



### 第十四届“小机灵杯”数学竞赛初赛（三年级组）

注意：答案仅供参考，一切以官方公布为准

2015年12月27日 13:00~14:00

时间：60分钟

总分：120分

（第1题~第4题，每题8分）

#### 【第1题】

已知  $1050 - 840 \div \square \times 8 = 90$ ，那么  $\square =$  \_\_\_\_\_。

【分析与解】计算问题，易得  $\square = 7$

#### 【第2题】

即将过去的2015年中有连续的7天，其日期数总和是100，那么这7天的日期数分别是 \_\_\_\_\_、  
\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_。

【分析与解】时间与日期。

如果这7天在同一个月中，那么日期数总和是中间数 $\times 7$ ；

而100不是7的倍数；

故这7天在相邻的两个月。

$$28 + 27 + 26 = 81, \quad 28 + 27 + 26 + 25 = 106 > 100;$$

$$30 + 29 + 28 = 87, \quad 30 + 29 + 28 + 27 = 114 > 100;$$

$$31 + 30 + 29 = 90, \quad 31 + 30 + 29 + 28 = 118 > 100;$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10;$$

所以只能是  $100 = 29 + 30 + 31 + 1 + 2 + 3 + 4$ ；

即这7天的日期数分别是29、30、31、1、2、3、4。

#### 【第3题】

用5个相同的小正方形拼成一个轴对称图形，要求每个小正方形至少有一条边与另一个小正方形的边完全重合，共有 \_\_\_\_\_ 种不同的拼法。请你一一画出这些图形。（通过旋转或翻折得到的图形算作同一种）

【分析与解】图形剪拼。





考虑到对称图形，共有 6 种。分别为“一字”形，“凹字”形，“T 字”形，“十字”形，“w 字”形，“L 字”形

【第 4 题】

小明的弟弟是三胞胎，小明今年的年龄与 3 个弟弟的年龄总和相等。再过 6 年，3 个弟弟的年龄总和是小明年龄的 2 倍。小明今年 \_\_\_\_\_ 岁。

【分析与解】 年龄问题，差倍问题。

(方法一)

小明今年的年龄与 3 个弟弟的年龄总和相等；

故再过 6 年，3 个弟弟的年龄总和比小明多  $6 \times 3 - 6 = 12$  岁；

而再过 6 年，3 个弟弟的年龄总和是小明年龄的 2 倍；

则再过 6 年，小明年龄为  $12 \div (2 - 1) = 12$  岁；小明今年  $12 - 6 = 6$  岁。

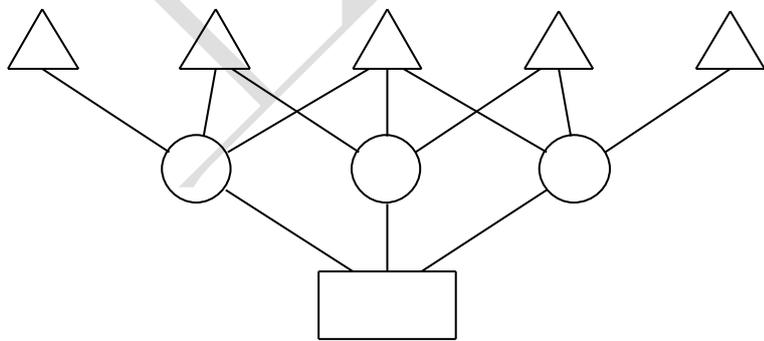
(方法二)

设小明今年  $x$  岁；由题意，得  $2(x + 6) = x + 6 \times 3$ ；解得  $x = 6$ ；小明今年 6 岁。

(第 5 题~第 8 题，每题 10 分)

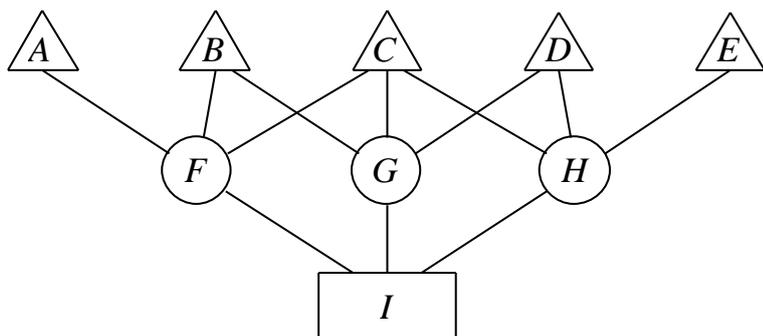
【第 5 题】

如图“○”中所填的数等于与之相连的三个“△”中数的乘积，□中所填的数等于与之相连的三个“○”中数的总和。现将 5、6、7、8、9 分别填入五个“△”中，则□中的数最大等于 \_\_\_\_\_。



