

# 燕山地区 2016—2017 学年度第一学期初四年级期末考试

## 数 学 试 卷

2017 年 1 月

考生  
须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，29 道小题，满分 120 分。考试时间 120 分钟。
2. 答题纸共 8 页，在规定位置准确填写学校名称、班级和姓名。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题纸上，在试卷上作答无效。
4. 在答题纸上，选择题、画图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将答题纸交回，试卷和草稿纸可带走。

### 一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

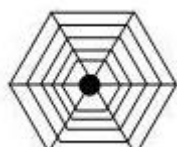
1. 下面四个图形中，既是轴对称又是中心对称图形的是



A.



B.



C.



D.

2. 如图，小聪坐在秋千上，秋千旋转了  $80^\circ$ ，小聪的位置也从

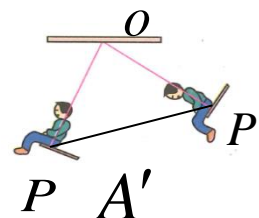
$P$  点运动到了  $P'$  点，则  $\angle P'OP$  的度数为

A.  $40^\circ$

B.  $50^\circ$

C.  $70^\circ$

D.  $80^\circ$



3.  $\odot O$  的半径为 3cm，如果圆心  $O$  到直线  $l$  的距离为  $d$ ，且  $d=5$ cm，那么  $\odot O$  和直线  $l$  的位置关系是

A. 相交

B. 相切

C. 相离

D. 不确定

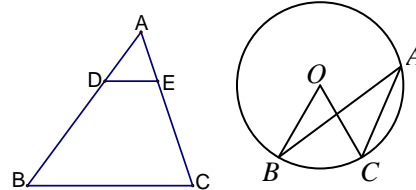
4. 如图， $\triangle ABC$  中， $DE \parallel BC$ ， $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$ ， $AE = 2$ cm，则  $AC$  的长是

A. 2cm

B. 4cm

C. 6cm

D. 8cm



5. 如图， $A, B, C$  是  $\odot O$  上的三个点，如果  $\angle BAC = 30^\circ$ ，那么  $\angle BOC$  的度数是

A.  $60^\circ$

B.  $45^\circ$

C.  $30^\circ$

D.  $15^\circ$

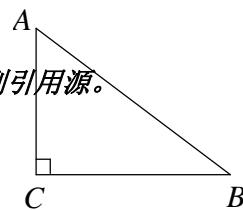
6. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $AB = 5$ ，则  $\cos B$  的值为

A.  $\frac{3}{5}$

B.  $\frac{4}{5}$

C.  $\frac{3}{4}$

D.  $\frac{4}{3}$

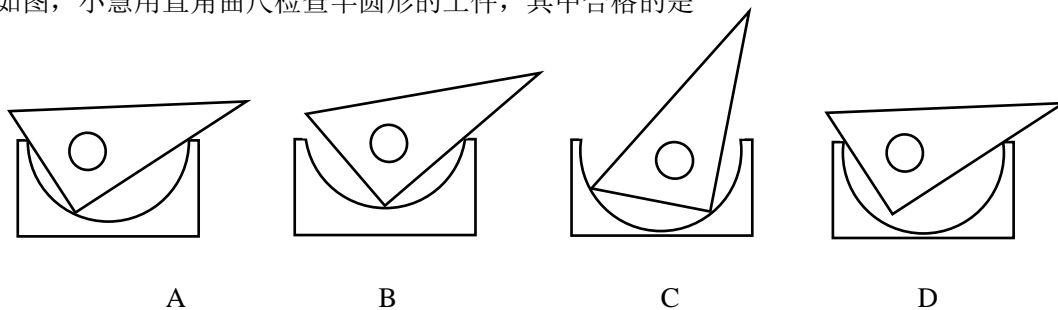


7. 若  $A(-1, y_1)$ ， $B(1, y_2)$ ， $C(2, y_3)$  是  $y = \frac{2}{x}$  上的三个点，则

$y_1, y_2, y_3$  之间的大小关系正确的是

- A.  $y_1 > y_2 > y_3$       B.  $y_1 < y_2 < y_3$       C.  $y_3 > y_1 > y_2$       D.  $y_1 < y_3 < y_2$

