

2015 高考数学新课标II卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

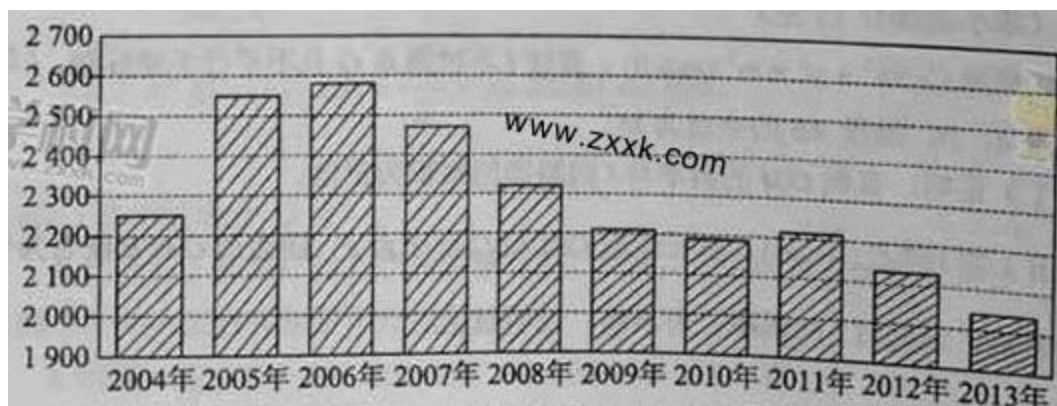
(1) 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 2\}$, $B = \{x | (x-1)(x+2) < 0\}$, 则 $A \cap B =$

(A) $\{-1, 0\}$ (B) $\{0, 1\}$ (C) $\{-1, 0, 1\}$ (D) $\{0, 1, 2\}$

(2) 若 a 为实数且 $(2+ai)(a-2i) = -4i$, 则 $a =$

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

(3) 根据下面给出的 2004 年至 2013 年我国二氧化硫排放量（单位：万吨）柱形图。以下结论不正确的是



(A) 逐年比较，2008 年减少二氧化硫排放量的效果最显著

(B) 2007 年我国治理二氧化硫排放显现

(C) 2006 年以来我国二氧化硫年排放量呈减少趋势

(D) 2006 年以来我国二氧化硫年排放量与年份正相关

(4) 等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$, $a_1+a_3+a_5=21$, 则 $a_3+a_5+a_7 =$

(A) 21 (B) 42 (C) 63 (D) 84

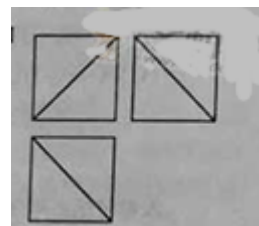
(5) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \in [0, \pi] \\ \sin x, & x \in (\pi, 2\pi] \end{cases}$, 则 $f(-2) =$

(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12

(6) 一个正方体被一个平面截去一部分后，剩余部分的三视图如右图，

则截去部分体积与剩余部分体积的比值为

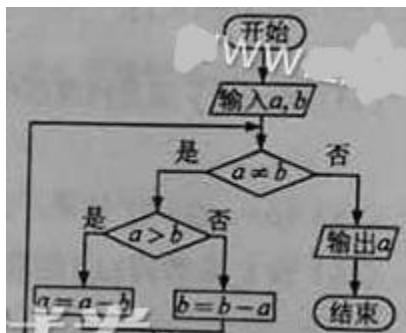
(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{5}$



(7) 过三点 $A(1,3)$, $B(4,2)$, $C(1,7)$ 的圆交于 y 轴于 M 、 N 两点, 则 $|MN| =$

- (A) $2\sqrt{6}$ (B) 8 (C) $4\sqrt{6}$ (D) 10

(8) 右边程序抗士的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”。执行该程序框图, 若输入 a, b 分别为 14, 18, 则输出的 $a =$

