

数学试题

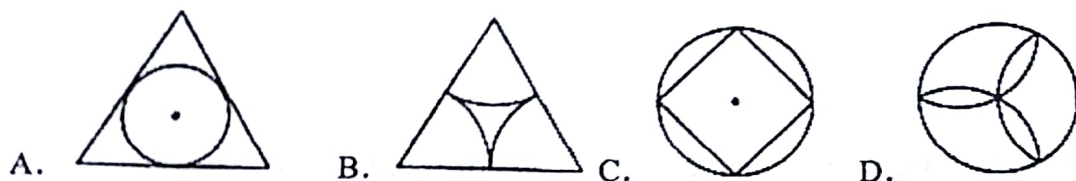
(全卷共 5 个大题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

一、选择题: (本大题 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分) 在每个小题的下面, 都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案, 其中只有一个是正确的, 请将答题卡上题号右侧正确答案所对应的方框涂黑.

1. -5 的相反数是 ()

- A. -5 B. $\frac{1}{5}$ C. 5 D. $-\frac{1}{5}$

2. 下列图形中, 是中心对称图形的是 ()



3. 下列运算正确的是 ()

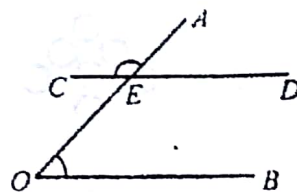
- A. $6a - 5a = 1$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^6 \div a^3 = a^2$

4. 如图, $\angle AOB = 50^\circ$, $CD \parallel OB$ 交 OA 于 E , 则 $\angle AEC$ 的度数为 ()

- A. 120° B. 130° C. 140° D. 150°

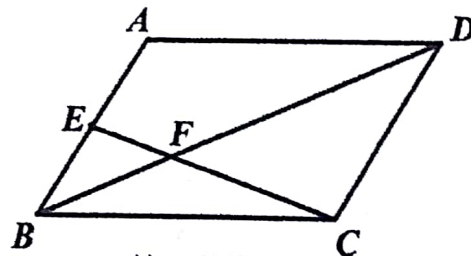
5. 下列调查中, 适合采用全面调查 (普查) 方式的是 ()

- A. 了解中央电视台“辉煌中国”栏目的收视率
B. 了解青海湖斑头雁种群数量
C. 了解全国快递包裹产生包装垃圾的数量
D. 了解某班同学“跳绳”的月考成绩



第 4 题图

6. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 为 AB 边的中点, 则 $S_{\triangle BFC} : S_{\triangle CDF}$ 的值为 ()



第 6 题图

- A. 1:2 B. 1:3 C. 1:4 D. 1:9

7. 若代数式 $\frac{\sqrt{x-4}}{2}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 4$ B. $x \geq 4$ C. $x \neq 4$ D. $0 < x < 4$

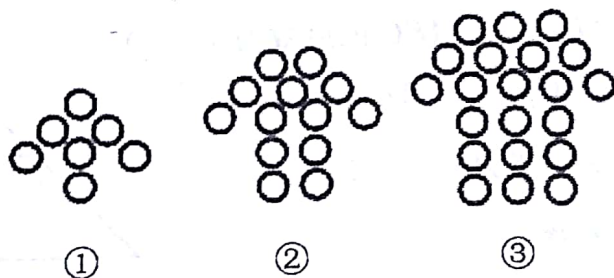
8. 已知 x, y 满足: $\begin{cases} 2x+2y=5a \\ x-4y=1-2a \end{cases}$, 且 $3x-2y=10$, 则 a 的值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

9. 将抛物线 $y = 2(x-4)^2 - 1$ 先向左平移 4 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度, 平移后所得抛物线的解析式为 ()

- A. $y = 2x^2 + 1$ B. $y = 2x^2 - 3$
C. $y = 2(x-8)^2 + 1$ D. $y = 2(x-8)^2 - 3$

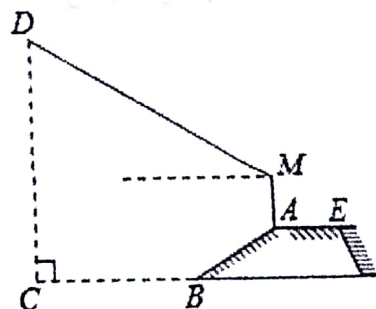
10. 下列图形都是由同样大小的小圆圈按一定规律组成的, 其中第①个图形中一共有 7 个小圆圈, 第②个图形中一共有 13 个小圆圈, 第③个图形中一共有 21 个小圆圈, ..., 按此规律排列, 则第⑥个图形中小圆圈的个数为 ()



