

雅礼教育集团初三段考

数学答案

一、选择题

BDBC DACA CBCA

二、填空题

13. $a \geq -2$ 且 $a \neq 0$ 14. 65° 15. 17

16. 30 17. $(3, \sqrt{3})$ 18. 6

三、解答题

19. 6

20. 化简得 $\frac{x+y}{x-y}$, 代入求值得 $\sqrt{2}$

21. (1) 40 2

(2) 增加三次的有 $40 \times (1 - 20\% - 30\% - 40\%) = 4$ (人)

全班一共增加 $40 \times 40\% \times 1 + 40 \times 30\% \times 2 + 4 \times 3 = 52$ (次)

(3) 图略 $P(\text{一男一女}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

22. (1) 证明: $\because BC=13, PC=8 \quad \therefore BP=5$

在 $\text{Rt}\triangle ABP$ 中 $AP = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

在 $\text{Rt}\triangle APE$ 和 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中 由 $AP=AD, AE=AE$ 可得 $\text{Rt}\triangle APE \cong \text{Rt}\triangle ADE$

(2) 先证 $\triangle ABP \sim \triangle PCE$ 再由 $\frac{AB}{PC} = \frac{BP}{CE}$ 可得 $\frac{12}{13-x} = \frac{x}{y}$

即 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{13}{12}x (0 < x < 13)$ \therefore 当 $x = 6.5$ 时, y 有最大值为 $\frac{169}{48}$ 。

四、解答题

23. (1) 设每个 A 公仔进价 x 元, 每个 B 公仔进价 y 元

$$\begin{cases} 10x + 20y = 120 \\ 16x + 10y = 82 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

答: 每个 A 公仔进价 2, 每个 B 公仔进价 5 元

(2) 设购进 A 公仔 a 个, B 公仔 $(20-a)$ 个

$$\begin{cases} 2a + 5(20-a) \leq 60 \\ (5-2)a + (9-5)(20-a) \geq 65 \end{cases} \quad \text{解得} \quad 13\frac{1}{3} \leq a \leq 15$$

$\because a$ 为整数 $\therefore a=14, 15$

有两种方案: ① A 公仔 14 个, B 公仔 6 个 ② A 公仔 15 个, B 公仔 5 个。

24. 解: (1) \because 点 A (8, 0), 点 B (0, 8),

$\therefore OA=OB=8$,

$\therefore \triangle OAB$ 为等腰直角三角形, $\therefore \angle OBA=45^\circ$,

$\because OC \parallel AB$,

\therefore 当 C 点在 y 轴左侧时, $\angle BOC = \angle OBA = 45^\circ$; 当 C 点在 y 轴右侧时, $\angle BOC = 180^\circ - \angle OBA = 135^\circ$;

(2) 当点 D 位于第一象限时, 点 C 位于第二象限. 如图, 过 C 点作 $CF \perp x$ 轴于 F,

$\because OC \parallel AD$, $\therefore \angle ADO = \angle COD = 90^\circ$, $\therefore \angle DOA + \angle DAO = 90^\circ$

而 $\angle DOA + \angle COF = 90^\circ$, $\therefore \angle COF = \angle DAO$, $\therefore \text{Rt} \triangle OCF \sim \text{Rt} \triangle AOD$,

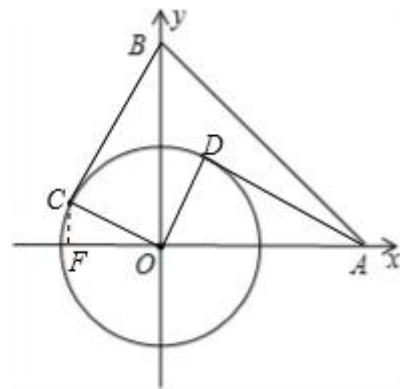
$\therefore \frac{CF}{OD} = \frac{OC}{OA}$, 即 $\frac{CF}{4} = \frac{4}{8}$, 解得 $CF=2$,

在 $\text{Rt} \triangle OCF$ 中, $OF = \sqrt{OC^2 - CF^2} = 2\sqrt{3}$,

\therefore C 点坐标为 $(-2\sqrt{3}, 2)$

当点 D 位于第四象限时, 点 C 位于第一象限. 同样方法可求得 C 点坐标为 $(2\sqrt{3}, 2)$.