8.如图，小慧用直角曲尺检查半圆形的工件，其中合格的是



9.社会主义核心价值观的内容是：

“富强、民主、文明、和谐，自由、平等、公正、法治，爱国、敬业、诚信、友善。”其中：

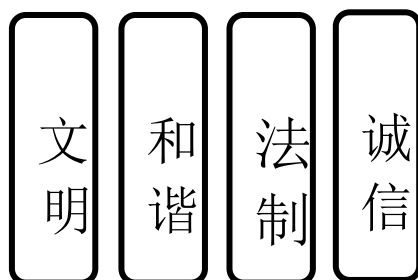
“富强、民主、文明、和谐”是国家层面的价值目标；

“自由、平等、公正、法治”是社会层面的价值取向；

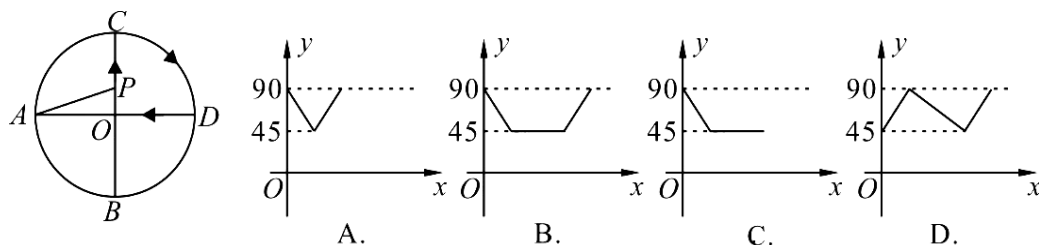
“爱国、敬业、诚信、友善”是公民个人层面的价值准则。

小明同学将其中的“文明”、“和谐”、“法治”、“诚信”的文字分别贴在4张硬纸板上，制成如右图所示的卡片。将这4张卡片背面朝上洗匀后放在桌子上，从中随机抽取一张卡片，不放回，再随机抽取一张卡片。

小明第一次抽取的卡片上的文字是国家层面价值目标的概率是\_\_\_\_\_；



10. 如图， $AD$ ， $BC$  是  $\odot O$  的两条互相垂直的直径，点  $P$  从点  $O$  出发，沿  $O \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow O$  的路线匀速运动，设  $\angle APB = y$ （单位：度），点  $P$  运动的时间为  $x$ （单位：秒），那么表示  $y$  与  $x$  关系的图象是



二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 战国时的《墨经》就有“圆，一中同长也”的记载.它的意思是圆上各点到圆心的



距离都等于\_\_\_\_\_

12.点  $P(-1, 4)$  绕原点顺时针旋转  $180^\circ$  得到点  $P'$ ，点  $P'$  的坐标为\_\_\_\_\_.

13.在反比例函数  $y = \frac{a-1}{x}$  的图象的每支上， $y$  随  $x$  的增大而增大，写出  $a$  的一个可能取值是\_\_\_\_\_

14. 苏轼在《冬景》中赞美柑橘，“……一年好景君须记，最是橙黄橘绿时。”柑橘是秋冬季节非常时令的水果。但是柑橘在运输、储存中会有损坏，公司必须估算出可能损坏的柑橘总数，以便将损坏的柑橘的成本折算到没有损坏的柑橘的售价中。销售人员首先从所有的柑橘中随机抽取若干柑橘，进行柑橘损坏率的统计，并把获得的数据记录在下表中。估计一下柑橘损坏的概率是 \_\_\_\_\_ (结果保留小数点后一位).

