



## 第十四届“小机灵杯”数学竞赛初赛（五年级组）

注意答案仅供参考，一些以官方公布为准

（第1题~第5题，每题6分）

## 【第1题】

已知  $128 \div x + 75 \div x + 57 \div x = 6.5$ ，那么  $x =$  \_\_\_\_\_。

【分析与解】解方程；除法性质。

$$128 \div x + 75 \div x + 57 \div x = 6.5$$

$$\frac{128}{x} + \frac{75}{x} + \frac{57}{x} = 6.5$$

$$\frac{128 + 75 + 57}{x} = 6.5$$

$$\frac{260}{x} = 6.5$$

$$x = 260 \div 6.5$$

$$x = 40$$

## 【第2题】

将甲数的小数点向右移动一位得到乙数，将甲数的小数点向左移动两位得到丙数。已知甲、乙、丙三个数的和是181.665，甲数等于\_\_\_\_\_。

【分析与解】和倍问题。

（方法一）

将甲数的小数点向右移动一位得到乙数，则乙数是甲数的10倍；

将甲数的小数点向左移动两位得到丙数，则甲数是丙数的100倍；

丙数等于  $181.665 \div (1 + 100 + 100 \times 10) = 0.165$ ；甲数等于  $0.165 \times 100 = 16.5$ 。

（方法二）

设甲数为  $x$ ；将甲数的小数点向右移动一位得到乙数，则乙数是甲数的10倍，乙数等于  $10x$ ；将甲数的小数点向左移动两位得到丙数，则丙数是甲数的0.01倍，丙数等于  $0.01x$ ； $x + 10x + 0.01x = 181.665$ ；解得  $x = 16.5$ ；甲数等于16.5。



## 【第3题】

商店有一个保险箱，密码是  $3854\square942$ ，从左往右数第五位上的数字忘记了，只记得密码是  $5678 \times 6789$  的乘积，那么  $\square$  里应填\_\_\_\_\_。

【分析与解】数论，同余。

$$\overline{3854\square942} \equiv 3+8+5+4+\square+9+4+2 = 35+\square \equiv 3+5+\square = 8+\square \pmod{9};$$

$$5678 \times 6789 \equiv (5+6+7+8) \times (6+7+8+9) = 26 \times 30 \equiv (2+6) \times (3+0) = 8 \times 3 = 24 \equiv 2+4 = 6 \pmod{9};$$

因为  $5678 \times 6789 = \overline{3854\square942}$ ；所以  $8+\square \equiv 6 \pmod{9}$ ；所以  $\square = 9+6-8 = 7$ 。

## 【第4题】

有一个循环小数  $0.2\dot{5}8\dot{7}$ 。它的小数部分第1位，第99位，第199位，第299位上的数字之和是\_\_\_\_\_。

【分析与解】周期问题。

$0.2\dot{5}8\dot{7}$  小数点后第1位是2；

$(99-1) \div 3 = 32 \cdots 2$ ， $0.2\dot{5}8\dot{7}$  小数点后第99位是8；

$(199-1) \div 3 = 66$ ， $0.2\dot{5}8\dot{7}$  小数点后第199位是7；

$(299-1) \div 3 = 99 \cdots 1$ ， $0.2\dot{5}8\dot{7}$  小数点后第299位是5；

循环小数  $0.2\dot{5}8\dot{7}$  的小数部分第1位，第99位，第199位，第299位上的数字之和是  $2+8+7+5=22$ 。

## 【第5题】

小明家左边与右边各有一家超市在促销同一种品牌的酸奶。如果去左边这家超市购买，所带的钱恰好能买12盒；如果去右边那家超市购买，所带的钱恰好能多买2盒。已知右边超市每盒酸奶的价格比左边超市每盒酸奶的价格便宜1元，那么小明共带了\_\_\_\_\_元。

【分析与解】

(方法一)

右边超市每盒酸奶的价格比左边超市每盒酸奶的价格便宜1元；

则买12盒酸奶，右边超市比左边超市便宜  $1 \times 12 = 12$  元；

这12元在右边超市还可以再买2盒；

故右边超市每盒酸奶  $12 \div 2 = 6$  元；





小明共带了  $6 \times (12 + 2) = 84$  或  $(6 + 1) \times 12 = 84$  元。

(方法二)