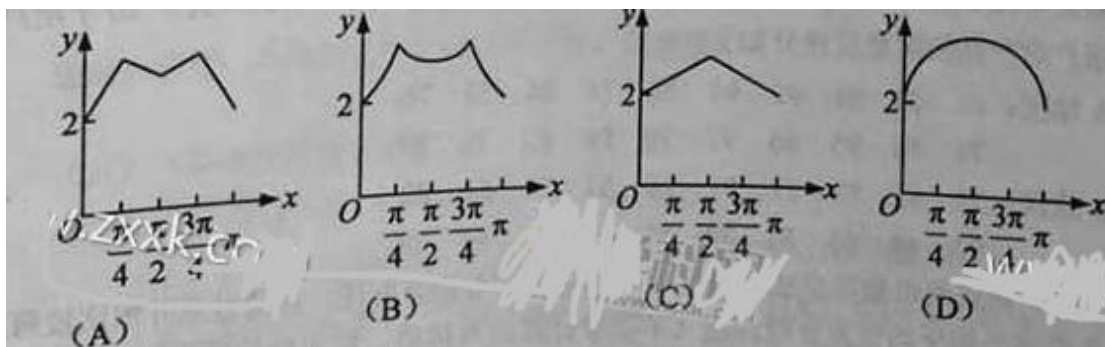


- A.0 B.2 C.4 D.14

(9) 已知 A, B 是球 O 的球面上两点, $\angle AOB = 90^\circ$, C 为该球面上的动点, 若三棱锥 $O-ABC$ 体积的最大值为 36, 则球 O 的表面积为

- A. 36π B. 64π C. 144π D. 256π

10. 如图, 长方形 $ABCD$ 的边 $AB=2$, $BC=1$, O 是 AB 的中点, 点 P 沿着边 BC , CD 与 DA 运动, $\angle BOP = x$ 。将动点 P 到 AB 两点距离之和表示为 x 的函数 $f(x)$, 则 $f(x)$ 的图像大致为



(11) 已知 A, B 为双曲线 E 的左, 右顶点, 点 M 在 E 上, $\triangle ABM$ 为等腰三角形, 且顶角为 120° , 则 E 的离心率为

- (A) $\sqrt{5}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$

(12) 设函数 $f(x)$ 是奇函数 $f(x) (x \in \mathbb{R})$ 的导函数, $f(-1)=0$, 当 $x>0$ 时, $xf'(x) - f(x) < 0$, 则使得 $f(x) > 0$ 成立的 x 的取值范围是

- (A) $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ (B) $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

(C) $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$

(D) $(0, 1) \cup (1, +\infty)$

二、填空题

(13) 设向量 a, b 不平行, 向量 $\lambda a + b$ 与 $a + 2b$, 则实数 $\lambda =$ _____.

(14) 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0, \\ x - 2y \leq 0, \\ x + 2y - 2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = x + y$ 的最大值为 _____.

(15) $(a+x)(1+x)^4$ 的展开式中 x 的奇数次幂项的系数之和为 32, 则 $a =$ _____.

(16) 设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_1 = -1, a_{n+1} = S_n S_n + 1$, 则 $S_n =$ _____.

三、解答题

(17) $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上的点, AD 平分 $\angle BAC$, $\triangle ABD$ 是 $\triangle ADC$ 面积的 2 倍.

(I) 求 $\frac{\sin \angle B}{\sin \angle C}$;

(II) 若 $AD = 1, DC = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求 BD 和 AC 的长.