柑橘总质量 $n/\text{Kg}$	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
损坏柑橘质量 $m/\text{Kg}$	5.50	10.50	15.15	19.42	24.25	30.93	35.32	39.24	44.57	51.51
柑橘损坏的频率 $\frac{m}{n}$ (结果保留小数点后三位)	0.110	0.105	0.101	0.097	0.097	0.103	0.101	0.098	0.099	0.103

15. 给出一种运算：对于函数  $y = x^n$ ，规定  $y' = nx^{n-1}$ . 例如：若函数  $y_1 = x^4$ ，则有

$y_1' = 4x^3$ . 函数  $y_2 = x^3$ ，则方程  $y_2' = 12$  的解是\_\_\_\_\_

16. 阅读下面材料：

在数学课上，王老师提出如下问题：

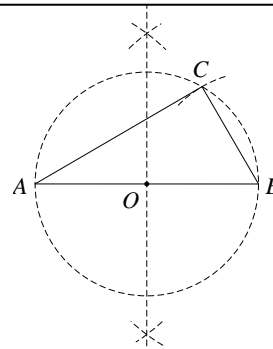
尺规作图：作  $\text{Rt}\triangle ABC$ ，使其斜边  $AB=c$ ，一条直角边  $BC=a$ 。

已知：  
 $\overline{c}$   
 $\overline{a}$

小宝的作法如下：

- ①取  $AB=c$ ，作  $AB$  的垂直平分线交  $AB$  于点  $O$ ；
- ②以点  $O$  为圆心， $OB$  长为半径画圆；
- ③以点  $B$  为圆心， $a$  长为半径画弧，与  $\odot O$  交于点  $C$ ；
- ④连接  $BC$ ， $AC$ 。

则  $\text{Rt}\triangle ABC$  即为所求。



王老师说：“小宝的作法正确。”

请回答：小宝的作法中判断  $\angle ACB$  是直角的依据是\_\_\_\_\_。

三、解答题(本题共 72 分，第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 8 分，第 29 题 7 分)

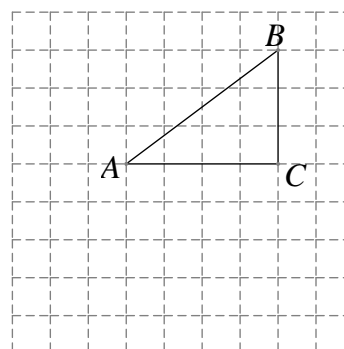
解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

17. 计算： $\sqrt{2} \cos 45^\circ - \tan 60^\circ + \sin 30^\circ - \frac{3}{2}$

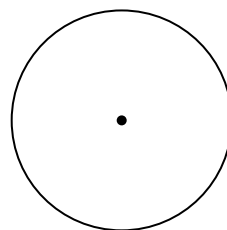
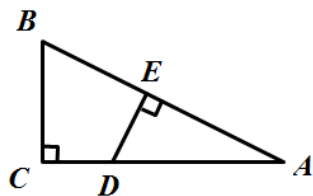
18. 如图，在边长为 1 的小正方形组成的网格中， $\triangle ABC$  的三个顶点均在格点上。将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle AB_1C_1$ 。

(1) 在网格中画出  $\triangle AB_1C_1$ ；

(2) 计算点  $B$  旋转到  $B_1$  的过程中所经过的路径长。(结果保留  $\pi$ )



19. 《九章算术》中记载了这样一道题：“今有圆材，埋在壁中，不知大小，以锯锯之，深一寸，锯道长一尺，问径几何？”用现代的语言表述为：“如果  $AB$  为  $\odot O$  的直径，弦  $CD \perp AB$  于  $E$ ， $AE = 1$  寸， $CD = 10$  寸，那么直径  $AB$  的长为多少寸？”请你补全示意图，并求出  $AB$  的长.



20. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $D$  是  $AC$  边上一点， $DE \perp AB$  于点  $E$ 。若  $DE = 2$ ， $BC = 3$ ， $AC = 6$ ，求  $AE$  的长.

