

# 雅礼教育集团初三段考

## 数学答案

### 一、选择题

BDBC    DACA    CBCA

### 二、填空题

13.  $a \geq -2$  且  $a \neq 0$     14.  $65^\circ$     15.  $17$

16.  $30$     17.  $(3, \sqrt{3})$     18.  $6$

### 三、解答题

19.  $6$

20. 化简得  $\frac{x+y}{x-y}$ , 代入求值得  $\sqrt{2}$

21. (1)  $40$      $2$

(2) 增加三次的有  $40 \times (1 - 20\% - 30\% - 40\%) = 4$ (人)

全班一共增加  $40 \times 40\% \times 1 + 40 \times 30\% \times 2 + 4 \times 3 = 52$ (次)

(3) 图略  $P(\text{一男一女}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

22. (1) 证明:  $\because BC=13, PC=8 \quad \therefore BP=5$

在  $Rt\triangle ABP$  中  $AP = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

在  $Rt\triangle APE$  和  $Rt\triangle ADE$  中 由  $AP=AD, AE=AE$  可得  $Rt\triangle APE \cong Rt\triangle ADE$

(2) 先证  $\triangle ABP \sim \triangle PCE$  再由  $\frac{AB}{PC} = \frac{BP}{CE}$  可得  $\frac{12}{13-x} = \frac{x}{y}$

即  $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{13}{12}x (0 < x < 13)$   $\therefore$  当  $x = 6.5$  时,  $y$  有最大值为  $\frac{169}{48}$ 。

### 四、解答题

23. (1) 设每个 A 公仔进价  $x$  元, 每个 B 公仔进价  $y$  元

$$\begin{cases} 10x + 20y = 120 \\ 16x + 10y = 82 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

答: 每个 A 公仔进价 2, 每个 B 公仔进价 5 元

(2) 设购进 A 公仔  $a$  个, B 公仔  $(20-a)$  个

$$\begin{cases} 2a + 5(20-a) \leq 60 \\ (5-2)a + (9-5)(20-a) \geq 65 \end{cases} \quad \text{解得} \quad 13\frac{1}{3} \leq a \leq 15$$

$\because a$  为整数  $\therefore a=14, 15$

有两种方案: ① A 公仔 14 个, B 公仔 6 个 ② A 公仔 15 个, B 公仔 5 个。

24. 解: (1)  $\because$  点 A (8, 0), 点 B (0, 8),

$\therefore$  OA=OB=8,

$\therefore$   $\triangle$ OAB 为等腰直角三角形,  $\therefore$   $\angle$ OBA=45°,

$\because$  OC//AB,

$\therefore$  当 C 点在 y 轴左侧时,  $\angle$ BOC= $\angle$ OBA=45°; 当 C 点在 y 轴右侧时,  $\angle$ BOC=180° -  $\angle$ OBA=135°;

(2) 当点 D 位于第一象限时, 点 C 位于第二象限. 如图, 过 C 点作 CF $\perp$ x 轴于 F,

$\because$  OC//AD,  $\therefore$   $\angle$ ADO= $\angle$ COD=90°,  $\therefore$   $\angle$ DOA+ $\angle$ DAO=90°

而  $\angle$ DOA+ $\angle$ COF=90°,  $\therefore$   $\angle$ COF= $\angle$ DAO,  $\therefore$  Rt $\triangle$ OCF $\sim$ Rt $\triangle$ AOD,

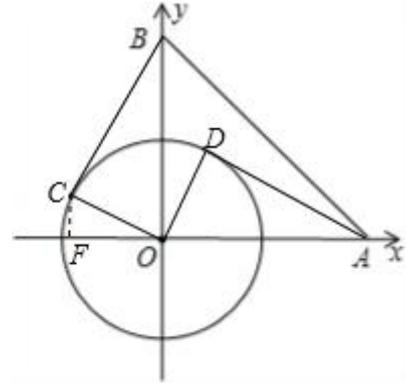
$\therefore \frac{CF}{OD} = \frac{OC}{OA}$ , 即  $\frac{CF}{4} = \frac{4}{8}$ , 解得 CF=2,

在 Rt $\triangle$ OCF 中, OF= $\sqrt{OC^2 - CF^2} = 2\sqrt{3}$ ,

$\therefore$  C 点坐标为 (-2 $\sqrt{3}$ , 2)

当点 D 位于第四象限时, 点 C 位于第一象限. 同样方法可求得 C 点坐标为 (2 $\sqrt{3}$ , 2).