【分析与解】





如图所示，分别填上字母  $A \sim I$ ；

因为  中所填的数等于与之相连的三个“○”中数的总和；

所以  $I = F + G + H$ ；

因为“○”中所填的数等于与之相连的三个“△”中数的乘积；

所以  $F = A \times B \times C$ ， $G = B \times C \times D$ ， $H = C \times D \times E$ ；

其中  $C$  出现了 3 次， $B$  和  $D$  各出现了 2 次， $A$  和  $E$  各出现了 1 次；

我们希望  $I$  尽可能大，则  $C = 9$ ， $\{B, D\} = \{7, 8\}$ ， $\{A, E\} = \{5, 6\}$ ；

不妨设  $B = 7$ ， $D = 8$ ；

则  $G = 7 \times 9 \times 8 = 504$ ， $F = A \times 7 \times 9$ ， $H = 9 \times 8 \times E$ ；

故取  $A = 5$ ， $E = 6$ ；

则  $F = 5 \times 7 \times 9 = 315$ ， $G = 7 \times 9 \times 8 = 504$ ， $H = 9 \times 8 \times 6 = 432$ ， $I = 315 + 504 + 432 = 1251$ ；

中的数最大等于 1251。

【第 6 题】

小胖将 1, 2, 3, 4, ..., 49, 50 这 50 个整数按从小到大的顺序无间隔地排列在一起，然后在每相邻的两个数字之间插入“+”，得到了一个加法算式： $1+2+3+4+5+6+7+8+9+1+0+1+1+\dots+4+9+5+0$ 。请你算一算，这个加法算式的和，结果是\_\_\_\_\_。

【分析与解】 本题即求 1~50 这 50 个整数的数字之和。

(方法一)





个位上，数字1，2，…，9，0各出现了5次；

十位上，数字1，2，3，4各出现了10次，5只出现了1次；

故1~50这50个整数的数字之和为  $(1+2+\cdots+9+0)\times 5 + [(1+2+3+4)\times 10 + 5\times 1] = 330$ ；

即结果是330。

(方法二)

我们先求0~49这50个整数的数字之和：

因为0+49，1+48，…，24+25均未产生进位；

故0~49这50个整数的数字之和为  $(4+9)\times(50\div 2) = 325$ ；

故1~50这50个整数的数字之和为  $325 - 0 + (5+0) = 330$ ；

即结果是330。

### 【第7题】

一个整数减去77，然后乘以8，再除以7，所得的商是37，且有余数。这个整数是\_\_\_\_\_。

【分析与解】还原问题。

$37\times 7+1=260$ ， $37\times 7+2=261$ ， $37\times 7+3=262$ ， $37\times 7+4=263$ ， $37\times 7+5=264$ ， $37\times 7+6=265$ 中8

的倍数只有264； $264\div 8+77=110$ ；这个整数是110。

### 【第8题】

学校有90名教师，其中有66名教师喜爱喝茶，有42名教师喜爱喝咖啡，而这两种饮料都喜爱的人数恰好是两种饮料都不喜爱的人数的3倍。那么学校有\_\_\_\_\_名教师至少喜爱喝茶和咖啡中的一种饮料。

【分析与解】容斥原理。

设两种饮料都不喜爱的有 $x$ 人；

则两种饮料都喜爱的有 $3x$ 人；

$(66+42-3x)+x=90$ ；

解得 $x=9$ ；





两种饮料都不喜爱的有9人；

则两种饮料都喜爱的有  $3 \times 9 = 27$  人；

学校有  $66 + 42 - 27 = 81$  或  $100 - 9 = 81$  名教师至少喜爱喝茶和咖啡中的一种饮料。

(第9题~第12题, 每题12分)