21. 中国扇文化有着深厚的文化底蕴，是民族文化的一个组成部分，它与竹文化、佛教文化有着密切关系。历来中国被誉为制扇王国。扇子主要材料是：竹、木、纸、象牙、玳瑁、翡翠、飞禽翎毛、其它棕榈叶、槟榔叶、麦杆、蒲草等也能编制成各种千姿百态的日用工艺扇，造型优美，构造精制，经能工巧匠精心镂、雕、烫、钻或名人挥毫题诗作画，使扇子艺术身价倍增。折扇，古称“聚头扇”，或称为撒扇，或折叠扇，以其收拢时能够二头合并归一而得名。如图，折扇的骨柄  $OA$  的长为  $5a$ ，扇面的宽  $CA$  的长为  $3a$ ，折扇张开的角度为  $n^\circ$ ，求出扇面的面积(用代数式表示).

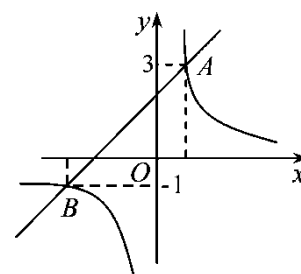


22. 如图，直线  $l: y = x + 2$  与双曲线  $C: y = \frac{k}{x}$  相交于  $A, B$  两点

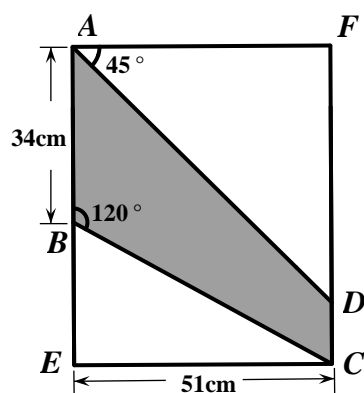
其中点  $A$  的纵坐标为 3，点  $B$  的纵坐标为 -1.

(1) 写出双曲线  $C$  的表达式；

(2) 过动点  $P(n, 0)$  且垂直于  $x$  轴的直线与  $l$  和  $C$  的交点分别为  $M, N$ , 当点  $M$  位于点  $N$  的上方时，写出  $n$  的取值范围.



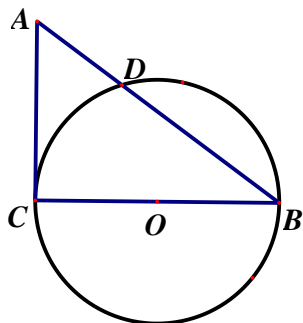
23. 2016 年 11 月 6 日，第十一届中国国际航空航天博览会（珠海航展）圆满落幕。从运-20、歼-10B、轰-6K、空警-500、武直-10K 等主力战机与观众的零距离接触，到长剑、鹰击、红旗等导弹家族的系列化呈现，再到翼龙无人机等新型装备的集体亮相，中国空军用看得见、摸得着的“真家伙”，向观众展现了中国空军前所未有的强大自信。慧慧想在一个矩形材料中剪出如图所示的阴影图形，作为要制作的航模飞机的一个翅膀，请你根据图中数据帮她计算出  $BE, CD$  的长度（结果保留整数，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.7$ ）



24.如图，在  $\text{Rt}\triangle ACB$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3\text{cm}$ ， $BC=4\text{cm}$ ，以  $BC$  为直径作  $\odot O$ ，交  $AB$  于点  $D$ 。

(1) 求线段  $AD$  的长度；

(2)  $E$  是线段  $AC$  上一动点，试问当点  $E$  运动到什么位置时，直线  $ED$  与  $\odot O$  相切，请写出你的思路。



25. 中秋节来临，小梅家自己制作月饼. 小梅做了三个月饼，1 个芝麻馅，2 个豆沙馅；小梅的爸爸做了两个月饼，1 个芝麻馅，1 个豆沙馅（除馅料不同，其它都相同）. 做好后他们请奶奶品尝月饼，奶奶从小梅做的月饼中拿了一个，从小梅爸爸做的月饼中拿了一个. 请利用列表或画树状图的方法求奶奶拿到的月饼都是豆沙馅的概率.

26.某学校运动会的立定跳远和 30 秒跳绳两个单项比赛分成预赛和决赛两个阶段.下表为 10 名学生的预赛成绩，其中有三个数据模糊.

