

2014 年四川省遂宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分，在每个小题给出的四个选项中，只有一个符合题目要求.）

1. （4 分）（2014•遂宁）在下列各数中，最小的数是（ ）

- A. 0 B. -1 C. $\frac{3}{2}$ D. -2

考点：有理数大小比较.

分析：根据正数大于 0，0 大于负数，可得答案.

解答：解： $-2 < -1 < 0 < \frac{3}{2}$,

故选：D.

点评：本题考查了有理数比较大小，正数大于 0，0 大于负数是解题关键.

2. （4 分）（2014•遂宁）下列计算错误的是（ ）

- A. $4 \div (-2) = -2$ B. $4 - 5 = -1$ C. $(-2)^{-2} = 4$ D. $2014^0 = 1$

考点：负整数指数幂；有理数的减法；有理数的除法；零指数幂.

分析：根据有理数的除法、减法法则、以及 0 次幂和负指数次幂即可作出判断.

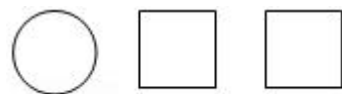
解答：解：A、B、D 都正确，不符合题意；

B、 $(-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$ ，错误，符合题意.

故选 B.

点评：本题主要考查了零指数幂，负指数幂的运算. 负整数指数为正整数指数的倒数；任何非 0 数的 0 次幂等于 1.

3. （4 分）（2014•遂宁）一个几何体的三视图如图所示，这个几何体是（ ）



俯视图 主视图 左视图

- A. 棱柱 B. 圆柱 C. 圆锥 D. 球

考点：由三视图判断几何体.

专题：压轴题.

分析：根据三视图确定该几何体是圆柱体

解答：解：根据主视图和左视图为矩形是柱体，根据俯视图是圆可判断出这个几何体应该是圆柱. 故选 B.

点评：本题考查由三视图确定几何体的形状，主要考查学生空间想象能力及对立体图形的认识.

4. （4 分）（2014•遂宁）数据：2，5，4，5，3，4，4 的众数与中位数分别是（ ）

- A. 4, 3 B. 4, 4 C. 3, 4 D. 4, 5

考点：众数；中位数.

分析：根据众数及中位数的定义，求解即可.

解答：解：将数据从小到大排列为：2, 3, 4, 4, 4, 5, 5,
∴众数是 4, 中位数是 4.

故选 B.

点评：本题考查了众数及中位数的知识，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数.

5. (4 分) (2014•遂宁) 在函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 1$ B. $x < 1$ C. $x \neq 1$ D. $x = 1$

考点：函数自变量的取值范围.

分析：根据分母不等于 0 列式计算即可得解.

解答：解：由题意得， $x - 1 \neq 0$ ，
解得 $x \neq 1$.

故选 C.

点评：本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

6. (4 分) (2014•遂宁) 点 A (1, -2) 关于 x 轴对称的点的坐标是 ().

- A. (1, -2) B. (-1, 2) C. (-1, -2) D. (1, 2)

考点：关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标.

分析：根据关于 x 轴对称点的坐标特点：横坐标不变，纵坐标互为相反数可直接得到答案.

解答：解：点 A (1, -2) 关于 x 轴对称的点的坐标是 (1, 2)，
故选：D.

点评：此题主要考查了关于 x 轴对称点的坐标特点，关键是掌握点的坐标的变化规律.

7. (4 分) (2014•遂宁) 若 $\odot O_1$ 的半径为 6, $\odot O_2$ 与 $\odot O_1$ 外切，圆心距 $O_1O_2 = 10$ ，则 $\odot O_2$ 的半径为 ()

- A. 4 B. 16 C. 8 D. 4 或 16

考点：圆与圆的位置关系.

分析：设两圆的半径分别为 R 和 r, 且 $R \geq r$, 圆心距为 d: 外离, 则 $d > R + r$; 外切, 则 $d = R + r$; 相交, 则 $R - r < d < R + r$; 内切, 则 $d = R - r$; 内含, 则 $d < R - r$.