$\therefore$  C 点坐标为 (-2 $\sqrt{3}$ , 2) 或 (2 $\sqrt{3}$ , 2)



(3) 直线 BC 是  $\odot$ O 的切线. 理由如下:

在 Rt $\triangle$ OCF 中, OC=4, OF=2,

$\therefore$   $\angle$ COF=30°,  $\therefore$   $\angle$ OAD=30°,  $\therefore$   $\angle$ BOC=60°,  $\angle$ AOD=60°,

$\because$  在  $\triangle$ BOC 和  $\triangle$ AOD 中

$$\begin{cases} OC=OD \\ \angle BOC=\angle AOD, \\ BO=AO \end{cases}$$

$\therefore$   $\triangle$ BOC $\cong$  $\triangle$ AOD (SAS),  $\therefore$   $\angle$ BCO= $\angle$ ADC=90°,  $\therefore$  OC $\perp$ BC,

$\therefore$  直线 BC 为  $\odot$ O 的切线.

## 五、解答题

(1) 25. 将 x=-1 代入 y=-x+1 得 y=2,  $\therefore$  点 (2, -1) 在函数 y=-x+1 作用下的传承点的坐标是 (-1, 2)

(2) 设 C(m,n) D(n,t)  $\because$  点 C,D 都在反比例函数图象上,  $\therefore$  mn=nt  $\therefore$  m=t

将 C(m,n) D(n,m) 代入 y=kx+2 得  $\begin{cases} mk+2=n \\ nk+2=m \end{cases}$  两式相减得 k=-1

$\therefore$  直线的解析式 y=-x+2 双曲线的解析式 y=- $\frac{1}{x}$

(3)  $\because$  抛物线 y=ax<sup>2</sup>+bx+c 的对称轴是直线 x=-1  $\therefore$  b=2a

$\because$  抛物线 y=ax<sup>2</sup>+bx+c 与直线 y=ax+d 交于对称轴两侧的 E,F 两点, 点 E 的横坐标为 1

$\therefore$  E(1, 3a+c) 且 3a+c=a+d 即 d=2a+c

$$F(3a+c, 3a^2+ac+d) \text{ 即 } F(3a+c, 3a^2+ac+2a+c)$$

对于二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  在 E, F 之间的最大值与最小值之差为 8

分  $a > 0$  和  $a < 0$  两种情况讨论

①  $a > 0$  抛物线开口向上, 直线上升, 由于 E 在对称轴右侧, F 在对称轴左侧, 二次函数在 E, F 之间的最大值在点 E  $(1, 3a+c)$  处取得, 最小值在顶点  $(-1, c-a)$  处取得, 从而有  $c-a+8=3a+c$  解得  $a=2$  故  $F(6+c, 16+3c)$  代入  $y = 2x^2 + 4x + c$  解得  $c = -5$  或  $c = -8$

但  $c = -5$  时  $d = -1$  求得  $E(1,1)F(1,1)$  重合, 故舍去;  $c = -8$  时  $d = -4$ , 求得  $E(1,-2)F(-2,-8)$ .

②  $a < 0$  抛物线开口向下, 直线下降, 由于 E 在对称轴右侧, F 在对称轴左侧, 二次函数在 E, F 之间的最小值在点 E  $(1, 3a+c)$  处取得, 最大值在顶点  $(-1, c-a)$  处取得, 从而有  $c-a-8=3a+c$  解得  $a=-2$  故  $F(6+c, 16+3c)$  代入  $y = -2x^2 - 4x + c$  解得  $c = 7$  或  $c = 4$

但  $c = 7$  时  $d = 0$  求得  $E(1,1)F(1,1)$  重合, 故舍去;  $c = 4$  时  $d = 0$ , 求得  $E(1,-2)F(-2,4)$ .