**【第9题】**

某电视台少儿频道将在2015年12月26日(星期六)开播一部长达135集的动画片。电视台计划在每周三和每周五每天播放1集, 每周六和每周日每天播放2集。那么, 该动画片的最后一集将在 \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日播放, 这一天是星期 \_\_\_\_\_。

**【分析与解】** 周期问题。

按“周六2集、周日2集、周三1集、周五1集”为一个周期；

$$135 \div (2 + 2 + 1 + 1) = 22 \cdots 3 ;$$

故播放完整的22周之后, 还剩3集, 这3集还要再播放2天(周六2集、周日1集)；

故一共播放  $22 \times 7 + 2 = 156$  天；

2015年12月26~31日共有  $31 - 26 + 1 = 6$  天；

2016年1月1~31日共有31天；

2016年1月2~29日共有29天；

2016年3月1~31日共有31天；

2016年4月1~30日共有30天；

2016年5月1~29日共有29天；

而  $6 + 31 + 29 + 31 + 30 + 29 = 156$  ；

故该动画片的最后一集将在2016年5月29日播放, 这一天是星期日。

**【第10题】**

老师在纸上写了一个四位数让小伟猜, 老师与小伟进行了4次问答。

小伟: “是8765吗?” 老师: “猜对了两个数字, 但位置都不正确。”

小伟: “是1023吗?” 老师: “猜对了两个数字, 但位置都不正确。”





小伟：“是8642吗？”老师：“猜对了两个数字，位置都正确。”

小伟：“是5430吗？”老师：“一个数字也没猜对。”

这个四位数是\_\_\_\_\_。

**【分析与解】**逻辑推理。

先根据第4次问答，这个四位数不含数字5、4、3、0；

再根据第2次问答，这个四位数含有数字1、2；

然后根据第3次问答，这个四位数含有数字8和6中的一个；

并结合第1次问答，这个四位数不含有数字8，否则第1次小伟至少有一个数字猜对并猜对位置。

故这个四位数不含数字8，且百位是6，个位是2；

回到第2次问答，数字1不在千位，只能在十位；

最后根据第1次问答，这个四位数含有数字7，并且7只能在千位；

综上所述，这个四位数是7612。

**【第11题】**

小明爸爸从家出发去超市购物。如果先骑自行车12分钟，再步行20分钟能到达超市；如果先骑自行车8分钟，再步行36分钟也能到达超市。那么如果先骑自行车2分钟，再步行\_\_\_\_\_分钟也可以到达超市。

**【分析与解】**行程问题，设而不求。

设骑车的速度为  $x$  米/分，步行的速度为  $y$  米/分；

$$12x + 20y = 8x + 36y ;$$

$$x = 4y ;$$

设  $y$  为1份，则  $x$  为4份；从家到超市路程为  $12 \times 4 + 20 \times 1 = 68$  或  $8 \times 4 + 36 \times 1 = 68$  份；

如果先骑自行车2分钟，再步行  $(68 - 4 \times 2) \div 1 = 60$  分钟也可以到达超市。

**【第12题】**

绿化队运来了一些梧桐树准备在一条路的两侧等距离地植树。如果路的两端都植树，每隔8米植1棵，则





缺少8棵，每隔9米植1棵，则多8棵。这条路长\_\_\_\_\_米。

【分析与解】植树问题，盈亏问题。

(方法一)

我们只看路的一侧；

“把路的长度分给树”，转化成盈亏问题：

如果每隔8米植1棵，则一侧少 $8 \div 2 = 4$ 棵，即路多 $(4-1) \times 8 = 24$ 米；

如果每隔9米植1棵，则一侧多 $8 \div 2 = 4$ 棵，即路少 $(4+1) \times 9 = 45$ 米；

则路的一侧有 $(24+45) \div (9-8) = 69$ 棵树；一共有 $69 \times 2 = 138$ 棵树。

这条路长 $[(138+8) \div 2 - 1] \times 8 = 576$  或  $[(138-8) \div 2 - 1] \times 9 = 576$  米。

(方法二)

设一共有 $x$ 棵树；

$$[(x+8) \div 2 - 1] \times 8 = [(x-8) \div 2 - 1] \times 9 ;$$

解得 $x=138$ ；一共有138棵树；这条路长 $[(138+8) \div 2 - 1] \times 8 = 576$  或  $[(138-8) \div 2 - 1] \times 9 = 576$  米。