设右边超市每盒酸奶  $x$  元, 则左边超市每盒酸奶  $(x + 1)$  元;

由题意, 得  $12(x + 1) = (12 + 2)x$ ; 解得  $x = 6$ ;

小明共带了  $6 \times (12 + 2) = 84$  或  $(6 + 1) \times 12 = 84$  元。

(第6题~第10题, 每题8分)

### 【第6题】

用0、1、2、3、4、5这六个数码可以组成许多正整数, 将它们从小到大排列可得1、2、3、4、5、10、11、12、13..., 那么2015是这列数中的第\_\_\_\_\_个数。

【分析与解】进制与位值。

用0、1、2、3、4、5这六个数码组成的数可以看成六进制数。

$$(2015)_6 = (2 \times 6^3 + 0 \times 6^2 + 1 \times 6^1 + 5 \times 6^0)_{10} = (2 \times 216 + 0 \times 36 + 1 \times 6 + 5 \times 1)_{10} = (443)_{10};$$

故2015是这列数中的第443个数。

### 【第7题】

李老师买了每块4.8元的水果蛋糕与每块6.6元的巧克力蛋糕若干块, 共用去167.4元。已知每块蛋糕的平均价格是6.2元, 那么李老师水果蛋糕买了\_\_\_\_\_块, 巧克力蛋糕买了\_\_\_\_\_块。

【分析与解】平均数问题。

(方法一)

十字交叉法:

水果蛋糕		巧克力蛋糕
4.8		6.6
	6.2	
0.4		1.4
2		7

;

故水果蛋糕与巧克力蛋糕块数之比为2:7;





一共有  $167.4 \div 6.2 = 27$  块；

李老师水果蛋糕买了  $27 \times \frac{2}{2+7} = 6$  块，巧克力蛋糕买了  $27 \times \frac{7}{2+7} = 21$  块。

(方法二)

设李老师水果蛋糕买了  $x$  块，巧克力蛋糕买了  $y$  块；

由题意，得  $\begin{cases} 4.8x + 6.6y = 167.4 \\ 6.2(x + y) = 167.4 \end{cases}$ ；

解得  $\begin{cases} x = 6 \\ y = 21 \end{cases}$ ；

李老师水果蛋糕买了 6 块，巧克力蛋糕买了 21 块。

### 【第 8 题】

已知  $A$  是一个小于 100 的素数，且  $A+10$ ， $A-20$ ， $A+30$ ， $A+60$ ， $A+70$  的结果都是素数，那么  $A =$  \_\_\_\_\_。(写出所有可能的数)

【分析与解】数论，素数。

$$A+10 \equiv A-20 \equiv A+70 \equiv A+1 \pmod{3}；$$

$$A+30 \equiv A+60 \equiv A \pmod{3}；$$

显然  $A+1$  与  $A$  都不能是 3 的倍数；

$$\text{故 } A \equiv 1 \pmod{3}；$$

大于 20 且小于 100 的素数有：23，29，31，37，41，43，47，53，59，61，67，71，73，79，83，

89，97；其中符合  $\text{mod } 3$  余 1 的有：31，37，43，61，67，73，79，97；

逐个检验：

$$31+60=91=7 \times 13；61+30=91=7 \times 13；$$

$$67+10=77=7 \times 11；73+70=143=11 \times 13；97-20=77=7 \times 11；$$

故  $A=37，43，79$ 。





## 【第9题】

$A$ 、 $B$  两人同时从同一地点绕操场跑道跑步。如果是沿着同一方向跑，3 小时后  $A$  追上  $B$ ；如果沿着相反方向跑，2 小时后能相遇。 $A$ 、 $B$  两人跑步速度比的比值是\_\_\_\_\_。

