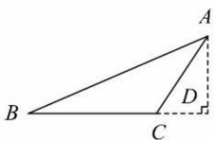
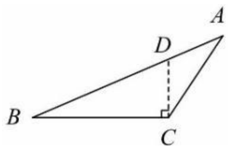
2016-2017 广东广州越秀区广大附中初二第一学期期中大联盟考试

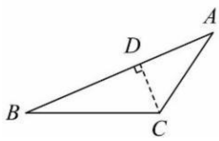
数学卷

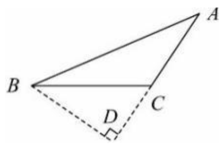
一、选择题.

1．如图，过△ABC 的顶点 A，作 BC 边上的高，以下作法正确的是（　　）.

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】A

【解析】在△ABC 中，BC 边上的高为：过 A 垂直于 BC 或者 BC 的延长线的线段。因此只有 A 项正确.

故本题正确答案为 A .

2．下列判断正确的是（　　）.

A．点 $(-3,4)$ 与点 $(3,4)$ 关于 x 轴对称　　B．点 $(3,-4)$ 与点 $(-3,4)$ 关于 y 轴对称

C．点 $(4,-3)$ 与点 $(4,3)$ 关于 y 轴对称　　D．点 $(3,4)$ 与点 $(3,-4)$ 关于 x 轴对称

【答案】D

【解析】A、点 $(-3,4)$ 与点 $(3,4)$ 关于 y 轴对称.

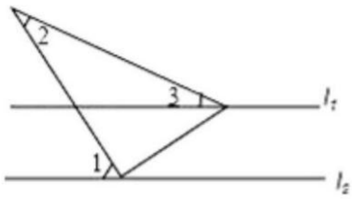
B、点 $(3,-4)$ 与点 $(-3,4)$ 关于原点轴对称.

C、点 $(4,-3)$ 与点 $(4,3)$ 关于 x 轴对称.

D、点 $(3,4)$ 与点 $(3,-4)$ 关于 x 轴对称.

3．如图，直线 $l_1 /\!/ l_2$，$\angle 1 = 50°$，$\angle 2 = 24°$，则 $\angle 3$ 的度数为（　　）.

A．$66°$　　B．$25°$　　C．$26°$　　D．$36°$



【答案】C

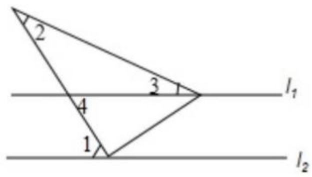
【解析】如图，∵ $l_1 /\!/ l_2$，

∴ $\angle 4 = \angle 1 = 50°$，

又∵ $\angle 4 = \angle 2 + \angle 3$，

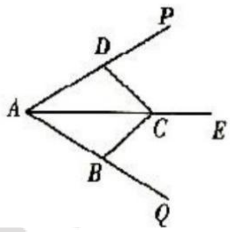
∴ $\angle 3 = \angle 4 - \angle 2 = 50° - 24° = 26°$，

故答案选 C .



4．如图，有一个简易平分角的仪器（四边形 $ABCD$），其中 $AB=AD$，$BC=DC$，将点 A 放在角的顶点处，AB 和 AD 沿着角的两边张开，沿对角线 AC 画射线 AE，AE 就是 $\angle PAQ$ 的平分线，这个平分角的仪器的制作原理是（　　）．

A．角平分线性质　　B．AAS　　C．SSS　　D．SAS



【答案】C

【解析】∵ $AB=AD$，$BC=DC$，

又∵ AC 为公共边，

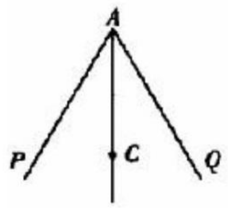
∴ $\triangle ADC\cong\triangle ABC$（SSS）

∴ $\angle DAC=\angle BAC$，

所以 AE 就是 $\angle PAQ$ 的平分线，故正确答案为 C．

5．如图所示，已知 AC 平分 $\angle PAQ$，点 B、B' 分别在边 AP、AQ 上，如果添加一个条件，即可推出 $AB=AB'$，那么该条件不可以是（　　）．