- A. 43 B. 57 C. 73 D. 91

11. 防洪大堤的横截面如图所示, 已知 $AE \parallel BC$, 背水坡 AB 的坡度 $i = 3:4$, 且 $AB = 20$ 米. 身高 1.7 米的小明竖直站立于 A 点, 测得竖直的高压电线杆顶端 D 点的仰角为 24° , 已知 CB 之间的距离为 30 米, 则高压电线杆 CD 的高度为 ()
(结果精确到整数, 参考数据: $\sin 24^\circ \approx 0.40$, $\cos 24^\circ \approx 0.91$, $\tan 24^\circ \approx 0.45$)

- A. 30 米
B. 32 米
C. 34 米
D. 36 米



第 11 题图

12. 已知有 9 张卡片，分别写有 1 到 9 这九个数字，将它们背面朝上洗匀后，任意抽出一张，记卡片上的数字为 a ，若数 a 使关于 x 的不等式组

$$\begin{cases} 4x \geq 3(x+1) \\ 2x - \frac{x-1}{2} < a \end{cases} \text{ 有解，且使抛}$$

物线 $y = x^2 + 2x + 9 - a$ 的顶点位于一、二象限内，则这 9 个数中满足条件的 a 的数值之和为 ()

A. 11

B. 13

C. 18

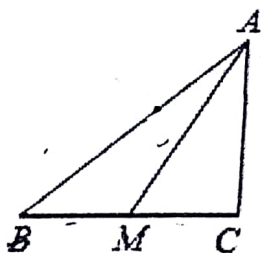
D. 21

二、填空题：(本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分)在每个小题中，请将正确答案书写在答题卡(卷)中对应的位置上.

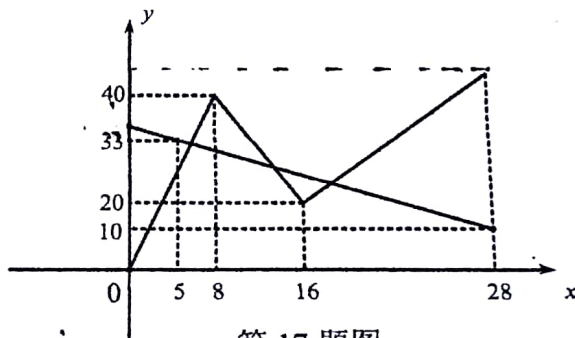
13. “渝新欧”国际铁路联运大通道全长 11000 千米，成为服务“一带一路”的大动脉之一，将数字 11000 用科学记数法表示为_____.

14. $\sqrt{8} - 4\sin 45^\circ + (-\frac{1}{2})^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

15. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AM 是 BC 边上的中线， $\sin \angle CAM = \frac{3}{5}$ ，则 $\tan \angle B$ 的值为_____.



第 15 题图

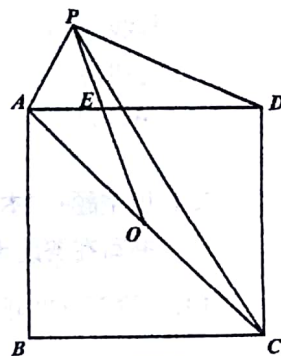


第 17 题图

16. 已知二次函数 $y = mx^2 + (m^2 - 3)x + 1$ ，当 $x = -1$ 时， y 取得最大值，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}.$

17. 有甲乙两个均装有进水管和出水管的容器（进水管和出水管在单位时间内进水量和出水量均为常量），初始时，甲容器打开进水管，乙容器打开出水管. 甲容器到 8 分钟时，关闭进水管打开出水管，到 16 分钟时，又打开了进水管(此时甲容器既进水又出水)，到 28 分钟时，两容器同时关闭所有水管，容器中的水量 y (升)与时间 x (分)之间的函数关系如图所示，则从初始时刻到两容器中最后一次水量相等时所需要的时间为_____分.

18. 如图, 在正方形 $ABCD$ 的外部有一点 P , 以 AD 为斜边作 $Rt\triangle PAD (PA < PD)$, O 为 AC 的中点, 连接 PO , 交 AD 于点 E , 连接 PC , $PD:DE=7:5$, $PO=7\sqrt{2}$, 则 $\triangle OAP$ 的面积为_____.

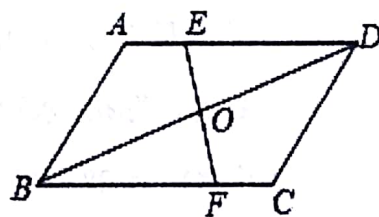


第 18 题图

三、解答题: (本大题 2 个小题, 19 题每小题 4 分, 共 8 分, 20 题 6 分, 共 14 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤, 请将解答书写在答题卡(卷)中对应的位置上.