\therefore C 点坐标为 $(-2\sqrt{3}, 2)$ 或 $(2\sqrt{3}, 2)$



(3) 直线 BC 是 $\odot O$ 的切线. 理由如下:

在 $\text{Rt} \triangle OCF$ 中, $OC=4$, $OF=2$,

$\therefore \angle COF=30^\circ$, $\therefore \angle OAD=30^\circ$, $\therefore \angle BOC=60^\circ$, $\angle AOD=60^\circ$,

\because 在 $\triangle BOC$ 和 $\triangle AOD$ 中

$$\begin{cases} OC=OD \\ \angle BOC=\angle AOD, \\ BO=AO \end{cases}$$

$\therefore \triangle BOC \cong \triangle AOD$ (SAS), $\therefore \angle BCO = \angle ADC = 90^\circ$, $\therefore OC \perp BC$,

\therefore 直线 BC 为 $\odot O$ 的切线.

五、解答题

(1) 25. 将 $x=-1$ 代入 $y=-x+1$ 得 $y=2$, \therefore 点 $(2, -1)$ 在函数 $y=-x+1$ 作用下的传承点的坐标是 $(-1, 2)$

(2) 设 $C(m,n)$ $D(n,t)$ \because 点 C,D 都在反比例函数图象上, $\therefore mn=nt$ $\therefore m=t$

将 $C(m,n)$ $D(n,m)$ 代入 $y=kx+2$ 得 $\begin{cases} mk+2=n \\ nk+2=m \end{cases}$ 两式相减得 $k=-1$

\therefore 直线的解析式 $y=-x+2$ 双曲线的解析式 $y=-\frac{1}{x}$

(3) \because 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴是直线 $x=-1$ $\therefore b=2a$

\because 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与直线 $y=ax+d$ 交于对称轴两侧的 E,F 两点, 点 E 的横坐标为 1

$\therefore E(1, 3a+c)$ 且 $3a+c=a+d$ 即 $d=2a+c$

$$F(3a+c, 3a^2+ac+d) \text{ 即 } F(3a+c, 3a^2+ac+2a+c)$$

对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 在 E, F 之间的最大值与最小值之差为 8

分 $a > 0$ 和 $a < 0$ 两种情况讨论

① $a > 0$ 抛物线开口向上, 直线上升, 由于 E 在对称轴右侧, F 在对称轴左侧, 二次函数在 E, F 之间的最大值在点 E $(1, 3a+c)$ 处取得, 最小值在顶点 $(-1, c-a)$ 处取得, 从而有 $c-a+8=3a+c$ 解得 $a=2$ 故 $F(6+c, 16+3c)$ 代入 $y = 2x^2 + 4x + c$ 解得 $c = -5$ 或 $c = -8$

但 $c = -5$ 时 $d = -1$ 求得 $E(1, 1)F(1, 1)$ 重合, 故舍去; $c = -8$ 时 $d = -4$, 求得 $E(1, -2)F(-2, -8)$.

② $a < 0$ 抛物线开口向下, 直线下降, 由于 E 在对称轴右侧, F 在对称轴左侧, 二次函数在 E, F 之间的最小值在点 E $(1, 3a+c)$ 处取得, 最大值在顶点 $(-1, c-a)$ 处取得, 从而有 $c-a-8=3a+c$ 解得 $a=-2$ 故 $F(6+c, 16+3c)$ 代入 $y = -2x^2 - 4x + c$ 解得 $c = 7$ 或 $c = 4$

但 $c = 7$ 时 $d = 0$ 求得 $E(1, 1)F(1, 1)$ 重合, 故舍去; $c = 4$ 时 $d = 0$, 求得 $E(1, -2)F(-2, 4)$.