A．$BB'\perp AC$　　B．$BC=B'C$　　C．$\angle ACB=\angle ACB'$　　D．$\angle ABC=\angle AB'C$



【答案】B

【解析】A、若 $BB'\perp AC$，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AB'C$ 中，$\angle BAC=\angle B'AC$，$AC=AC$，$\angle ACB=\angle ACB'$，

∴ $\triangle ABC\cong\triangle AB'C$（ASA），故 $AB=AB'$．

B、若 $BC=B'C$，不能证明 $\triangle ABC\cong\triangle AB'C$，即不能证明 $AB=AB'$．

C、若 $\angle ACB=\angle ACB'$，则在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AB'C$ 中，$\angle BAC=\angle B'AC$，$AC=AC$，$\angle ACB=\angle ACB'$，

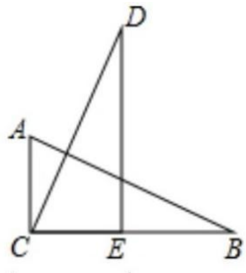
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AB'C$（ASA），故 $AB = AB'$.

D、若 $\angle ABC = \angle AB'C$，则在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AB'C$ 中，$\angle BAC = \angle B'AC$，$\angle ABC = \angle AB'C$，$AC = AC$，

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AB'C$（AAS），故 $AB = AB'$.

6．如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 中，若 $\angle ACB = \angle CED = 90°$，$AB = CD$，$BC = DE$，则下列结论中不正确的是（　　）.

A．$\triangle ABC \cong \triangle CDE$　B．$CE = AC$　C．$AB \perp CD$　D．E 为 BC 中点



【答案】D

【解析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中，$\begin{cases} AB = CD \\ BC = DE \end{cases}$，

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle CDE$（HL），故 A 正确.

$\therefore CE = AC$，故 B 正确.

$\therefore \angle A = \angle DCE$，

$\because \angle A + \angle B = 90°$，

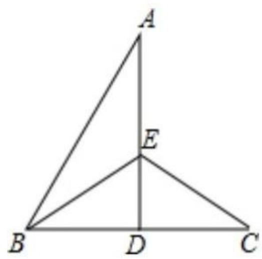
$\therefore \angle DCE + \angle B = 90°$，

$\therefore AB \perp CD$，故 C 正确.

所以答案为 D .

7. 如图，$\angle ABC = 50°$，AD 垂直平分线段 BC 于点 D，$\angle ABC$ 的平分线 BE 交 AD 于点 E，连接 EC，则 $\angle ABC$ 的度数是（　　）.

A．$115°$　B．$75°$　C．$105°$　D．$50°$



【答案】A

【解析】∵ BE 是 $\angle ABC$ 的平分线，$\angle ABC = 50°$，

∴ $\angle EBD = \frac{1}{2}\angle ABC = 25°$，

∵ AD 垂直平分线段 BC，

∴ $EB = EC$， $\angle ADC = 90°$，

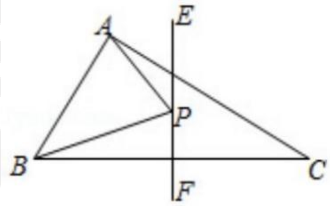
∴ $\angle C = \angle EBD = 25°$，

∴ $\angle AEC = \angle ADC + \angle C = 115°$.

故正确答案为 A .

8．如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90°$， $AB = 3$， $AC = 4$， $BC = 5$， EF 垂直平分 BC，点 P 为直线 EF 上的任一点，则 $AP + BP$ 的最小值是（　　）.

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6



【答案】B

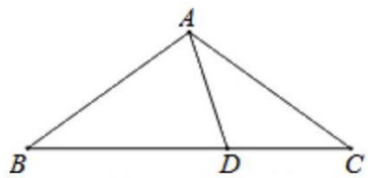
【解析】∵ EF 垂直平分 BC，

∴点 B、C 关于 EF 对称，连接 AC 交 EF 于 D，

∴当 P 与 D 重合时， $AP + BP$ 的值最小，最小值等于 AC 的长，故正确答案为 B .

9．如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$，且 D 为 BC 上一点， $CD = AD$， $AB = BD$，则 $\angle B$ 的度数为（　　）.