解答：解：因两圆外切，可知两圆的外径之和等于圆心距，即 $R + r = O_1O_2$
所以 $R = O_1O_2 - r = 10 - 6 = 4$.

故选 A.

点评：本题考查了由两圆位置关系来判断半径和圆心距之间数量关系的方法.

8. (4分) (2014•遂宁) 不等式组 $\begin{cases} 2x-1>3 \\ \frac{x+1}{2}\leq 2 \end{cases}$ 的解集是 ()

A. $x>2$

B. $x\leq 3$

C. $2<x\leq 3$

D. 无解

考点: 解一元一次不等式组.

分析: 先求出每个不等式的解集, 再求出不等式组的解集即可.

解答: 解: $\begin{cases} 2x-1>3 \text{ ①} \\ \frac{x+1}{2}\leq 2 \text{ ②} \end{cases}$

\because 解不等式①得: $x>2$,

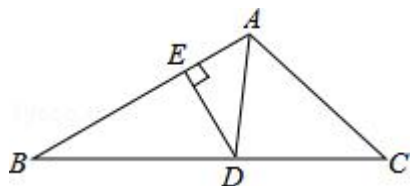
解不等式②得: $x\leq 3$,

\therefore 不等式组的解集为 $2<x\leq 3$,

故选 C.

点评: 本题考查了解一元一次不等式和解一元一次不等式组的应用, 解此题的关键是能根据不等式的解集找到不等式组的解集.

9. (4分) (2014•遂宁) 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的角平分线, $DE\perp AB$ 于点 E, $S_{\triangle ABC}=7$, $DE=2$, $AB=4$, 则 AC 长是 ()



A. 3

B. 4

C. 6

D. 5

考点: 角平分线的性质.

分析: 过点 D 作 $DF\perp AC$ 于 F, 根据角平分线上的点到角的两边距离相等可得 $DE=DF$, 再根据 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}$ 列出方程求解即可.

解答: 解: 如图, 过点 D 作 $DF\perp AC$ 于 F,

\because AD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的角平分线, $DE\perp AB$,

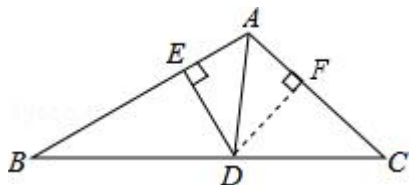
$\therefore DE=DF$,

由图可知, $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}$,

$\therefore \frac{1}{2}\times 4\times 2+\frac{1}{2}\times AC\times 2=7$,

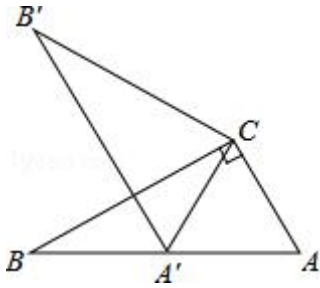
解得 $AC=3$.

故选 A.



点评: 本题考查了角平分线上的点到角的两边距离相等的性质, 熟记性质是解题的关键.

10. (4分) (2014•遂宁) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle ABC=30^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转至 $\triangle A'B'C$, 使得点 A' 恰好落在 AB 上, 则旋转角度为 ()



- A. 30° B. 60° C. 90° D. 150°

考点: 旋转的性质.

分析: 根据直角三角形两锐角互余求出 $\angle A=60^\circ$, 根据旋转的性质可得 $AC=A'C$, 然后判断出 $\triangle A'AC$ 是等边三角形, 根据等边三角形的性质求出 $\angle ACA'=60^\circ$, 然后根据旋转角的定义解答即可.

解答: 解: $\because \angle ACB=90^\circ$, $\angle ABC=30^\circ$,
 $\therefore \angle A=90^\circ - 30^\circ=60^\circ$,
 $\because \triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转至 $\triangle A'B'C$ 点 A' 恰好落在 AB 上,
 $\therefore AC=A'C$,
 $\therefore \triangle A'AC$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle ACA'=60^\circ$,
 \therefore 旋转角为 60° .
 故选 B.

