

绝密※启用前

2015 年学而思综合能力测评 (深圳)
五年级 数学

考生
须知

1. 本试卷共 4 页, 20 题
2. 本试卷满分 150 分, 考试时间 90 分钟
3. 在试卷密封线内填写姓名、年级、学校、座位号

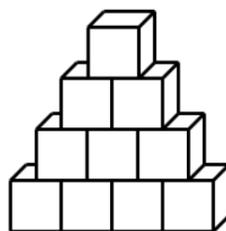
一、填空题 I (每题 5 分, 共 30 分, 将答案填在下面的空格处)

1. A 学 $B = A + B - 1$, A 而 $B = A \times B + 1$, A 思 $B = B \div A + 2$, 2 学 0 而 1 思 5 = _____.

【解析】2 学 0 而 1 思 4 = 1 而 1 思 4 = 2 思 4 = 4.5.

【答案】4.5.

2. 10 个棱长为 2 的小立方体堆成如下图形, 表面积为_____.



【解析】前后各 10 个小正方形, 左右各 4 个正方形, 上下各 4 个正方形, 表面积相当于 36 个小正方形, 每个小正方形的面积是 4, 表面积共 144.

【答案】144.

3. 学学和思思有一样多的小印章, 学学用 20 个印章换了一个球拍后, 他的小印章个数变成思思的 $\frac{5}{7}$, 学学原有 _____ 个小印章.

【解析】 $20 \div \left(1 - \frac{5}{7}\right) = 70$.

【答案】70.

4. 下面算式的积是_____.

$$\begin{array}{r}
 3 \square \\
 \times 6 \square \\
 \hline
 \square 5 \square \\
 \square \square 6 \\
 \hline
 \square \square \square \square
 \end{array}$$

【解析】倒数第二行的 6 说明第一行的空格可以是 1, 可以是 6, 枚举尝试, $31 \times 65 = 2015$ 或 $36 \times 67 = 2412$.

【答案】2015 或 2412.

5. 动物王国中有一个奇怪的猫村. 已知猫村共有 60 只猫, 其中有漂亮尾巴的 27 只, 漂亮毛色的 45 只. 所有猫毛色或尾巴至少一项漂亮, 则两样都漂亮的有_____只.

【解析】 $27 + 45 - 60 = 12$.

【答案】12.

6. 六个出题老师对本题答案进行猜测, 猜测分别为“不小于 1”, “不大于 2”, “不小于 3”, “不大于 4”, “不小于 5”, “不大于 6”. 那么猜对的老师人数是_____人.

【解析】由于只有 6 人, 所以“不大于 6”正确, 从而“不小于 1”也正确. “不大于 2”与“不小于 3”相互对立, “不大于 4”与“不小于 5”也相互对立, 这里面有 2 个猜测正确, 所以猜对的老师人数是 4 人.

【答案】4.

二、填空题 II (每题 6 分, 共 30 分, 将答案填在下面的空格处)

7. 图中有_____个三角形.



【解析】边长为 1 的三角形有 16 个, 边长为 2 的三角形有 7 个, 边长为 3 的三角形有 3 个, 边长为 4 的三角形有 1 个; 共有 27 个.

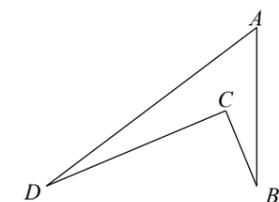
【答案】27.

8. 一个三位数的 2 倍, 它的数字和是原来三位数数字和的一半, 这样的三位数最小是_____.

【解析】直接尝试有进位的最小三位数 105, 符合条件.

【答案】105.

9. 已知 $AB = 39$, $BC = 20$, $CD = 48$, $DA = 65$, $\angle C = 90^\circ$, 该图形的面积是_____.



【解析】连接 BD , 由勾股定理可知 $BD = 52$, 发现 $AB^2 + BD^2 = AD^2$, 所以 $\angle ABD = 90^\circ$, 四边形面积 $= S_{\triangle ABD} - S_{\triangle BCD} = 1014 - 480 = 534$.

【答案】534.

