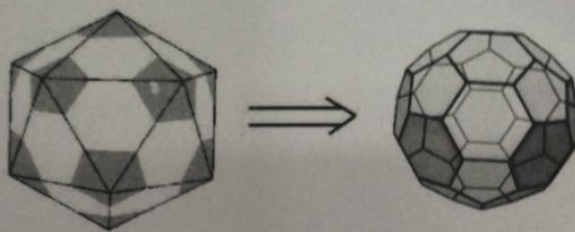
我们将满足 $(a - \frac{a}{b}) \times b = 24$ 的牌组 $\{a, a, b, b\}$ 称为“王亮牌组”, 请写出所有的“王亮牌组” _____ .

填空题II（每题10分，共50分）

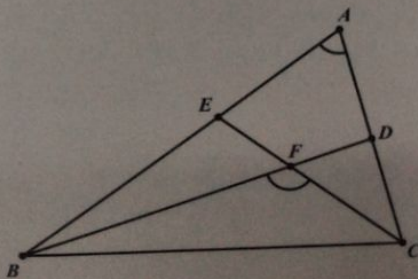
6. 在荷兰的小镇卡茨赫弗尔，2013年6月建成了一个由三个半圆组成的城市雕塑，三个半圆的直径分别为24.2 m，19.3 m，4.9 m。这个雕塑的原始图形来自于阿基米德《引理集》中的鞋匠刀形 (Arbelos)，即下图中阴影部分所示的图形，那么，该城市雕塑中的鞋匠刀形的周长为 _____（圆周率用 π 表示）。



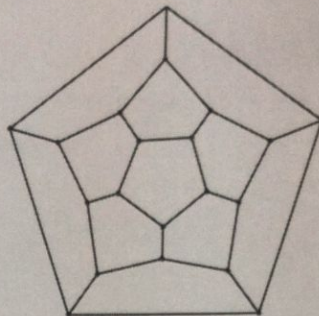
7. “足球”可以近似地看成是由一些正五边形与正六边形组成的几何体，每一个顶点处有3条棱。这个几何体是阿基米德立体 (Archimedean Solids) 中的一个，通常，可以通过如下图所示的方法，截正二十面体得到“足球”，那么，一个“足球”的棱数为 _____。



8. 如下图所示， BD ， CE 分别是 $\angle ABC$ ， $\angle ACB$ 的角平分线，如果 $\angle BAC = 62^\circ$ ，那么， $\angle BFC =$ _____ $^\circ$ 。



9. 将下图中的边染色，要求有共同顶点的两个相邻的边染不同的颜色，则至少需要_____种颜色.

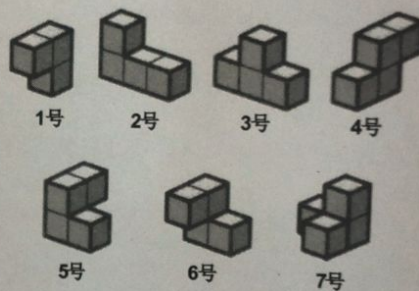
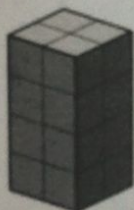


10. 索玛立方体是丹麦物理学家皮特·海音 (Piet Hein) 发明的 7 个小立方体组块 (如图所示)，如果假设这些小立方体的边长为 1，则利用这 7 个组块不仅可以组成一个 $3 \times 3 \times 3$ 的立方体，还可以组成很多美妙的几何体.

那么，要组成下面的几何体，需要用到的

4 个索玛立方体的编号是

_____.



填空题Ⅲ (每题 12 分，共 60 分)

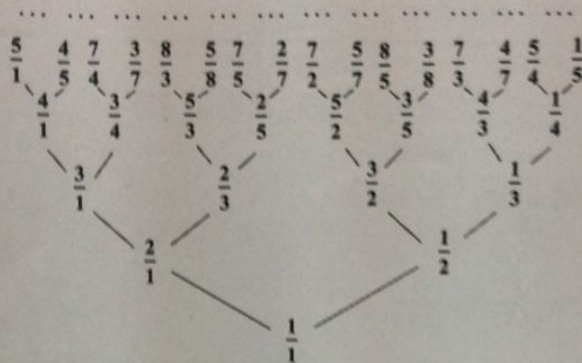
11. 一个大于 0 的自然数如果满足所有因数 (即约数) 之和等于它自身的 2 倍，则称这个数为完全数 (或完美数)，比如，最小的完全数是 6，因为 6 的所有因数为 1, 2, 3, 6，而 $1 + 2 + 3 + 6 = 12$. 古希腊时代的人们就已经认识完全数，并且找到了前 4 个 6, 28, 496, 8128 完全数. 那么，8128 的全体质因数为

_____.

12. 只能被 1 和自身整除的大于 1 的自然数叫做质数或素数，比如 2, 3, 5, 7, 11 等. 如果将 117 分拆成 10 个质数之和，要求其中最大的质数尽可能大，那么，这个最大的质数为_____.

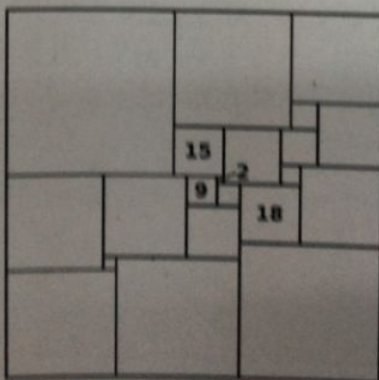
13. 我们可以将全体正整数和正分数按照下图所示的方法，从 1 开始，一层一层地“生长”出来： $\frac{1}{1}$ 是第一层；第二层是 $\frac{2}{1}$ ， $\frac{1}{2}$ ；第三层是 $\frac{3}{1}$ ， $\frac{2}{3}$ ， $\frac{3}{2}$ ， $\frac{1}{3}$ ，...

按照这个规律， $\frac{8}{35}$ 在第_____层.



14. 如果两个自然数的积被 13 除余 1，那么我们称这两个自然数互为“模 13 的倒数”。比如， $2 \times 7 = 14$ ，被 13 除余 1，则 2 和 7 互为“模 13 的倒数”； $1 \times 1 = 1$ ，则 1 的“模 13 的倒数”是它自身。显然，一个自然数如果存在“模 13 的倒数”，则它的倒数并不是唯一的，比如，14 就是 1 的另一个“模 13 的倒数”。判断 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 是否有“模 13 的倒数”，并利用所得结论计算 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12$ (记为 $12!$ ，读作 12 的阶乘) 被 13 除所得的余数_____。

15. 如果一个正方形能够被分割为若干个边长不等的小正方形，则这个正方形称为完美正方形。下面的正方形是已知包含 21 个小正方形的完美正方形 (称为 21 阶完美正方形)，这是迄今为止知道的最小阶数的完美正方形，分割方法如图所示，其中小正方形中心的数字代表其边长。请计算这个完美正方形的边长，并写在这里_____。



六年级参考答案：

1、 $\frac{1}{2015}$

2、 5

3、 576

4、 65

5、 $\{4,4,7,7\}$ 或 $\{2,2,13,13\}$ 或 $\{12,12,3,3\}$

或 $\{6,6,5,5\}$ 或 $\{3,3,9,9\}$ 或 $\{8,8,4,4\}$

6、 24.2π

7、 90

8、 121

9、 3

10、 3,4,7,5 或 3,4,7,6 或 2,3,7,5 或 2,3,7,6 或 2,4,5,6

11、 2,127

12、 97

13、 9

14、 12

15、 112