点评: 本题考查了旋转的性质, 直角三角形两锐角互余, 等边三角形的判定与性质, 熟记各性质并准确识图是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

11. (4分) (2014•遂宁) 正多边形一个外角的度数是 60° , 则该正多边形的边数是 6.

考点: 多边形内角与外角.

分析: 根据正多边形的每一个外角都相等, 多边形的边数 $=360^\circ \div 60^\circ$, 计算即可求解.

解答: 解: 这个正多边形的边数: $360^\circ \div 60^\circ=6$.
 故答案为: 6.

点评: 本题考查了多边形的内角与外角的关系, 熟记正多边形的边数与外角的关系是解题的关键.

12. (4分) (2014•遂宁) 四川省第十二届运动会将于 2014 年 8 月 16 日在我市举行, 我市约 3810000 人民热烈欢迎来自全省的运动健儿. 请把数据 3810000 用科学记数法表示为 3.81×10^6 .

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 将 3810000 用科学记数法表示为: 3.81×10^6 .

故答案为： 3.81×10^6 .

点评：此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

13. (4 分) (2014•遂宁) 已知圆锥的底面半径是 4，母线长是 5，则该圆锥的侧面积是 20π (结果保留 π).

考点：圆锥的计算.

分析：圆锥的侧面积=底面周长 \times 母线长 $\div 2$.

解答：解：底面圆的半径为 4，则底面周长=8 π ，侧面面积= $\frac{1}{2} \times 8\pi \times 5 = 20\pi$.

故答案为： 20π .

点评：本题考查了圆锥的计算，利用了圆的周长公式和扇形面积公式求解.

14. (4 分) (2014•遂宁) 我市射击队为了从甲、乙两名运动员中选出一名运动员参加省运动会比赛，组织了选拔测试，两人分别进行了五次射击，成绩(单位：环)如下：

甲	10	9	8	9	9
乙	10	8	9	8	10

则应选择 甲 运动员参加省运动会比赛.

考点：方差.

分析：先分别计算出甲和乙的平均数，再利用方差公式求出甲和乙的方差，最后根据方差的大小进行判断即可.

解答：解：甲的平均数是： $\frac{1}{5} (10+9+8+9+9) = 9$,

乙的平均数是： $\frac{1}{5} (10+8+9+8+10) = 9$,

甲的方差是： $S^2_{\text{甲}} = \frac{1}{5} [(10-9)^2 + (9-9)^2 + (8-9)^2 + (9-9)^2 + (9-9)^2] = 0.4$;

乙的方差是： $S^2_{\text{乙}} = \frac{1}{5} [(9-9)^2 + (8-9)^2 + (9-9)^2 + (10-9)^2 + (9-9)^2] = 0.8$;

$\therefore S^2_{\text{甲}} < S^2_{\text{乙}}$,

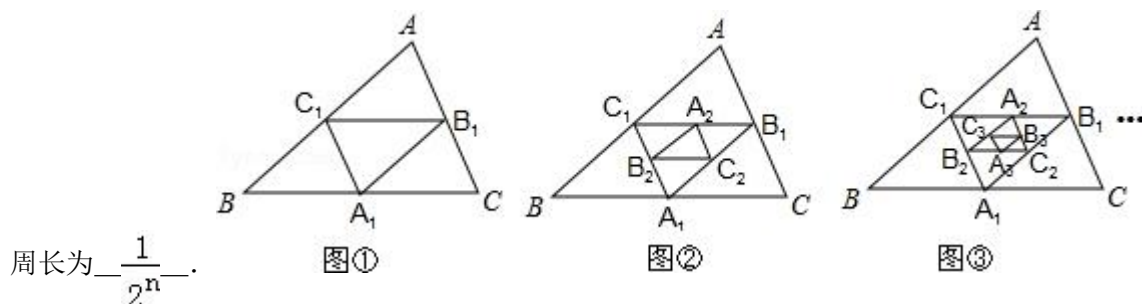
\therefore 甲的成绩稳定,

\therefore 应选择甲运动员参加省运动会比赛.