10. 小明从车站步行到学而思, 小明边走边数, 发现每 6 分钟有一辆车从后面追上来. 下课后小明从学而思走到车站, 发现每 3 分钟见到一辆车迎面而来. 发车间隔是_____分钟.

【解析】设车速为 v , 人速为 u . 利用车间距列出等式 $6(v - u) = 3(v + u)$, 得 $v = 3u$, 则车间距为 $4v$, 所以发车间

座位号

学校

禁止
密封
线内

年级

姓名

隔是4分钟.

【答案】4分钟.

11. 观察下面的三角形数表, 第10行的所有数字之和是_____.

1
2 2 3
3 3 4 4 4
4 5 5 5 5 5 6
6 6 6 6 6.....
.....

【解析】前9行一共有81个数, 第10行有19个数. 写完13共写了91个数, 所以第10行中有10个13, 9个14, 总和为256.

【答案】256.

三、填空题III (每题8分, 共40分, 将答案填在下面的空格处)

12. 幼儿园的老师把一些画片分给A, B, C三个班, 每人都能分到6张, 如果只分给B班, 每人都得15张, 如果只分给C班, 每人能得14张, 如果只分给A班, 每人能得_____张.

【解析】设画片有 $[6,15,14]=210$ 张, 三个班总人数是 $210 \div 6=35$ 人, B班的总人数是 $210 \div 15=14$ 人, C班的总人数是 $210 \div 14=15$ 人, 则A班的人数就是 $35-15-14=6$ 人, 如果都给A班, 每个人会得到 $210 \div 6=35$ 张.

【答案】35张.

13. 黑板上写有1, 2, 3, ..., 2007, 2008这2008个自然数, 对它们进行操作, 每次操作规则如下: 擦掉写在黑板上的三个数后, 在添写上所擦掉三个数之和的个位数字, 例如: 擦掉5, 13和2008后, 添加6; 若再擦掉6, 6, 38在添加上0, 等等. 如果经过1003次操作后, 发现黑板上剩下两个数, 一个是89, 则另一个的个位数字是_____.

【解析】显然, 每一次操作前所有数的和的个位与操作后所有数的和的个位数是一样的. 而

$$1+2+3+\dots+2008 = \frac{1}{2}(1+2008) \times 2008 = 2017036, \text{ 个位数为 } 6, \text{ 所以最后两个数的和的个位数也应为 } 6,$$

现已知一个数是89, 则另一个数的个位数字一定是7

【答案】7

14. 有两个学生参加过4次测验, 每次测验的满分是100分. 他们的平均分不同, 但都是低于90分的整数. 后来他们又参加了第5次测验. 结果他们5次的测验平均分都恰好提高到了90分. 那么第5次测验这两个学生的成绩分别是_____.

【解析】【解法一】如果某个学生前4次平均分不高于87, 则前4次的总分不高于 $87 \times 4 = 348$, 这样即使第5次得100分, 5次的平均分也得了90, 所以两个学生前4次的平均分为88和89. 因此第5次分别得98分和94分, 5次的平均分才能得90分【解法二】设两个学生前4次测验的平均分依次为 x 分和 y 分, 其中 $x < y \leq 89$, 则他们第5次得分依次为 $90 \times 5 - 4x$ 和 $90 \times 5 - 4y$, 显然. $450 - 4x \leq 100$ 从而 $350 \leq 4x$, 所以 $87.5 \leq x \leq 88$ (x 为整数), 因此 $x=88, y=89$, 从而这两个学生第5次得分分别为 $450 - 4x = 98, 450 - 4y = 94$

【答案】98, 94.

15. 在 5×5 的棋盘的左下角的格子中放置一个“国王”, 规定“国王”每一步只能向右、向上或向右上走一格, 那么走到棋盘右上角的格子的方法一共有_____种.

【解析】标数法, 如图.

1	9	41	129	321
1	7	25	63	129
1	5	13	25	41
1	3	5	7	9
1	1	1	1	1

【答案】321.

16. $A+B+C=2014$, A, B, C 分别有10、11、12个因数, 并且 A, C 与 B 都互质, 那么 C 是_____.