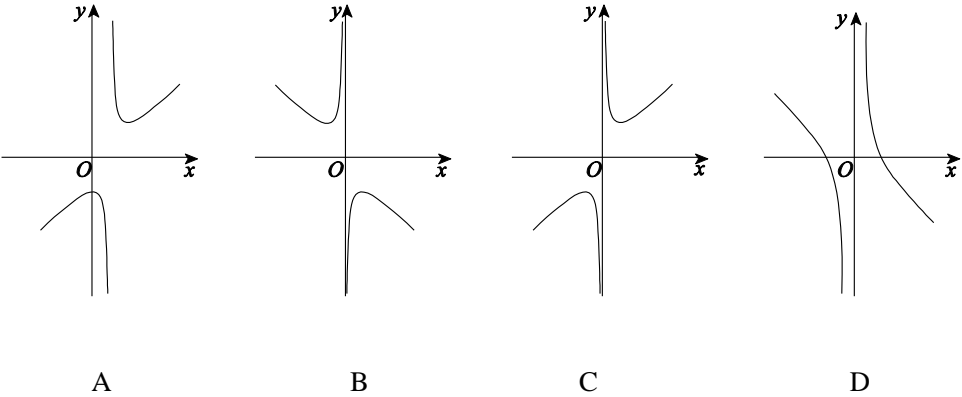
学生序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
立定跳远（单位：米）	1.96	1.92	1.82	1.80	1.78	1.76	1.74	1.72	1.68	1.60
30 秒跳绳（单位：次）	63	$a$	75	60	63	72	70	$a-1$	$b$	65

在这 10 名学生中，进入立定跳远决赛的有 8 人，同时进入立定跳远决赛和 30 秒跳绳决赛的有 6 人，请你根据表中数据猜一下 2 号，5 号，8 号，9 号学生哪一个进入 30 秒跳绳决赛.说明你的理由.

27. 探究函数  $y = x + \frac{9}{x}$  的图象与性质

(1) 函数  $y = x + \frac{9}{x}$  的自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_；

(2) 下列四个函数图象中，函数  $y = x + \frac{9}{x}$  的图象大致是\_\_\_\_\_；





(3) 对于函数  $y = x + \frac{9}{x}$ , 求当  $x > 0$  时,  $y$  的取值范围.

请将下面求解此问题的过程补充完整:

解:  $\because x > 0$ ,

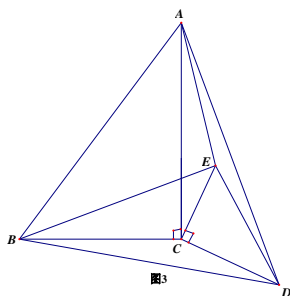
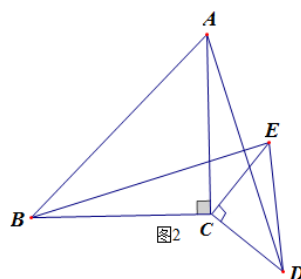
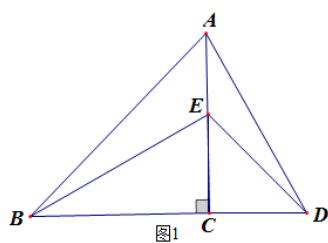
$$\begin{aligned}\therefore y &= x + \frac{9}{x} \\ &= (\sqrt{x})^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)^2 \\ &= \left(\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x}}\right)^2 + \underline{\hspace{2cm}}.\end{aligned}$$

$$\because \left(\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x}}\right)^2 \geq 0,$$

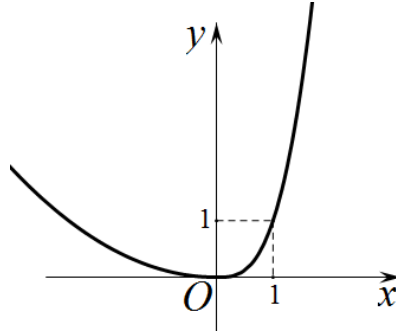
$$\therefore y \underline{\hspace{2cm}}$$