故答案为：甲.

点评：本题考查了方差，方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

15. (4分) (2014•遂宁) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 A_1 , B_1 , C_1 分别是 BC 、 AC 、 AB 的中点, A_2 , B_2 , C_2 分别是 B_1C_1 , A_1C_1 , A_1B_1 的中点, 依此类推... 若 $\triangle ABC$ 的周长为1, 则 $\triangle A_n B_n C_n$ 的



考点: 三角形中位线定理.

专题: 规律型.

分析: 由于 A_1 、 B_1 、 C_1 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BC 、 CA 、 AB 的中点, 就可以得出 $\triangle A_1 B_1 C_1 \sim \triangle ABC$, 且相似比为 $\frac{1}{2}$, $\triangle A_2 B_2 C_2 \sim \triangle A_1 B_1 C_1$ 的相似比为 $\frac{1}{2}$, 依此类推 $\triangle A_n B_n C_n \sim \triangle A_1 B_1 C_1$ 的相似比为 $\frac{1}{2^n}$.

解答: 解: $\because A_1$ 、 B_1 、 C_1 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BC 、 CA 、 AB 的中点,

$\therefore A_1 B_1$ 、 $A_1 C_1$ 、 $B_1 C_1$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore \triangle A_1 B_1 C_1 \sim \triangle ABC$, 且相似比为 $\frac{1}{2}$,

$\because A_2$ 、 B_2 、 C_2 分别是 $\triangle A_1 B_1 C_1$ 的边 $B_1 C_1$ 、 $C_1 A_1$ 、 $A_1 B_1$ 的中点,

$\therefore \triangle A_2 B_2 C_2 \sim \triangle A_1 B_1 C_1$ 且相似比为 $\frac{1}{2}$,

$\therefore \triangle A_2 B_2 C_2 \sim \triangle ABC$ 的相似比为 $\frac{1}{4}$

依此类推 $\triangle A_n B_n C_n \sim \triangle ABC$ 的相似比为 $\frac{1}{2^n}$,

$\because \triangle ABC$ 的周长为1,

$\therefore \triangle A_n B_n C_n$ 的周长为 $\frac{1}{2^n}$.

故答案为 $\frac{1}{2^n}$.

点评: 本题考查了三角形中位线定理的运用, 相似三角形的判定与性质的运用, 解题的关键是有相似三角形的性质:

三、计算题 (本大题共3个小题, 每小题7分, 共21分)

16. (7分) (2014•遂宁) 计算: $(-2)^2 - \sqrt{8} + 2\sin 45^\circ + |\sqrt{2}|$

考点: 实数的运算; 特殊角的三角函数值.

分析: 分别根据有理数乘方的法则、数的开方法则、绝对值的性质计算出各数, 再根据实数混合运算的法则进行计算即可;

解答: 解: 原式 $= 4 - 2\sqrt{2} + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}$

$= 4 - 2\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}$

=4.

点评：本题考查的是实数的运算，熟知有理数乘方的法则、数的开放法则及绝对值的性质是解答此题的关键.

17. (7分) (2014•遂宁) 解方程: $x^2+2x-3=0$.

考点：解一元二次方程-因式分解法.

专题：计算题.

分析：观察方程 $x^2+2x-3=0$ ，可因式分解法求得方程的解.

解答：解: $x^2+2x-3=0$

$$\therefore (x+3)(x-1)=0$$

$$\therefore x_1=1, x_2=-3.$$

点评：解方程有多种方法，要根据实际情况进行选择.

18. (7分) (2014•遂宁) 先化简，再求值: $(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}) \div \frac{x^2-x}{x^2-2x+1}$ ，其中 $x=\sqrt{2}-1$.

考点：分式的化简求值.

专题：计算题.

分析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，将 x 的值代入计算即可求出值.