(18) 某公司为了了解用户对其产品的满意度, 从 A, B 两地区分别随机调查了 20 个用户, 得到用户对产品的满意度评分如下:

A 地区: 62 73 81 92 95 85 74 64 53 76
78 86 95 66 97 78 88 82 76 89

B 地区: 73 83 62 51 91 46 53 73 64 82
93 48 65 81 74 56 54 76 65 79

(I) 根据两组数据完成两地区用户满意度评分的茎叶图, 并通过茎叶图比较两地区满意度评分的平均值及分散程度 (不要求计算出具体值, 得出结论即可);

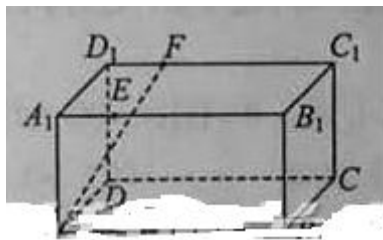
(II) 根据用户满意度评分, 将用户的满意度从低到高分三个不等级:

满意度评分	低于 70 分	70 分到 89 分	不低于 90 分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

记事件 C: “A 地区用户的满意度等级高于 B 地区用户的满意度等级”. 假设两地区用户的评价结果相互独立. 根据所给数据, 以事件发生的频率作为相应事件发生的概率, 求 C 的概率

19. (12 分)

如图, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 $AB=16$, $BC=10$, $AA_1=8$, 点 E , F 分别在 A_1B_1 , D_1C_1 上, $A_1E=D_1F$. 过带你 E , F 的平面 α 与此长方体的面相交, 交线围成一个正方形



(I) 在图中画出这个正方形 (不必说出画法和理由)

(II) 求直线 AF 与平面 α 所成角的正弦值

20. 已知椭圆 $C: 9x^2 + y^2 = m^2 (m > 0)$, 直线 l 不过原点 O 且不平行于坐标轴, l 与 C 有两个交点 A , B , 线段 AB 的中点为 M .

(I) 证明: 直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值;

(II) 若 l 过点 $(\frac{m}{3}, m)$, 延长线段 OM 与 C 交于点 P , 四边形 $OAPB$ 能否平行四边形? 若能, 求此时 l 的斜率, 若不能, 说明理由.

21. 设函数 $f(x) = e^{mx} + x^2 - mx$.

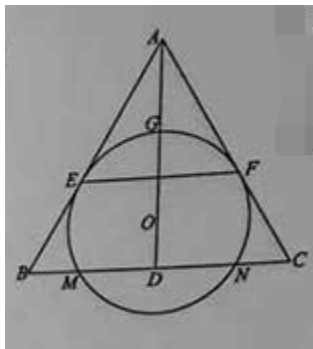
(I) 证明: $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 单调递减, 在 $(0, +\infty)$ 单调递增;

(II) 若对于任意 $x_1, x_2 \in [-1, 1]$, 都有 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq e - 1$, 求 m 的取值范围

请考生在 22、23、24 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时请写清题号。

(22) (本小题满分 10 分) 选修 4—1: 几何证明选讲

如图, O 为等腰三角形 ABC 内一点, 圆 O 与 $\triangle ABC$ 的底边 BC 交于 M , N 两点与底边上的高 AD 交于点 G , 且与 AB , AC 分别相切于 E , F 两点.



(1) 证明: EF 平行于 BC

(2) 若 AG 等于圆 O 的半径, 且 $AE=MN=2\sqrt{3}$, 求四边形 $EBCF$ 的面积。

(23) (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

(23) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 $C_1: \begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha, \end{cases}$ (t 为参数, $t \neq 0$), 其中 $0 \leq \alpha < \pi$, 在以 O 为

极点, x 轴正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线 $C_2: \rho = 2 \sin \theta$, 曲线 $C_3: \rho = 2\sqrt{3} \cos \theta$.

(1) 求 C_2 与 C_1 交点的直角坐标

(2) 若 C_2 与 C_1 相交于点 A , C_1 与 C_3 相交于点 B , 求 $|AB|$ 的最大值

(24) (本小题满分 10 分) 选修 4-5 不等式选讲

设 a, b, c, d 均为正数, 且 $a+b=c+d$, 证明:

(I) 若 $ab > cd$, 则 $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c} + \sqrt{d}$;

(II) $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c} + \sqrt{d}$ 是 $|a-b| < |c-d|$ 的充要条件.