(4) 若函数  $y = \frac{x^2 - 4x + 9}{x}$ , 则  $y$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

28. 如图 1, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $E$  是边  $AC$  上任意一点(点  $E$  与点  $A$ ,  $C$  不重合), 以  $CE$  为一直角边作  $\text{Rt}\triangle ECD$ ,  $\angle ECD=90^\circ$ , 连接  $BE$ ,  $AD$ .
- (1) 若  $\text{Rt}\triangle ABC$  和  $\text{Rt}\triangle ECD$  是等腰直角三角形,
- ①猜想线段  $BE$ ,  $AD$  之间的数量关系及所在直线的位置关系, 直接写出结论;
- ②现将图 1 中的  $\text{Rt}\triangle ECD$  绕着点  $C$  顺时针旋转  $30^\circ$ , 得到图 2, 请判断①中的结论是否仍然成立, 若成立, 请证明; 若不成立, 请说明理由;
- (2) 若  $CA=8$ ,  $CB=6$ ,  $CE=3$ ,  $CD=4$ ,  $\text{Rt}\triangle ECD$  绕着点  $C$  顺时针旋转锐角  $\alpha$ , 如图 3, 连接  $BD$ ,  $AE$ , 计算  $BD^2 + AE^2$  的值.



29. 对于某一函数给出如下定义：若存在实数  $p$ ，当其自变量的值为  $p$  时，其函数值等于  $p$ ，则称  $p$  为这个函数的**不变值**．在函数存在不变值时，该函数的最大不变值与最小不变值之差  $q$  称为这个函数的**不变长度**．特别地，当函数只有一个不变值时，其不变长度  $q$  为零．例如，下图中的函数有 0, 1 两个不变值，其不变长度  $q$  等于 1．



(1) 分别判断函数  $y = x - 1$ ， $y = \frac{1}{x}$ ， $y = x^2$  有没有不变值？如果有，直接写出

其不变长度；

(2) 函数  $y = 2x^2 - bx$ ．

①若其不变长度为零，求  $b$  的值；

②若  $1 \leq b \leq 3$ ，求其不变长度  $q$  的取值范围；

(3) 记函数  $y = x^2 - 2x (x \geq m)$  的图象为  $G_1$ ，将  $G_1$  沿  $x=m$  翻折后得到的函数图象记为  $G_2$ ．函数  $G$  的图象由  $G_1$  和  $G_2$  两部分组成，若其不变长度  $q$  满足  $0 \leq q \leq 3$ ，则  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_．

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
选项	C	D	A	C	A	B	D	A	C	B

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 半径; 12. (1, -4);

13.  $a=-1$ (符合条件 $a<1$ 就可以);

14. 0.1

15.  $X=\pm 2$

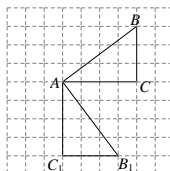
16. 直径所对的圆周角是直角.

三、解答题（本题共 72 分，第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 8 分，第 29 题 7 分）

$$17. \text{解: 原式} = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$= 1 - \sqrt{3} - 1 = -\sqrt{3}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

18. 解: 画图



... ..1 分

由  $CB=3, AC=4$ , 则  $AB=5$

.....2 分

又  $\angle BAB_1 = 90^\circ$ .

点  $B$  旋转到  $B_1$  的过程中所经过的路径是一段弧,

且它的圆心角为  $90^\circ$ , 半径为 5.

.....3 分

$$l = \frac{n\pi R}{180} = \frac{90\pi \times 5}{180} = \frac{5\pi}{2}$$

$$\therefore \widehat{BB_1} = \frac{5}{2}\pi$$

所以点  $B$  旋转到  $B_1$  的过程中所经过的路径长为  $\frac{5}{2}\pi$  .....5 分

19. 解: 画图 .....1 分

$\because OC$  是  $\odot O$  的半径, 设  $OC=R$   $AE=1$

$\therefore OE=R-1$ . .....2 分

$\because CD \perp AB$ ,

$\therefore$  Rt $\triangle CEO$  中  $CE^2 + OE^2 = OC^2$  .....3 分

$$\therefore R^2 = 5^2 + (R-1)^2 \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$2R=26 \quad R=13$$

$$\therefore AB=26 \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

20. 解:  $\angle A = \angle A$   $\angle DEA = \angle BCA = 90^\circ$ .