解答：

$$\text{解: 原式} = \frac{x-1+x+1}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x(x-1)} = \frac{2x}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x(x-1)} = \frac{2}{x+1}.$$

$$\text{当 } x=\sqrt{2}-1 \text{ 时, 原式}=\sqrt{2}.$$

点评：此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

四、(本大题共3个小题，每小题9分，共27分)

19. (9分) (2014•遂宁) 我市某超市举行店庆活动，对甲、乙两种商品实行打折销售. 打折前，购买3件甲商品和1件乙商品需用190元；购买2件甲商品和3件乙商品需用220元. 而店庆期间，购买10件甲商品和10件乙商品仅需735元，这比不打折前少花多少钱？

考点：二元一次方程组的应用.

专题：应用题.

分析：设甲商品单价为 x ，乙商品单价为 y ，根据购买3件甲商品和1件乙商品需用190元；购买2件甲商品和3件乙商品需用220元，列出方程组，继而可计算购买10件甲商品和10件乙商品需要的花费，也可得出比不打折前少花多少钱.

解答：解: 设甲商品单价为 x ，乙商品单价为 y ,

$$\text{由题意得: } \begin{cases} 3x+y=190 \\ 2x+3y=220 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=50 \\ y=40 \end{cases},$$

则购买10件甲商品和10件乙商品需要900元，

∴打折后实际花费 735,

∴这比不打折前少花 165 元.

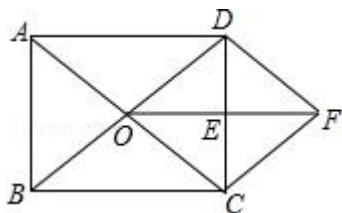
答: 这比不打折前少花 165 元.

点评: 本题考查了二元一次方程组的应用, 解题关键是要读懂题目的意思, 根据题目给出的条件, 找出合适的等量关系, 列出方程组, 再求解.

20. (9 分) (2014•遂宁) 已知: 如图, 在矩形 ABCD 中, 对角线 AC、BD 相交于点 O, E 是 CD 中点, 连结 OE. 过点 C 作 CF//BD 交线段 OE 的延长线于点 F, 连结 DF. 求证:

(1) $\triangle ODE \cong \triangle FCE$;

(2) 四边形 ODFC 是菱形.



考点: 矩形的性质; 全等三角形的判定与性质; 菱形的判定.

专题: 证明题.

分析: (1) 根据两直线平行, 内错角相等可得 $\angle DOE = \angle CFE$, 根据线段中点的定义可得 $CE = DE$, 然后利用“角边角”证明 $\triangle ODE$ 和 $\triangle FCE$ 全等;

(2) 根据全等三角形对应边相等可得 $OD = FC$, 再根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形判断出四边形 ODFC 是平行四边形, 根据矩形的对角线互相平分且相等可得 $OC = OD$, 然后根据邻边相等的平行四边形是菱形证明即可.

解答: 证明: (1) ∵ $CF \parallel BD$,

∴ $\angle DOE = \angle CFE$,

∵ E 是 CD 中点,

∴ $CE = DE$,

在 $\triangle ODE$ 和 $\triangle FCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle DOE = \angle CFE \\ CE = DE \\ \angle DEO = \angle CEF \end{cases},$$

∴ $\triangle ODE \cong \triangle FCE$ (ASA);

(2) ∵ $\triangle ODE \cong \triangle FCE$,

∴ $OD = FC$,

∵ $CF \parallel BD$,

∴ 四边形 ODFC 是平行四边形,

在矩形 ABCD 中, $OC = OD$,

∴ 四边形 ODFC 是菱形.

点评: 本题考查了矩形的性质, 全等三角形的判定与性质, 菱形的判定, 熟记各性质与平行四边形和菱形的判定方法是解题的关键.

21. (9 分) (2014•遂宁) 同时抛掷两枚材质均匀的正方体骰子,

(1) 通过画树状图或列表, 列举出所有向上点数之和的等可能结果;

- (2) 求向上点数之和为 8 的概率 P_1 ;
 (3) 求向上点数之和不超过 5 的概率 P_2 .