【解析】 B 只能是 p^{10} 的形式, 则 $p=2$, 即 $B=1024$, 此时 $A+C=990$. 所以 A 只能是 $p^4 \cdot q$ 的形式, 此时 $p=3$, 即 $A=81q$, 所以 C 是9的倍数, 不是27的倍数, 所以 $C=9m$, 所以 $9q+m=110$, 其中 q 是不为2,3的质数, m 为与2,3互质且有4个因数的整数. 所以 q 的取值可以是5,7,11, 经试验 $q=5$. 所以 $A=405$, $B=1024$, $C=585$.

【答案】585.

四、解答题I (每题10分, 共20分, 写出必要步骤, 否则不得分)

17. 计算 (写出主要计算步骤, 每小题5分)

(1) $\frac{19}{23} \times 24 + \frac{4}{23}$

【解析】方法I: 原式 $= \frac{19}{23} \times (23+1) + \frac{4}{23} = \frac{19}{23} \times 23 + \frac{19}{23} \times 1 + \frac{4}{23} = 19 + 1 = 20$.

方法II: 原式 $= \frac{24}{23} \times 19 + \frac{4}{23} = \frac{4}{23} \times 6 \times 19 + \frac{4}{23} = \frac{4}{23} \times (6 \times 19 + 1) = \frac{4}{23} \times 115 = 4 \times 5 = 20$

【答案】20

(2) $20 \frac{8}{13} \times 26 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6} \right) \times 12$.

【解析】原式 $= \left(20 + \frac{8}{13} \right) \times 26 - \frac{3}{4} \times 12 + \frac{1}{6} \times 12 = 20 \times 26 + \frac{8}{13} \times 26 - \frac{3}{4} \times 12 + \frac{1}{6} \times 12 = 520 + 16 - 9 + 2 = 529$.

【答案】529

18. 电子乌龟和兔子赛跑, 同时同地出发, 沿同一条线路前进. 兔子每跑10分钟就要休息一次, 第一次休息1分钟, 第二次休息2分钟, 第三次休息3分钟.....乌龟一直不休息, 兔子的速度是乌龟的2倍.

- (1) 在开始跑步后的第几分钟, 乌龟第一次追上兔子?
- (2) 从开始跑步几分钟后, 乌龟一直在兔子前面?

【解析】设乌龟的速度为 V , 则兔子的速度为 $2V$, 时间为 t . (1) 易理解当兔子休息的时间达到总跑步速度时间的一半时, 乌龟追上兔子, 设此时兔子已经休息了 n 次, 则 $\frac{(1+n) \times n}{2} = 10n$, 解得 $n=19$, 所以, 此时 $t=10 \times 19 \times 2 = 380$ 分钟, 即在开始跑步380分钟后乌龟第一次追上兔子. (2) 在乌龟第一次遇到兔子之后的 x 分钟之后, 当 $x=10$ 时, 兔子超过乌龟 $10V$ 米, 然后兔子需要休息20分钟; 当 $x=30$ 时, 乌龟超过兔子 $30V - 20V = 10V$ 米; 当 $x=40$ 时, 兔子走了 $20V$ 米, 乌龟走了 $10V$ 米, 二者相遇即在刚要休息时被乌龟追上, 然后兔子开始休息21分钟, 以后他再也没有机会超过乌龟. 故从开始跑步开始 $380 + 40 = 420$

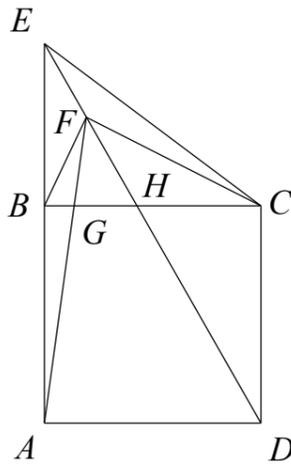
分钟后，乌龟一直在兔子前面。

【答案】380 分钟，420 分钟

五、解答题 II (每题 15 分，共 30 分，写出必要步骤，否则不得分)