19. 计算 (1) $(2x-y)^2 - y(x+y)$

(2) $\frac{a-1}{a^2+2a} \div \left(a-2-\frac{2a-5}{a+2}\right)$

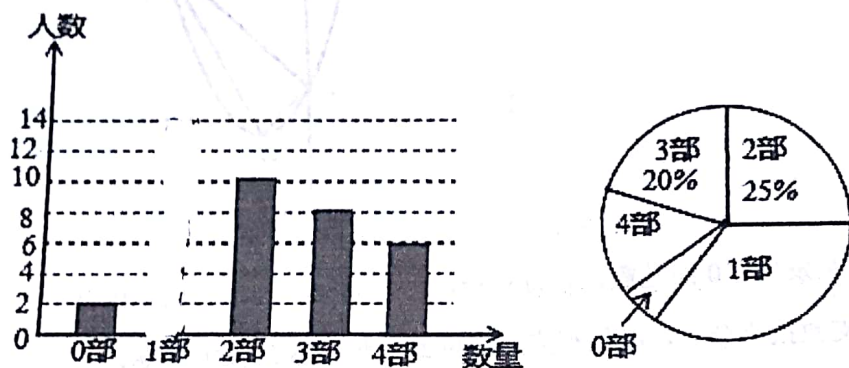


20. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在 AD 、 BC 上, 且 $AE=CF$, EF 、 BD 相交于点 O ,

求证: $OE=OF$.

四、解答题：(本大题 4 个小题，每小题 10 分，共 40 分)解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤，请将解答书写在答题卡(卷)中对应的位置上。

21. 中华文化，源远流长，在文学方面，《西游记》、《三国演义》、《水浒传》、《红楼梦》是我国古代长篇小说中的典型代表，被称为“四大古典名著”。某中学为了了解学生对四大古典名著的阅读情况，就“四大古典名著你读完了几部”的问题在全校学生中进行了抽样调查，根据调查结果绘制成如图所示的两个不完整的统计图，请结合图中信息解决下列问题：

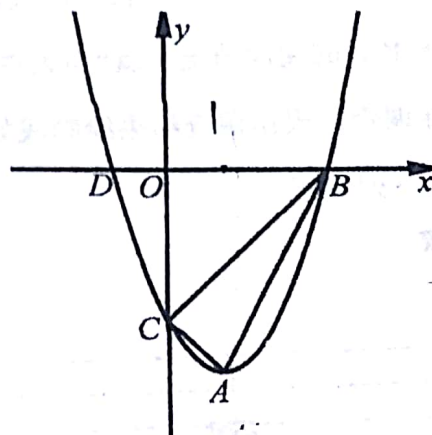


- (1) 本次调查所得数据的众数是_____部，中位数是_____部，扇形统计图中“1 部”所在扇形的圆心角为_____度；
- (2) 请将条形统计图补充完整；
- (3) 没有读过四大古典名著的两名学生准备从四大古典名著中各自随机选择一部来阅读，则他们选中同一名著的概率为多少？

22. 如图, 已知抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 的顶点为 A , 交 x 轴于 B 、 D 两点, 与 y 轴交于点 C .

(1) 求线段 BD 的长;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.



23. 2017 年 8 月 8 日九寨沟县发生 7.0 级地震, 一方有难, 八方支援, 全国各地积极支援灾区. 现有甲、乙两支救援小分队, 刚执行完任务回到营地又接到救灾命令. 已知甲小分队立即出发前往距离营地 30 千米的永乐镇; 乙小分队因疲劳准备在营地休息 a ($0 \leq a \leq 3$) 小时再前往永乐镇参加救灾. 甲小分队出发后得知, 唯一通往永乐镇的道路在离营地 10 千米处发生塌方, 塌方地形复杂, 总部决定由甲小分队用 1 小时打通道路, 打通道路后, 甲小分队继续按原速度前往永乐镇. 已知甲小分队的行进速度为 5 千米/时, 乙小分队的行进速度 v_Z 是关于休息时间 a 的一次函数, 函数关系式为 $v_Z = a + 4$.

(1) 若乙小分队在营地不休息, 乙小分队将在塌方处停留_____小时;

若乙小分队到达塌方处时甲小分队刚好打通道路, 求 a 的值;

(2) 若乙小分队和甲小分队计划同时赶到永乐镇, 求乙小分队可在营地休息几小时?

24. 如果一个三位数，十位数字等于百位数字与个位数字的平均数，我们称这个三位数为“顺子数”，例如：630，123.

如果一个三位数，十位数字等于百位数字与个位数字的积的算术平方根，我们称这个三位数为“和谐数”，例如：139，124.