考点: 列表法与树状图法.

分析: (1) 首先根据题意列出表格, 然后由表格求得所有等可能的结果;
 (2) 由 (1) 可求得向上点数之和为 8 的情况, 再利用概率公式即可求得答案;
 (3) 由 (1) 可求得向上点数之和不超过 5 的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

解答: 解: (1) 列表得:

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
	1	2	3	4	5	6

则共有 36 种等可能的结果;

(2) \because 向上点数之和为 8 的有 5 种情况,

$$\therefore P_1 = \frac{5}{36};$$

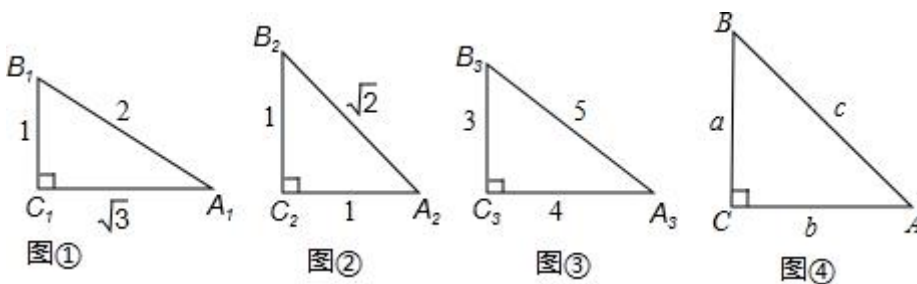
(3) \because 向上点数之和不超过 5 的有 10 种情况,

$$\therefore P_2 = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$$

点评: 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 注意列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

五、(本大题共 2 个小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

22. (10 分) (2014•遂宁) 如图, 根据图中数据完成填空, 再按要求答题:



$$\sin^2 A_1 + \sin^2 B_1 = \underline{1}; \quad \sin^2 A_2 + \sin^2 B_2 = \underline{1}; \quad \sin^2 A_3 + \sin^2 B_3 = \underline{1}.$$

(1) 观察上述等式, 猜想: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 都有 $\sin^2 A + \sin^2 B = \underline{1}$.

(2) 如图④, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别是 a 、 b 、 c , 利用三角函数的定义和勾股定理, 证明你的猜想.

(3) 已知: $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 且 $\sin A = \frac{5}{13}$, 求 $\sin B$.

考点: 勾股定理; 互余两角三角函数的关系; 解直角三角形.

分析：（1）由前面的结论，即可猜想出：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，都有 $\sin^2 A + \sin^2 B = 1$

（2）在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ 。利用锐角三角函数的定义得出 $\sin A = \frac{a}{c}$ ， $\sin B = \frac{b}{c}$ ，则

$\sin^2 A + \sin^2 B = \frac{a^2 + b^2}{c^2}$ ，再根据勾股定理得到 $a^2 + b^2 = c^2$ ，从而证明 $\sin^2 A + \sin^2 B = 1$ ；

（3）利用关系式 $\sin^2 A + \sin^2 B = 1$ ，结合已知条件 $\sin A = \frac{5}{13}$ ，进行求解。

解答：解：（1）1.

（2）如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ 。

$$\because \sin A = \frac{a}{c}, \sin B = \frac{b}{c},$$

$$\therefore \sin^2 A + \sin^2 B = \frac{a^2 + b^2}{c^2},$$

$$\because \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore BD^2 + AD^2 = AB^2,$$

$$\therefore \sin^2 A + \cos^2 A = 1.$$

$$(3) \because \sin A = \frac{5}{13}, \sin^2 A + \sin^2 B = 1,$$

$$\therefore \sin B = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = \frac{12}{13}.$$

点评：本题考查了在直角三角形中互为余角三角函数的关系，勾股定理，锐角三角函数的定义，比较简单。

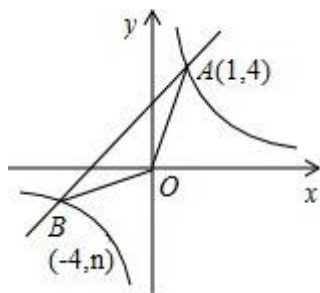
23. (10分) (2014•遂宁) 已知：如图，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y = x + b$ 的图象交于点 A