A. $30°$　　B. $36°$　　C. $40°$　　D. $45°$



【答案】B

【解析】∵ $AB = AC$，

∴ $\angle B = \angle C$，

∵ $AB = BD$，

∴ $\angle BAD = \angle BDA$，

∵ $CD = AD$，

∴ $\angle C = \angle DAC$

∵ $\angle BAD + \angle DAC + \angle B + \angle C = 180°$,

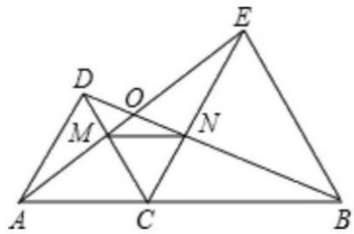
∴ $5\angle B = 180°$，

∴ $\angle B = 36°$.

10．如图，点 A、C、B 在同一直线上，$\triangle DAC$ 和 $\triangle EBC$ 均是等边三角形，AE 与 BD 交于点 O，AE、BD

分别与 CD、CE 交于点 M、N，有如下结论：① $AE=BD$；② $\triangle ACM \cong \triangle DCN$；③ $EM=BN$；④ $MN /\!/ BC$；⑤ $\angle DOA=60^\circ$，其中，

A. 5个　　B. 4个　　C. 3个　　D. 2个



【答案】A

【解析】∵ $\triangle DAC$ 和 $\triangle EBC$ 均是等边三角形，

∴ $AC=CD$，$BC=CE$，$\angle ACD=\angle BCE=60^\circ$，

∴ $\angle ACD+\angle DCE=\angle BCE+\angle DCE$，即 $\angle ACE=\angle BCD$.

在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle DCB$ 中，

∵ $\begin{cases} AC=CD \\ \angle ACE=\angle BCD \\ BC=CE \end{cases}$，

∴ $\triangle ACE \cong \triangle DCB$（SAS），

∴ $AE=BD$，$\angle CAE=\angle CDB$，故①正确.

在 $\triangle ACM$ 和 $\triangle DCN$ 中，

∵ $\begin{cases} \angle ACD=\angle DCE \\ AC=CD \\ \angle CAE=\angle CDB \end{cases}$，

∴ $\triangle ACM \cong \triangle DCN$（ASA），故②正确.

∴ $AM=DN$，$CM=CN$，

∴ $AE-AM=BD-DN$，即 $EM=BN$，故③正确.

∵ $\angle MCN=180^\circ-\angle ACD-\angle BCE=180^\circ-60^\circ-60^\circ=60^\circ$，$CM=CN$，

∴ $\triangle CMN$ 是等边三角形，

∴ $\angle CNM=60^\circ$，

∴ $\angle CNM=\angle BCE$，

∴ $MN /\!/ BC$，故④正确.

在 $\triangle AOD$ 中，∵ $\angle CAE=\angle CDB$，

∴ $\angle ADO+\angle DAO=\angle ADC+\angle DAO+\angle CAE=\angle ADC+\angle DAC=120^\circ$，

∴ $\angle DOA=180^\circ-(\angle ADO+\angle DAO)=180^\circ-120^\circ=60^\circ$，故⑤正确.

综上所述，正确的结论有①②③④⑤共5个．故正确答案为A.

二、填空题.

11．已知 $\triangle ABC$ 中，$\angle A:\angle B:\angle C=1:3:5$，则 $\triangle ABC$ 是 ________ 三角形.

【答案】钝角

【解析】设 $\angle A=x$， $\angle B=3x$， $\angle C=5x$，

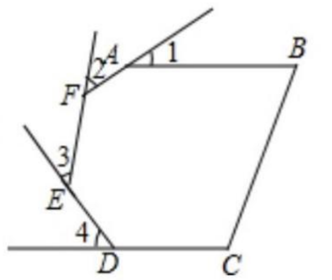
∵ $\angle A+\angle B+\angle C=180°$，

∴ $x+3x+5x=180°$，解得： $x=20°$，

∴ $\angle A=20°$， $\angle B=60°$， $\angle C=100°$，

∴ $\triangle ABC$ 为钝角三角形.

12．如图，六边形 $ABCDEF$ 中， $AB/\!/DC$， $\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$ 分别是 $\angle BAF$、$\angle AFE$、$\angle FED$、$\angle EDC$ 的外角，则 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=$ __________.



