

## 2015 年华杯赛高年级组最后两套题 （一）

考生 须知	1. 本试卷共 4 页，14 题 2. 本试卷满分 150 分，考试时间 90 分钟 3. 在试卷密封线内填写姓名、年级、学校、座位号
----------	---

## 一、 填空题：（每小题 10 分）

1. 计算： $\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)=$ \_\_\_\_\_.

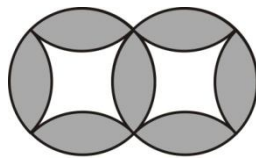
2. 哥哥现在的年龄是弟弟当年年龄的 2 倍，哥哥当年的年龄与弟弟现在的年龄相同，哥哥与弟弟现在的年龄和为 49 岁．哥哥现在的年龄是\_\_\_\_\_岁．

3. 一个两位数是完全平方数，它的两个数码之和也恰好是完全平方数，所有这样的两位数之和为\_\_\_\_\_.

4. 已知  $A=15984$ ， $B=48951$ ，且正整数  $n$  的平方等于  $A$  与  $B$  的乘积， $n$  的各位数码之和为\_\_\_\_\_.

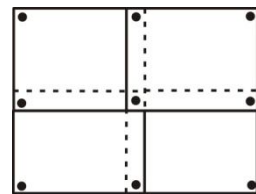
5. 有 1 罐咖啡，甲单独喝 12 天喝完，甲、乙二人同时喝 10 天喝完；1 斤茶叶，乙单独喝 20 天喝完，甲、乙二人一起喝 12 天喝完．假设甲在有茶叶的情况下绝不喝咖啡，乙在有咖啡的情况下绝不喝茶，那么这两人喝完这一罐咖啡和 1 斤茶叶共用\_\_\_\_\_天．

6. 如图 F1-12 所示，半径都为 10cm 的两个圆相交，每个圆内的四段圆弧的形状都相同且长度相等．则阴影部分的总面积是\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ ．（ $\pi$  取 3.14）



图F1-12

7. 某班要在一面墙上同时展示 40 张大小相同的绘画作品，将这些作品排成一个矩形区域．现需要在每张作品的四个角落都钉上图钉，两张作品如果有角落相邻，那么相邻的角落可以共享一枚图钉（例如图 F1-13，可以用 9 枚图钉将 4 张作品钉在墙上），则最少需要\_\_\_\_\_枚图钉．



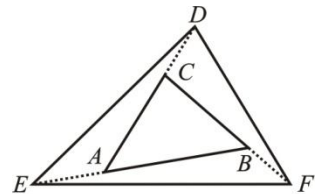
图F1-13

8. 学生的语文、数学成绩均被评定为三个等级，依次为“优秀”“合格”“不合格”．若学生甲的语文、数学成绩都不低于学生乙，且其中至少有一门成绩高于乙，则称“学生甲比学生乙成绩好”．如果一组学生中没有哪位学生比另一位学生成绩好，并且不存在语言成绩相同、数学成绩也相同的两位同学，那么这组学生最多有\_\_\_\_\_人．

## 二、解答下列各题（每题 10 分，要求写出简要过程）

9. 有三个连续的自然数，其中最小的一个自然数能被 11 整除，中间的一个自然数被 15 除余 2，最大的一个自然数能被 17 整除．求最小的一个自然数最小是多少？

10. 如图 F1-9，分别延长  $\triangle ABC$  的三条边到  $D$ ， $E$ ， $F$ ，满足  $AC=2CD$ ， $CB=2BF$ ， $AB=2AE$ ，得到  $\triangle DEF$ ，试求  $\triangle DEF$  与  $\triangle ABC$  的面积之比．



图F1-9

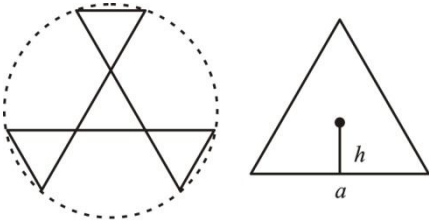
11. 能否将 1 至 12 这 12 个自然数分成两组，使得其中一组有 3 个数，另一组有 9 个数，且满足第一组中 3 个数的积等于第二组中 9 个数的和？若能，给出所有的分组方法；若不能，请说明理由．

12. 把1，2，3三个数放入一个3×3的方格中，使得每一行第一列都放入1，2，3这三个数，问有多少种不同摆放的方法？如果两种摆放方式经绕中心旋转后认为是一样的，有多少种不同摆放的方法？

1	2	3	1	2	3
3	1	2	3	1	2
2	3	1	2	3	1

三、解答下列各题（每题 15 分，共 30 分，要求写出详细过程）

13. 小莉用四个边长均为6cm的正三角形纸板制作一个“风车”，有公共顶点的两个正三角形都有两组对应边分别共线（即在同一条直线上），如图 F1-15 所示，已知正三角形的中心到边的距离  $h$  与边长  $a$  的关系满足： $a^2=12h^2$ . 请问小莉制作的“风车”旋转一周扫过的最大圆（即图 F1-15 中的虚线内部）的面积为多少  $\text{cm}^2$ ？（ $\pi$  取 3.14）



图F1-15

14. 平面上有不在一条直线上的2014个点，且任意6个不在同一条直线上的点，一定分布在两条直线上. 若用这2014个点两两连直线，那么最多能连多少条？