综上所述,  $E(1,-2)F(-2,-8)$  或  $E(1,-2)F(-2,4)$

26.(1) 解: 将  $C(0, -6)$  代入二次函数  $y = a(x^2 - 4mx - 12m^2)$ ,

$$\text{则 } -6 = a(0 - 0 - 12m^2), \text{ 解得 } a = \frac{1}{2m^2}.$$

(2) 证明: 如图 1, 过点 D、E 分别作 x 轴的垂线, 垂足为 M、N.

由  $a(x^2 - 4mx - 12m^2) = 0$ , 解得  $x_1 = -2m, x_2 = 6m$ ,

则  $A(-2m, 0), B(6m, 0)$ .

$\because CD \parallel AB, \therefore$  点 D 的坐标为  $(4m, -6)$ .

$\because AB$  平分  $\angle DAE, \therefore \angle DAM = \angle EAN$ ,

$\because \angle DMA = \angle ENA = 90^\circ, \therefore \triangle ADM \sim \triangle AEN$ .

$$\therefore \frac{AD}{AE} = \frac{AM}{AN} = \frac{DM}{EN}$$

设 E 坐标为  $(x, \frac{1}{2m^2}(x^2 - 4mx - 12m^2))$ ,

$$\therefore \frac{6}{\frac{1}{2m^2}(x^2 - 4mx - 12m^2)} = \frac{6m}{x - (-2m)}$$

$\therefore x = 8m, \therefore E(8m, 10)$ ,

$\because AM = AO + OM = 2m + 4m = 6m, AN = AO + ON = 2m + 8m = 10m, \therefore \frac{AD}{AE} = \frac{AM}{AN} = \frac{3}{5}$ , 即为定值.

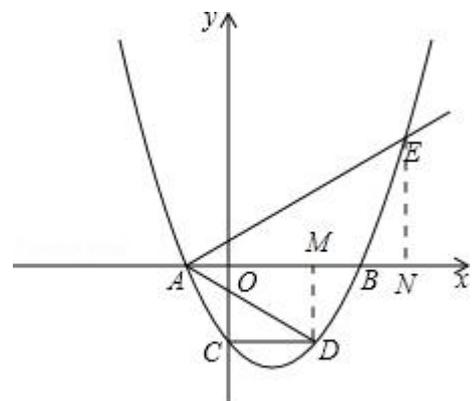


图 1

(3) 解：如图 2，记二次函数图象顶点为  $F$ ，则  $F$  的坐标为  $(2m, -8)$ ，过点  $F$  作  $FH \perp x$  轴于点  $H$ 。

$$\because \tan \angle CGO = \frac{OC}{OG}, \quad \tan \angle FGH = \frac{HF}{HG},$$

$$\therefore \frac{OC}{OG} = \frac{HF}{HG} \quad \text{即} \quad \frac{6}{OG} = \frac{8}{OG+2m} \therefore OG=6m.$$

$$\therefore GF = \sqrt{GH^2 + HF^2} = 8\sqrt{m^2 + 1},$$

$$AD = \sqrt{AM^2 + MD^2} = \sqrt{9m^2 + 9} = 6\sqrt{m^2 + 1},$$

$$\therefore \frac{GF}{AD} = \frac{4}{3} \therefore \frac{AD}{AE} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AD : GF : AE = 3 : 4 : 5$$

$\therefore$  以线段  $GF$ ,  $AD$ ,  $AE$  的长度为三边长的三角形是直角三角形。

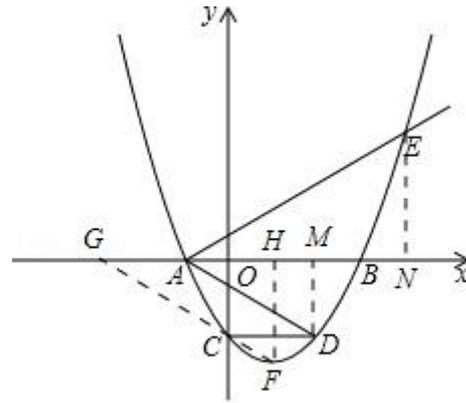


图 2