【答案】180°

【解析】∵ $AB/\!/DC$，

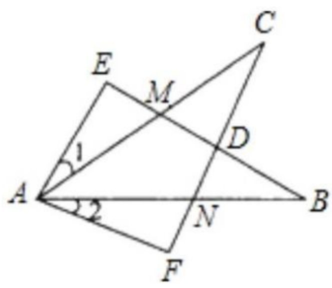
∴ $\angle B+\angle C=180°$，

∴ $\angle B$ 与 $\angle C$ 的外角和为 $180°$，

∵六边形 $ABCDEF$ 的外角和为 $360°$，

∴ $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=180°$，故正确答案： $180°$.

13．如图，已知 $\triangle ABE\cong\triangle ACF$， $\angle E=\angle F=90°$， $\angle CMD=70°$，则 $\angle 2=$ __________度.



【答案】 20°

【解析】∵ $\angle AME=\angle CMD=70°$，

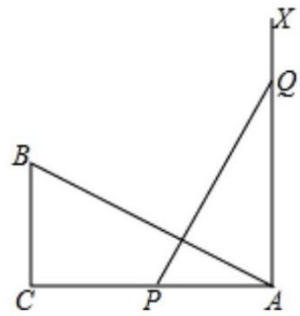
∴在 $\triangle AEM$ 中， $\angle 1=180°-90°-70°=20°$.

∵ $\triangle ABE\cong\triangle ACF$，

∴ $\angle EAB=\angle FAC$，即 $\angle 1+\angle CAB=\angle 2+\angle CAB$，

∴ $\angle 2=\angle 1=20°$.

14．如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90°$， $AC=12$， $BC=6$，一条线段 $PQ=AB$， P、Q 两点分别在线段 AC 和过点 A 且垂直于 AC 的射线 AX 上运动，要使 $\triangle ABC$ 和 $\triangle QPA$ 全等，则 $AP=$ __________.



【答案】6或12

【解析】①当 $AP=CB$ 时，

$\because \angle C=\angle QAP=90^\circ$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle QPA$ 中，

$$\begin{cases}AP=CB\\AB=QP\end{cases},$$

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle ABC\cong \mathrm{Rt}\triangle QPA$（HL），

即 $AP=BC=6$.

②当 P 运动到与 C 点重合时，$AP=AC$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle BCA$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle QAP$ 中，

$$\begin{cases}AP=AC\\AB=QP\end{cases},$$

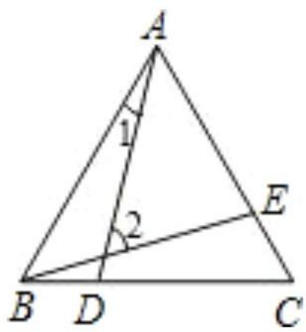
$\therefore \mathrm{Rt}\triangle BCA\cong \mathrm{Rt}\triangle QAP$（HL），

即 $AP=AC=12$，

$\therefore$当 P 运动到与 C 点重合时，$\triangle ABC$ 才能和 $\triangle APQ$ 全等.

综上所述，$AP=6$ 或 12.

15．如图所示，$\triangle ABC$ 是等边三角形，且 $BD=CE$，则 $\angle 2$ 的度数为 __________.



【答案】60°

【解析】在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCE$ 中，

$$\begin{cases}AB=BC\\\angle ABC=\angle ACB\\BD=CE\end{cases},$$

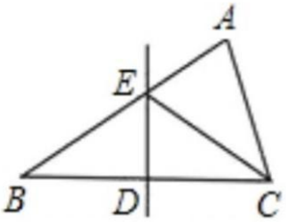
∴ $\triangle ABD \cong \triangle BCE$（SAS），

∴ $\angle 1 = \angle CBE$，

∵ $\angle 2 = \angle 1 + \angle ABE$，

∴ $\angle 2 = \angle CBE + \angle ABE = \angle ABC = 60°$.

16．如图，在$\triangle ABC$中，BC边上的垂直平分线DE交边BC于点D，交边AB于点E，若$\triangle EDC$的周长为24，$\triangle ABC$与四边形$AEDC$的周长之差为12，则线段DE的长为 ＿＿＿＿＿＿.