19. 如图，E 为正方形 ABCD 的边 AB 的延长线上一点，F 为线段 DE 上一点，FA 交 BC 于点 G、ED 交 BC 于点 H。已知 $S_{\triangle FBE} = 50$ ， $S_{\triangle FCE} = 75$ ， $S_{\triangle FBC} = 175$ 。

- (1) 直接写出 $BH:HC$ ；
- (2) 求 $S_{\triangle ABF}$ ；
- (3) 求正方形 ABCD 的面积；
- (4) 求梯形 AGHD 的面积。



【解析】(1) $BH:HC = S_{\triangle FBE} : S_{\triangle FCE} = 50 : 75 = 2 : 3$ ；(2) $S_{\triangle CFE} + S_{\triangle CDF} = S_{\triangle CED} = \frac{1}{2} S_{\text{正方形}}$ ， $S_{\triangle ABF} + S_{\triangle CDF} = \frac{1}{2} S_{\text{正方形}}$ ，所以 $S_{\triangle CFE} + S_{\triangle CDF} = S_{\triangle ABF} + S_{\triangle CDF}$ ，所以 $S_{\triangle ABF} = S_{\triangle CFE} = 75$ ；(3) 在三角形 AFE 中， $\frac{S_{\triangle FBE}}{S_{\triangle FBA}} = \frac{50}{75} = \frac{2}{3}$ ，连结 AC，在三角形 AEC 中， $\frac{S_{\triangle CBE}}{S_{\triangle CBA}} = \frac{2}{3}$ ， $S_{\triangle CBE} = S_{\triangle EFB} + S_{\triangle EFC} + S_{\triangle BFC} = 50 + 75 + 175 = 300$ ，那么 $S_{\triangle CBA} = 300 \div 2 \times 3 = 450$ ，所以正方形面积是 900；(4) 因为正方形面积是 900，所以 $AB = 30$ ， $BH = \frac{2}{5} \times 30 = 12$ 。连结 AH， $S_{\text{正方形ABCD}} + S_{\text{三角形FBC}} = S_{\text{五边形FBADC}} = S_{\text{三角形FBA}} + S_{\text{三角形FDC}} + S_{\text{三角形AHD}} + S_{\text{三角形AHF}}$ ， $S_{\text{三角形FBA}} + S_{\text{三角形FDC}}$ 是正方形面积的一半， $S_{\text{三角形AHD}}$ 也是正方形面积的一半，所以 $S_{\triangle FAH} = S_{\triangle FBC} = 175$ ，所以 $BG:GH = S_{\triangle FAB} : S_{\triangle FAH} = 75 : 175 = 3 : 7$ ，所以 $GH = \frac{7}{10} \times 12 = 8.4$ ，所以梯形面积为 $(8.4 + 30) \times 30 \div 2 = 576$ 。

【答案】(1)2:3；(2)75；(3)900；(4)576。

20. 今年是 2015 年，2015 可以写成 $2015 \div 5 = 13 \times 31$ ，也就是说 2015 除以它的末位数字（末位不为 0）可以得到两个两位倒序质数（13 和 31）乘积的形式，其中两个倒序质数可相同。我们把这样的数叫做“最帅数”。

- (1) 请按 $2015 \div 5 = 13 \times 31$ 的形式任意写出一个符合条件的“最帅数”。

(2) 符合条件的“最帅数”最小是多少？最大是多少？

(3) 符合条件的“最帅数”一共有多少个

【解析】两个两位倒序质数乘积分别有 11×11 ， 13×31 ， 17×71 ， 37×73 ， 79×97 ，他们的末位数字分别对应着 1, 3, 7, 1, 3，当为 13×31 和 79×97 时，末位数字可以是 5，对应着分别是 2015, 38315；当为 17×71 时，末位数字可以是 5，对应着是 6035；当为 11×11 和 37×73 时，末位数字可以是 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9，符合条件的数有 121, 242, 363, 484, 605, 726, 847, 968, 1089；2701, 5402, 8103, 10804, 13505, 16206, 18907, 21608, 24309 共 21 个

【答案】(1)略；(2)最小是 121，最大是 38315(3)共 21 个