【分析与解】行程问题。

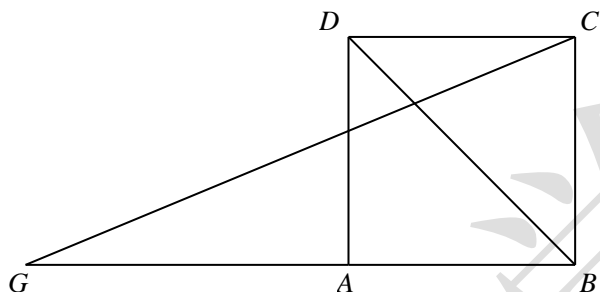
设  $A$  的速度为  $x$  米/时， $B$  的速度为  $y$  米/时；

由题意，得  $3(x - y) = 2(x + y)$ ；

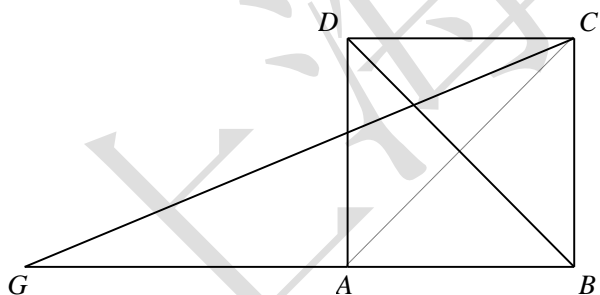
$x = 5y$ ； $x : y = 5 : 1 = 5$ ；故  $A$ 、 $B$  两人跑步速度比的比值是 5。

## 【第10题】

如图，在正方形  $ABCD$  中，延长  $BA$  至  $G$ ，使得  $AG = BD$ ，那么  $\angle BCG$  的度数是\_\_\_\_\_度。



【分析与解】角度计算



联结  $AC$ ；

因为在等腰直角三角形  $ABC$  中， $AB = BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ；

所以  $\angle BAC = \angle BCA = 45^\circ$ ；

因为  $AC = BD$ ， $AG = BD$ ；所以  $AC = AG$ ；





所以  $\angle G = \angle ACG$  ; 因为  $\angle BAC = \angle G + \angle ACG$  ; 所以  $\angle ACG = \angle BAC \div 2 = 45^\circ \div 2 = 22.5^\circ$  ;

所以  $\angle BCG = \angle ACG + \angle BCA = 22.5^\circ + 45^\circ = 67.5^\circ$ 。

(第11题~第15题, 每题10分)

【第11题】

小玲读一本有趣的故事书。每天总是读完前几天已读过页数的2倍, 第六天读了这本书的  $\frac{1}{9}$ , 小玲第\_\_\_\_\_天读完这本书。

【分析与解】分数应用题。

第6天读了这本书的  $\frac{1}{9}$  ;

第1~5天读了这本书的  $\frac{1}{9} \div 2 = \frac{1}{18}$  ;

第1~6天读了这本书的  $\frac{1}{18} + \frac{1}{9} = \frac{1}{6}$  ;

第7天读了这本书的  $\frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3}$  ;

第1~7天读了这本书的  $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$  ;

小玲第8天读完这本书。

【第12题】

有45个工人, 若每人每小时能生产甲零件30个, 或乙零件25个, 或丙零件20个。现在用甲零件3个, 乙零件5个, 丙零件4个装配某种机器, 那么安排生产甲、乙、丙零件人数分别是\_\_\_\_\_人, \_\_\_\_\_人, \_\_\_\_\_人时, 才能使每小时生产的零件刚好配套。

【分析与解】比例应用题

设安排生产甲、乙、丙零件人数分别是  $x$  人,  $y$  人,  $z$  人时, 才能使每小时生产的零件刚好配套;

则  $30x:25y:20z=3:5:4$  ; 则  $x:y:z=\frac{3}{30}:\frac{5}{25}:\frac{4}{20}=\frac{1}{10}:\frac{1}{5}:\frac{1}{5}=1:2:2$  ;

一共有45个工人; 故安排生产甲、乙、丙零件人数分别是9人, 18人, 18人时, 才能使每小时生产的零件刚好配套。

【第13题】

如图1是一个边长为1的等边三角形, 记作  $A_1$ , 将  $A_1$  每条边三等分, 在中间的线段上向外作等边三角形,





去掉中间的线段后得到的图形记作  $A_2$  (如图 2); 将  $A_2$  的每条边三等分, 并重复上述过程, 得到的图形记作  $A_3$ ; 将  $A_3$  的每条边三等分, 并重复上述过程, 得到的图形记作  $A_4$  ……那么  $A_5$  的周长是 \_\_\_\_\_。