【答案】6

【解析】∵直线DE垂直平分BC，

∴ $BD = CD$， $BE = CE$.

由题意 $(AB + BC + AC) - (AE + DE + DC + AC) = BE + DC - DE = CE + DC - DE = 12$，①

又∵ $CE + DC + DE = 24$，②

由①②得： $2DE = 12$，

∴ $DE = 6$.

三、解答题.

17．已知三角形的三条边为互不相等的整数，且有两边长分别为7和9，另一条边长为偶数.

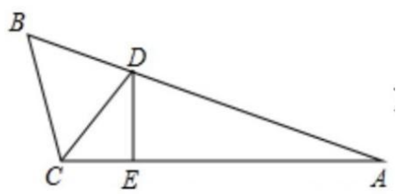
（1）请求出一个符合上述条件的第三边长.

（2）若符合上述条件的三角形共有a个，求a的值.

【解析】（1）已知两边长分别为7和9，设第三边长是m，则$9-7 < m < 9+7$ ，即$2 < m < 16$. 所以取4，6，8，10，12，14均可，答案不唯一.

（2）由（1）可知，m的值为4，6，8，10，12，14共六个，所以$a = 6$.

18. 如图，$\triangle ABC$中，$\angle A = 20°$，CD是$\angle BCA$的平分线，$\triangle CDA$中，DE是CA边上的高，又有$\angle EDA = \angle CDB$，求$\angle B$的大小.



【解析】∵ DE是CA边上的高，

∴ $\angle DEA = \angle DEC = 90°$，

∵ $\angle A = 20°$，

∴ $\angle EDA = 90° - 20° = 70°$，

∵ $\angle EDA = \angle CDB$，

∴ $\angle CDE = 180° - 70° \times 2 = 40°$，

在 Rt$\triangle CDE$ 中，$\angle DCE=90^\circ-40^\circ=50^\circ$，

$\because$ CD 是 $\angle BCA$ 的平分线，

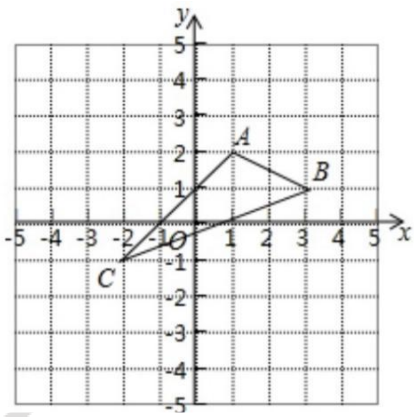
$\therefore$ $\angle BCA=2\angle DCE=2\times50^\circ=100^\circ$，

在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=180^\circ-\angle A-\angle BCA=180^\circ-20^\circ-100^\circ=60^\circ$．所以 $\angle B$ 的大小是 60°．

19．如图，在平面直角坐标系中，$A\ (1,2)$，$B\ (3,1)$，$C\ (-2,-1)$．

（1）在图中作出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$．

（2）求 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积．



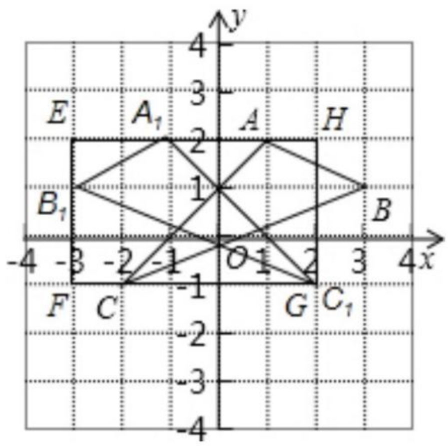
【解析】（1）如图所示：$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求．

（2）$S_{\triangle A_1B_1C_1}=S_{矩形EFGH}-S_{\triangle A_1EC_1}-S_{\triangle B_1FC_1}-S_{\triangle A_1HC_1}$