$\therefore \triangle DEA \sim \triangle BCA$ , .....2 分

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$$



又在  $\text{Rt}\triangle ADC$  中,  $AD^2 = AC^2 - CD^2$   
 $\therefore AD = \sqrt{9 - (\frac{12}{5})^2} = \frac{9}{5}$  .....3 分

(2)由 ED 与  $\odot O$  相切, 得  $\angle EDO = \angle ECO = 90^\circ$  ED, EC 是切线长  
 由  $CD \perp EO, CD \perp AB$ , 得,  $AB \parallel EO$ , 得 E 是 AC 的中点  
 $\therefore$  E 在 AC 的终点处, 直线 ED 与  $\odot O$  相切 .....5 分

25. 解:

	芝麻	豆沙	豆沙
芝麻	芝麻, 芝麻	芝麻豆沙	芝麻, 豆沙
豆沙	芝麻, 豆沙	豆沙, 豆沙	豆沙, 豆沙

六种情况, .....1 分

(六种情况对两个一分) .....4 分

全是豆沙馅的概率是  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  .....5 分

26.解: 分类讨论:

(1)若  $a-1 > 75$ , 即  $a > 76$ , 跳绳的排序是 a, a-1, 75, 72, 70,  
 63 有两位跳绳, 则很显然有 5 位或 7 位进入决赛, 不符合题意。... .....1 分

(2)若  $a-1 > 63$  或  $a < 70$  即  $64 < a < 70$  时, 跳绳的排序是 75, 72, 70, a, a-1,  
 63 有两位跳绳, 则很显然有 5 位或 7 位进入决赛, 不符合题意。... .....2 分

(3) 若  $a=62, a-1=61$ , 时, 跳绳的排序是 75, 72, 70, 63, 63, a, 一共六位进入决赛,  
 也就是, 1, 2, 3, 5, 6, 7 号跳绳运动员六位进入决赛, .....3 分

(4) 若  $a < 60$ , 跳绳的排序是 75, 72, 70, 63, 63, 60 一共六位进入决赛,  
 也就是, 1, 3, 4, 5, 6, 7 号跳绳运动员六位进入决赛, .....4 分

$\therefore$  符合条件同时进入立定跳远决赛和 30 秒跳绳决赛的 6 人中, 5 号一定进入 30 秒跳绳决赛。 .....5 分

也可以这样解释(由题意得立定跳远决赛的有 8 人, 所以序号为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 的学生入选,  
 又因为同时进入立定跳远决赛和 30 秒跳绳决赛的有 6 人, 所以 30 秒跳绳决赛的 6 人一定从 1~8 学号的学生选取, 假设 5 号不入选, 那么 1~8 序号的学生中有 5 人入选, 与题意 6 人入选矛盾, 所以 5 号一定入选。)

27. (1)  $x \neq 0$  .....1 分

(2) C .....2 分

(3) 6,  $\geq 6$  .....4 分

(4)  $y = \frac{x^2 - 4x + 9}{x} = x + \frac{9}{x} - 4$  .....5 分

分类讨论: 当  $x > 0$ , 时  $x + \frac{9}{x} \geq 6$ ,  $\therefore y \geq 2$

当  $x < 0$ , 时,  $-x > 0$ ,  $-\frac{9}{x} > 0$ ,  $-x - \frac{9}{x} = (\sqrt{-x})^2 + (\sqrt{-\frac{9}{x}})^2 \dots$  .....6 分