(1) 若三位数 \overline{abc} 是“顺子数”，且各位数字之和大于 7 小于 10，且百位数字 a 使得一元二次方程 $(a-5)x^2 + 2ax + a-6 = 0$ 有实数根，求这个“顺子数”；

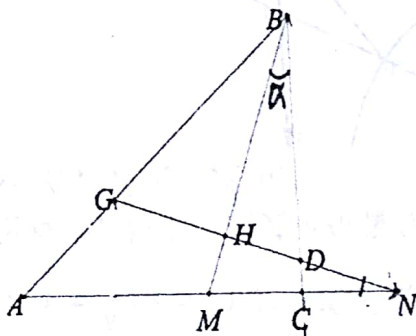
(2) 若三位数 \overline{abc} ，既是“顺子数”又是“和谐数”，请探索 a 、 b 、 c 三者的关系.

五、解答题：（本大题 2 个小题，每小题 12 分，共 24 分）解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤，请将解答书写在答题卡（卷）中对应的位置上.

25. 如图，在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， M 是 AC 边上一点（不与 A 、 C 重合），连接 BM ，延长 AC 至 N ，使 $CM = CN$ ，过 N 作 $NH \perp BM$ 于点 H ，交 AB 于 G ，交 BC 于 D .

(1) 若 $AM = 2CM$ ，且 $CD = 1$ ，求 AG 的长；

(2) 用等式表示线段 AG 与 MN 之间的数量关系，并证明.



26. 如图 1, 在平面直角坐标系 xOy 中, 双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 与直线 $y = ax + b (a \neq 0)$ 交于 A 、 B 两点, 直线 AB 分别交 x 轴、 y 轴于 C 、 D 两点, E 为 x 轴上一点. 已知 $OA = OC = OE$, A 点坐标为 $(3, 4)$.

(1) 分别求出双曲线与直线的函数表达式;

(2) 将线段 BC 沿射线 BA 移动得线段 $B'C'$ (如图 2), 在移动过程中, 是否存在某个位置使四边形 $OEC'B'$ 的周长最小? 若存在, 求出四边形 $OEC'B'$ 的最小周长及此时点 C' 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(3) 将直线 OA 沿 x 轴正方向平移, 平移过程中交 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象于点 M (M 不与 A 重合), 交 x 轴于点 N (如图 3). 在平移过程中, 是否存在某个位置使 $\triangle MNE$ 为等腰三角形? 若存在, 求出 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

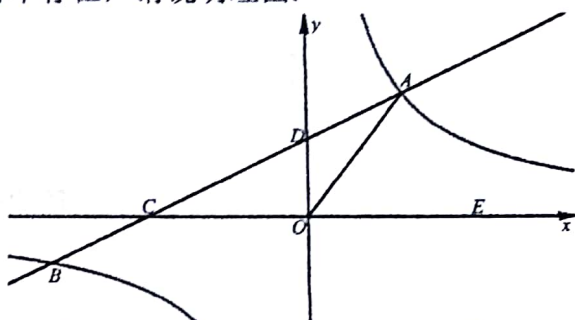


图 1

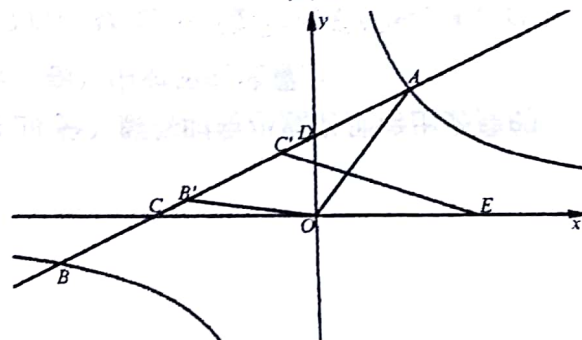


图 2

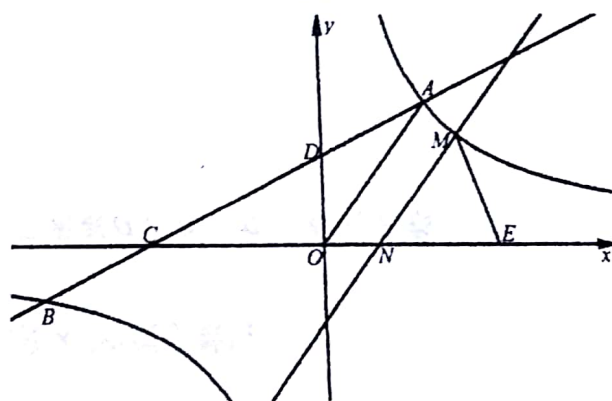


图 3