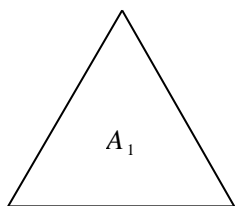


图1

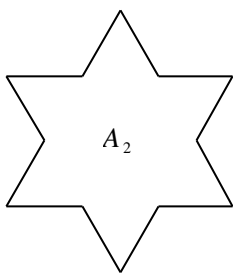


图2

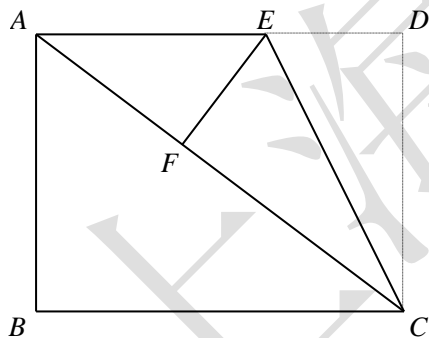
### 【分析与解】巧求面积

每次操作将每条边三等分, 在中间的线段上向外作等边三角形, 去掉中间的线段;

相当于增加了  $\frac{1}{3}$ , 即变成原来的  $\frac{4}{3}$ ; 故  $A_5$  的周长是  $3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{256}{27} = 9\frac{13}{27}$ 。

### 【第 14 题】

如图, 在长方形  $ABCD$  中,  $AB=6$ ,  $BC=8$ , 将长方形  $ABCD$  沿  $CE$  折叠后, 使  $D$  点落在对角线  $AC$  上的点  $F$  处。那么梯形  $ABCE$  的面积是 \_\_\_\_\_。



### 【分析与解】几何, 勾股定理。

因为  $\angle B = 90^\circ$ ;

所以  $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ; 因为  $AB=6$ ,  $BC=8$ ; 所以  $AC=10$ ;

因为  $\triangle CDE$  与  $\triangle CFE$  关于  $CE$  对称; 所以  $\triangle CDE \cong \triangle CFE$ ;

所以  $CD=CF=6$ , 设  $DE=FE=x$ ,  $\angle D = \angle CFE = 90^\circ$ ;





则  $AF = AC - CF = 10 - 6 = 4$  ,  $AE = AD - DE = 8 - x$  ;

因为  $\angle CFE = 90^\circ$  ; 所以  $\angle AFE = 90^\circ$  ; 所以  $AF^2 + EF^2 = AE^2$  ;

所以  $4^2 + x^2 = (8 - x)^2$  ; 解得  $x = 3$  ; 所以  $AE = 8 - 3 = 5$  ;

所以  $S_{\text{梯形}ABCE} = (AE + BC) \times AB \div 2 = (5 + 8) \times 6 \div 2 = 39$  。

### 【第 15 题】

小赵、小钱、小孙、小李四位小朋友都喜爱下棋。其中，有人喜爱下象棋，有人喜爱下围棋，有人两种棋都喜爱。那么，这四个人喜爱这两类棋的不同情况共有 \_\_\_\_\_ 种。

【分析与解】计数。

4 个人，有人喜爱下象棋，有人喜爱下围棋，有人两种棋都喜爱；

则恰有 2 人爱好完全相同；

考虑恰有 2 人爱好完全相同的种类，有  $C_3^2 = 3$  种情况。

情况①：2 人喜爱下象棋，1 人喜爱下围棋，1 人两种棋都喜爱；

情况②：1 人喜爱下象棋，2 人喜爱下围棋，1 人两种棋都喜爱；

情况③：1 人喜爱下象棋，1 人喜爱下围棋，2 人两种棋都喜爱。

再考虑 4 个不同的人，有  $C_4^2 \times C_2^1 \times C_1^1 = 6 \times 2 \times 1 = 12$  种；

故这四个人喜爱这两类棋的不同情况共有  $3 \times 12 = 36$  种。