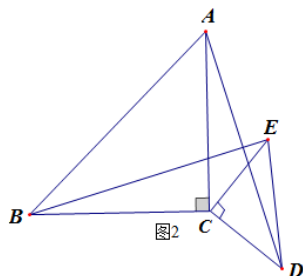
由 (3) 得,  $-x - \frac{9}{x} \geq 6$ , 所以,  $x + \frac{9}{x} \leq -6$ , 所以  $y \leq -10 \dots$  .....7 分

y 的取值范围是  $y \leq -10$  或  $y \geq 2$

28. (1) ①解:  $BE = AD$ ,  $BE \perp AD$ ; .....2 分

②  $BE = AD$ ,  $BE \perp AD$  仍然成立; ..... 3 分

证明: 设  $BE$  与  $AC$  的交点为点  $F$ ,  $BE$  与  $AD$  的交点为点  $G$ , 如图 1.



$$\because \angle ACB = \angle ECD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BCE = 120^\circ.$$

在  $\triangle ACD$  和  $\triangle BCE$  中,

$$\begin{cases} AC = BC, \\ \angle ACD = \angle BCE, \\ CD = CE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE.$$

$$\therefore AD = BE, \angle CAD = \angle CBE$$

$$\because \angle BFC = \angle AFG, \angle BFC + \angle CBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFG + \angle CAD = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AGF = 90^\circ.$$

$$\therefore BE \perp AD. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 证明: 设  $BE$  与  $AC$  的交点为点  $F$ ,  $BE$  的延长线与  $AD$  的交点为点  $G$ , 如图 2.

$$\because \angle ACB = \angle ECD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BCE = 90^\circ + \alpha$$

$$\because CA = 8, CB = 6, CE = 3, CD = 4,$$

$$\therefore \frac{CA}{CB} = \frac{CD}{CE} = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BCE \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle CAD = \angle CBE.$$

$$\because \angle BFC = \angle AFG, \angle BFC + \angle CBE = 90^\circ,$$

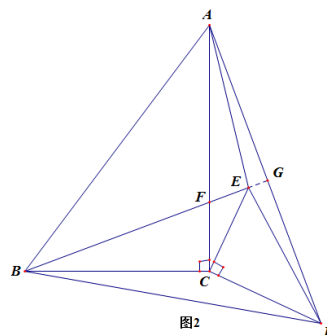
$$\therefore \angle AFG + \angle CAD = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AGF = 90^\circ.$$

$$\therefore BG \perp AD. \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle AGE = \angle BGD = 90^\circ.$$

$$\therefore AE^2 = AG^2 + EG^2, BD^2 = BG^2 + DG^2.$$



$$\begin{aligned}
&\therefore BD^2 + AE^2 = AG^2 + EG^2 + BG^2 + DG^2. \\
&\therefore AG^2 + BG^2 = AB^2, \quad EG^2 + DG^2 = ED^2, \\
&\therefore BD^2 + AE^2 = AB^2 + ED^2 = CA^2 + CB^2 + CD^2 + CE^2 = 125 \quad \dots\dots 8 \text{ 分}
\end{aligned}$$

29. 解: (1) 函数  $y = x + 1$  没有不变值;  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

函数  $y = \frac{1}{x}$  有  $-1$  和  $1$  两个不变值, 其不变长度为  $2$ ;  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

函数  $y = x^2$  有  $0$  和  $1$  两个不变值, 其不变长度为  $1$ ;  $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) ①  $\therefore$  函数  $y = 2x^2 - bx$  的不变长度为零,

$\therefore$  方程  $2x^2 - bx = x$  有两个相等的实数根.

$\therefore b = -1$ .  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

② 解方程  $2x^2 - bx = x$ , 得  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = \frac{b+1}{2}$   $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

$$\therefore 1 \leq b \leq 3,$$

$$\therefore 1 \leq x_2 \leq 2.$$

$\therefore$  函数  $y = 2x^2 - bx$  的不变长度  $q$  的取值范围为  $1 \leq q \leq 2$ .  $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

(3)  $m$  的取值范围为  $1 \leq m \leq 3$  或  $m < -\frac{1}{8}$ .  $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$