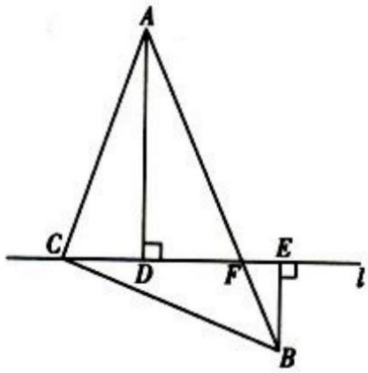
$=3\times5-\frac{1}{2}\times1\times2-\frac{1}{2}\times2\times5-\frac{1}{2}\times3\times3$

$=15-1-5-\frac{9}{2}$

$=4.5$．



20．如图所示，$Rt\triangle ABC$ 的直角顶点 C 置于直线 l 上，$AC=BC$，现过 A、B 两点分别作直线 l 的垂线，垂足分别为点 D、E．求证：$\triangle ACD\cong\triangle CBE$．



【解析】∵ $AD \perp CE$， $BE \perp CE$，

∴ $\angle ADC = \angle CEB = 90°$，

又∵ $\angle ACB = 90°$，

∴ $\angle ACD + \angle BCE = 90°$，

又∵在 $Rt\triangle BCE$ 中， $\angle CBE + \angle BCE = 90°$，

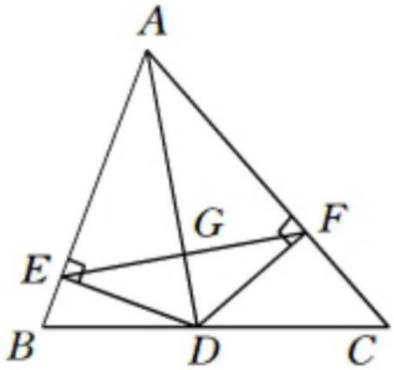
∴ $\angle ACD = \angle CBE$，

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中，

$$\begin{cases} \angle ACD = \angle CBE \\ \angle ADC = \angle CEB \\ AC = BC \end{cases}，$$

∴ $\triangle ACD \cong \triangle CBE$ （AAS）.

21．如图， AD 是 $\angle BAC$ 的平分线， $DE \perp AB$， $DF \perp AC$，垂足分别为 E 、 F，连接 EF， EF 交 AD 于点 G． 求证： AD 垂直平分 EF .



【解析】∵ AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，

∴ $\angle DAE = \angle DAF$，

又∵ $AD = AD$， $\angle AED = \angle AFD = 90°$，

∴ $\triangle ADE \cong \triangle ADF$ （AAS），

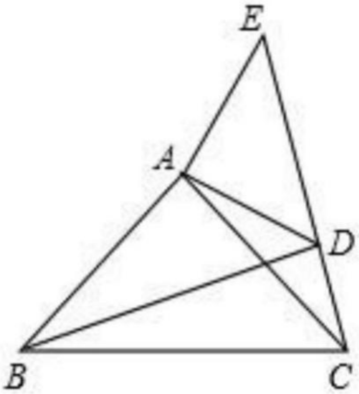
∴ $DE = DF$，即 AD 上 D 点到线段 EF 两端端点距离相等.

∴ AD 垂直平分 EF .（根据垂直平分线的判定可得）

22．已知：如图，在 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ 中， $\angle BAC = \angle DAE = 90°$， $AB = AC$， $AD = AE$，点 C 、 D 、 E 三点在同一直线上，连接 BD .

（1）求证：$\triangle BAD \cong \triangle CAE$．

（2）试猜想 BD、CE 有何特殊位置关系，并证明．



【解析】（1）证明：$\because \angle BAC = \angle DAE = 90°$，

$\therefore \angle BAC + \angle CAD = \angle DAE + \angle CAD$，

即 $\angle BAD = \angle CAE$，

又 $\because AB = AC$，$AD = AE$，

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$（SAS）.