综上所述, $E(1, -2)F(-2, -8)$ 或 $E(1, -2)F(-2, 4)$

26.(1) 解: 将 $C(0, -6)$ 代入二次函数 $y = a(x^2 - 4mx - 12m^2)$,

$$\text{则 } -6 = a(0 - 0 - 12m^2), \text{ 解得 } a = \frac{1}{2m^2}.$$

(2) 证明: 如图 1, 过点 D、E 分别作 x 轴的垂线, 垂足为 M、N.

$$\text{由 } a(x^2 - 4mx - 12m^2) = 0, \text{ 解得 } x_1 = -2m, x_2 = 6m,$$

$$\text{则 } A(-2m, 0), B(6m, 0).$$

$$\because CD \parallel AB, \therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } (4m, -6).$$

$$\because AB \text{ 平分 } \angle DAE, \therefore \angle DAM = \angle EAN,$$

$$\because \angle DMA = \angle ENA = 90^\circ, \therefore \triangle ADM \sim \triangle AEN.$$

$$\therefore \frac{AD}{AE} = \frac{AM}{AN} = \frac{DM}{EN}.$$

$$\text{设 } E \text{ 坐标为 } (x, \frac{1}{2m^2}(x^2 - 4mx - 12m^2)),$$

$$\therefore \frac{6}{\frac{1}{2m^2}(x^2 - 4mx - 12m^2)} = \frac{6m}{x - (-2m)}$$

$$\therefore x = 8m, \therefore E(8m, 10),$$

$$\because AM = AO + OM = 2m + 4m = 6m, AN = AO + ON = 2m + 8m = 10m, \therefore \frac{AD}{AE} = \frac{AM}{AN} = \frac{3}{5}, \text{ 即为定值.}$$

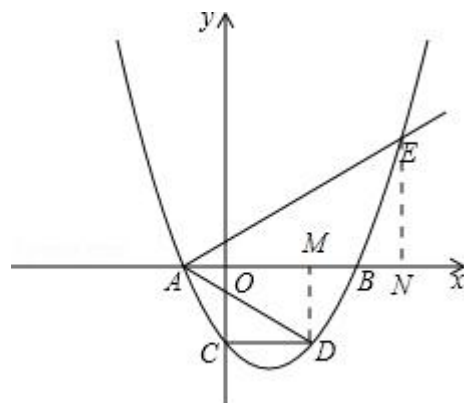


图 1

(3) 解：如图 2，记二次函数图象顶点为 F ，则 F 的坐标为 $(2m, -8)$ ，过点 F 作 $FH \perp x$ 轴于点 H 。

$$\because \tan \angle CGO = \frac{OC}{OG}, \quad \tan \angle FGH = \frac{HF}{HG},$$

$$\therefore \frac{OC}{OG} = \frac{HF}{HG} \quad \text{即} \quad \frac{6}{OG} = \frac{8}{OG + 2m} \therefore OG = 6m.$$

$$\because GF = \sqrt{GH^2 + HF^2} = 8\sqrt{m^2 + 1},$$

$$AD = \sqrt{AM^2 + MD^2} = \sqrt{9m^2 + 9} = 3\sqrt{m^2 + 1},$$

$$\therefore \frac{GF}{AD} = \frac{4}{3} \therefore \frac{AD}{AE} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AD : GF : AE = 3 : 4 : 5$$

\therefore 以线段 GF , AD , AE 的长度为三边长的三角形是直角三角形。

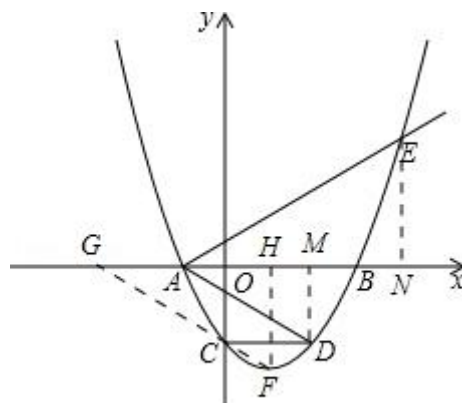


图 2