(1, 4)、点 B (-4, n)。

(1) 求一次函数和反比例函数的解析式；

(2) 求 $\triangle OAB$ 的面积；

(3) 直接写出一次数值大于反比例函数值的自变量 x 的取值范围。



考点：反比例函数与一次函数的交点问题。

分析：（1）把 A 的坐标代入反比例函数解析式求出 A 的坐标，把 A 的坐标代入一次函数解析式求出即可；

(2) 求出直线 AB 与 y 轴的交点 C 的坐标, 求出 $\triangle ACO$ 和 $\triangle BOC$ 的面积相加即可;

(3) 根据 A、B 的坐标结合图象即可得出答案.

解答: 解: (1) 把 A 点 (1, 4) 分别代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$, 一次函数 $y=x+b$, 得 $k=1\times 4$, $1+b=4$,

解得 $k=4$, $b=3$,

反比例函数的解析式是 $y=\frac{4}{x}$,

一次函数解析式是 $y=x+3$;

(2) 如图,

当 $x=-4$ 时, $y=-1$, $B(-4, -1)$,

当 $y=0$ 时, $x+3=0$,

$x=-3$, $C(-3, 0)$

$$S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times 3\times 4+\frac{1}{2}\times 3\times 1=\frac{15}{2};$$

(3) $\because B(-4, -1)$, $A(1, 4)$,

\therefore 根据图象可知: 当 $x>1$ 或 $-4<x<0$ 时, 一次函数值大于反比例函数值.

点评: 本题考查了一次函数和反比例函数的交点问题, 用待定系数法求一次函数的解析式, 三角形的面积, 一次函数的图象等知识点, 题目具有一定的代表性, 是一道比较好的题目, 用了数形结合思想.

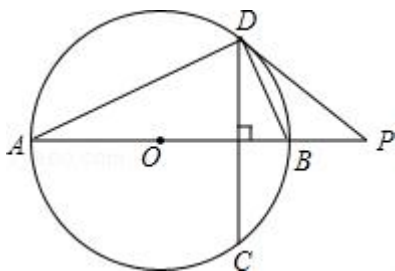
六、(本大题共 2 个小题, 第 24 题 10 分, 第 25 题 12 分, 共 22 分)

24. (10 分) (2014•遂宁) 已知: 如图, $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD, 过点 C 的切线与直径 AB 的延长线相交于点 P, 连结 PD.

(1) 求证: PD 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 求证: $PD^2=PB\cdot PA$.

(3) 若 $PD=4$, $\tan\angle CDB=\frac{1}{2}$, 求直径 AB 的长.



考点: 切线的判定; 相似三角形的判定与性质.

分析: (1) 连接 OD、OC, 证 $\triangle PDO\cong\triangle PCO$, 求出 $\angle PDO=90^\circ$, 根据切线的判定推出即可;

(2) 求出 $\angle A=\angle ADO=\angle PDB$, 根据相似三角形的判定推出 $\triangle PDB\sim\triangle PAD$, 根据相似三角形的性质得出比例式, 即可得出答案;

(3) 根据相似得出比例式, 代入即可求出答案.

解答: (1) 证明: 连接 OD, OC,

$\because PC$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle PCO = 90^\circ,$$

$\because AB \perp CD$, AB 是直径,

$$\therefore \text{弧 } BD = \text{弧 } BC,$$

$$\therefore \angle DOP = \angle COP,$$

在 $\triangle DOP$ 和 $\triangle COP$ 中,

$$\begin{cases} DO = CO \\ \angle DOP = \angle COP, \\ OP = OP \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DOP \cong \triangle COP \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ODP = \angle PCO = 90^\circ,$$