（2）$BD \perp CE$

证明如下：由（1）知 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$，

$\therefore \angle ADB = \angle E$，

$\because \angle DAE = 90°$，

$\therefore \angle E + \angle ADE = 90°$，

$\therefore \angle ADB + \angle ADE = 90°$．

即 $\angle BDE = 90°$．

$\therefore BD$、CE 的特殊位置关系：$BD \perp CE$

23．如图，等腰 $\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，点 D 是 AC 上一动点，点 E 在 BD 的延长线上，且 $AB = AE$，AF 平分 $\angle CAE$ 交 DE 于 F．

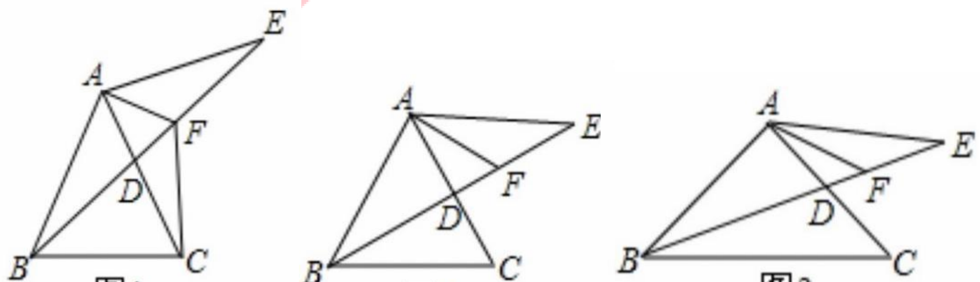


图1　图2　图3

（1）如图1，连 CF，求证：$\angle ABE = \angle ACF$．

（2）如图2，当 $\angle ABC = 60°$ 时，求证：$AF + EF = FB$．

（3）如图3，当 $\angle ABC = 45°$ 时，若 BD 平分 $\angle ABC$，求证：$BD = 2EF$．

【解析】（1）证明：$\because AF$ 平分 $\angle CAE$，

$\therefore \angle EAF=\angle CAF$，

$\because AB=AC$， $AB=AE$，

$\therefore AE=AC$，

在 $\triangle ACF$ 和 $\triangle AEF$ 中，$\begin{cases} AE=AC \\ \angle EAF=\angle CAF \\ AF=AF \end{cases}$，

$\therefore \triangle ACF \cong \triangle AEF$（SAS），

$\therefore \angle E=\angle ACF$，

$\because AB=AE$，

$\therefore \angle E=\angle ABE$，

$\therefore \angle ABE=\angle ACF$．

（2）连接 CF，

$\because \triangle ACF \cong \triangle AEF$，

$\therefore EF=CF$， $\angle E=\angle ABE=\angle ACF$，

在 FB 上截取 $BM=CF$，连接 AM，在

$\triangle ABM$ 和 $\triangle ACF$ 中，$\begin{cases} AB=AC \\ \angle ABM=\angle ACF \\ BM=CF \end{cases}$，

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ACF$（SAS），

$\therefore AM=AF$， $\angle BAM=\angle CAF$，

$\because AB=AC$， $\angle ABC=60^\circ$，

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle BAC=60^\circ$，

$\therefore \angle MAF=\angle MAC+\angle CAF=\angle MAC+\angle BAM=\angle BAC=60^\circ$，

$\because AM=AF$，

$\therefore \triangle AMF$ 是等边三角形，

$\therefore AF=AM=MF$，

$\therefore AF+EF=BM+MF=FB$，即 $AF+EF=FB$．

（3）连接 CF，延长 BA，CF 交于 N，

$\because \angle ABC=45^\circ$， BD 平分 $\angle ABC$， $AB=AC$，

$\therefore \angle ABF=\angle CBF=22.5^\circ$， $\angle ACB=45^\circ$， $\angle BAC=180^\circ-45^\circ-45^\circ=90^\circ$，

$\therefore \angle ACF=\angle ABF=22.5^\circ$，

$\therefore \angle AFC=180^\circ-22.5^\circ-45^\circ-22.5^\circ=90^\circ$，

$\therefore \angle BFN=\angle BFC=90^\circ$，

在△BFN和△BFC中，$\begin{cases} \angle NBF = \angle CBF \\ BF = BF \\ \angle BFN = \angle BFC \end{cases}$，

∴△BFN≌△BFC（ASA）

∴$CF = FN$，即$CN = 2CF = 2EF$，

∵$\angle BAC = 90°$，

∴$\angle NAC = \angle BAD = 90°$，

在△BAD和△CAN中，$\begin{cases} \angle ABD = \angle ACN \\ AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAN \end{cases}$，

∴△BAD≌△CAN（ASA）

由（2）得：$CF = EF$，∴$BD = CN = 2CF = 2EF$．