$\because D$ 在 $\odot O$ 上,

$\therefore PD$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 证明: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\because \angle PDO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle PDB = 90^\circ - \angle BDO,$$

$$\because OA = OD,$$

$$\therefore \angle A = \angle ADO,$$

$$\therefore \angle A = \angle PDB,$$

$$\because \angle P = \angle P,$$

$$\therefore \triangle PDB \sim \triangle PAD,$$

$$\therefore \frac{PD}{PB} = \frac{PA}{PD},$$

$$\therefore PD^2 = PA \cdot PB;$$

(3) 解: $\because DC \perp AB$,

$$\therefore \angle ADB = \angle DMB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle DBM = 90^\circ, \quad \angle BDC + \angle DBM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle BDC,$$

$$\because \tan \angle BDC = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan A = \frac{1}{2} = \frac{BD}{AD},$$

$$\because \triangle PDB \sim \triangle PAD,$$

$$\therefore \frac{PB}{PD} = \frac{PD}{PA} = \frac{BD}{AD} = \frac{1}{2}$$

$$\because PD = 4,$$

$$\therefore PB = 2, \quad PA = 8,$$

$$\therefore AB = 8 - 2 = 6.$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = 0 \\ c = -1 \end{cases},$$

∴ 抛物线的解析式为: $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

(2.) 如图①, 设 $P(a, \frac{1}{4}a^2 - 1)$, 就有 $OE = a$, $PE = \frac{1}{4}a^2 - 1$,

∵ $PQ \perp l$,

∴ $EQ = 2$,

∴ $QP = \frac{1}{4}a^2 + 1$.

在 $Rt\triangle POE$ 中, 由勾股定理, 得

$$PO = \sqrt{a^2 + (\frac{1}{4}a^2 - 1)^2} = \frac{1}{4}a^2 + 1,$$

∴ $PO = PQ$;

(3) ①如图②, ∵ $BN \perp l$, $AM \perp l$,

∴ $BN = BO$, $AM = AO$, $BN \parallel AM$,

∴ $\angle BNO = \angle BON$, $\angle AOM = \angle AMO$, $\angle ABN + \angle BAM = 180^\circ$.

∵ $\angle BNO + \angle BON + \angle NBO = 180^\circ$, $\angle AOM + \angle AMO + \angle OAM = 180^\circ$,

∴ $\angle BNO + \angle BON + \angle NBO + \angle AOM + \angle AMO + \angle OAM = 360^\circ$

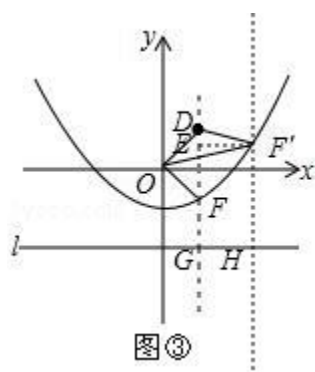
∴ $2\angle BON + 2\angle AOM = 180^\circ$,

∴ $\angle BON + \angle AOM = 90^\circ$,

∴ $\angle MON = 90^\circ$,

∴ $ON \perp OM$;

②如图③, 作 $F'H \perp l$ 于 H , $DF \perp l$ 于 G , 交抛物线于 F , 作 $F'E \perp DG$ 于 E ,



∴ $\angle EGH = \angle GHF' = \angle F'EG = 90^\circ$, $FO = FG$, $F'H = F'O$,

∴ 四边形 $GHF'E$ 是矩形, $FO + FD = FG + FD = DG$, $F'O + F'D = F'H + F'D$

∴ $EG = F'H$,

∴ $DE < DF'$,

∴ $DE + GE < HF' + DF'$,

∴ $DG < F'O + DF'$,

∴ $FO + FD < F'O + DF'$,

∴F 是所求作的点.

∵D (1, 1),

∴F 的横坐标为 1,

∴F (1, $\frac{5}{4}$).

点评: 本题考查了运用待定系数法求一次函数的解析式的运用, 勾股定理的运用, 平行线的性质的运用, 等腰三角形的性质的运用, 垂直的判定及性质的运用, 解答时求出函数的解析式是关键.