

# 数 学 试 题

（满分 150 分考试时间 120 分钟）

参考公式：抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的顶点坐标是  $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$ ，对称轴是  $x = -\frac{b}{2a}$ 。

一、选择题：（本大题 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分）在每个小题的下面，都给出了 A、B、C、D 的四个答案，其中只有一个是正确的，请将答题卡上题号右侧正确答案所对应的框涂黑。

1. 8 的相反数是

- A. -8                      B.  $-\frac{1}{8}$                       C.  $\frac{1}{8}$                       D. 8

2. 下列四个图标中，是轴对称图形的是



A



B



C



D

3. 计算  $(-x^2y^3)^2$  的结果是

- A.  $-x^4y^6$                       B.  $x^4y^6$                       C.  $-x^4y^5$                       D.  $x^4y^9$

4. 下列调查中，最适合采用普查方式的是

- A. 调查某校九年级一班学生的睡眠时间  
B. 调查某市国庆节期间进出主城区的车流量  
C. 调查某品牌电池的使用寿命  
D. 调查某批次烟花爆竹的燃放效果

5. 估计  $\sqrt{7} + 1$  的运算结果应在哪两个连续自然数之间

- A. 1 和 2                      B. 2 和 3                      C. 3 和 4                      D. 4 和 5

6. 若  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，相似比为 2:5，则  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  的面积之比为

- A. 2:5                      B. 5:2                      C. 4:25                      D. 25:4

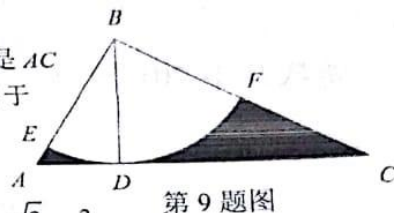
7. 要使分式  $\frac{1}{x-5}$  有意义，则  $x$  应满足的条件是

- A.  $x > 5$                       B.  $x \neq 5$                       C.  $x \geq 5$                       D.  $x = 5$

8. 已知  $a = -1$ ， $b = 2a$ ，则  $a + 2b$  的值是

- A. -5                      B. -3                      C. 3                      D. 5

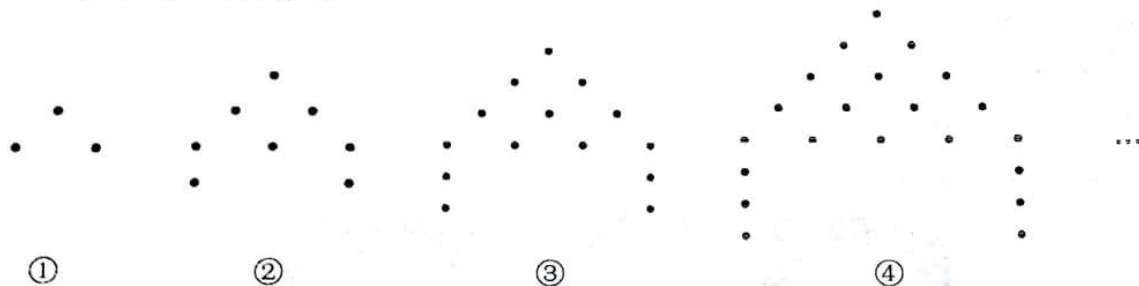
9. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $\angle C = 30^\circ$ ,  $AB = 1$ ,  $BD$  是  $AC$  边上的高. 以点  $B$  为圆心, 线段  $BD$  的长度为半径画弧交  $AB$  于点  $E$ , 交  $BC$  于点  $F$ , 则图中阴影部分的面积是



第 9 题图

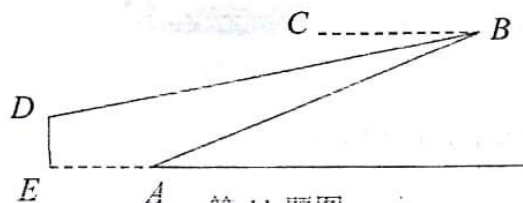
- A.  $\sqrt{3} - \frac{3}{4}\pi$     B.  $\sqrt{3} - \frac{3}{16}\pi$     C.  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{4}\pi$     D.  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{16}\pi$

10. 下列图形都是用同样大小的黑点按一定规律组成的, 其中第①个图形中一共有 3 个黑点, 第②个图形中一共有 8 个黑点, 第③个图形中一共有 14 个黑点,  $\dots$ , 则第 7 个图形中黑点的个数是



- ①                      ②                      ③                      ④
- A. 29                      B. 38                      C. 48                      D. 59

11. 如图, 为了测量小河  $AE$  的宽度, 小明从河边的点  $A$  处出发沿着斜坡  $AB$  行走 208 米至坡顶  $B$  处, 斜坡  $AB$  的坡度为  $i = 1:2.4$ , 在点  $B$  处测得小河对岸建筑物  $DE$  顶端点  $D$  的俯角为  $\angle CBD = 11^\circ$ , 已知建筑物  $DE$  的高度为 30 米, 则小河  $AE$  的宽度约为



第 11 题图

(精确到 1 米, 参考数据:  $\sin 11^\circ \approx 0.19$ ,  $\cos 11^\circ \approx 0.98$ ,  $\tan 11^\circ \approx 0.20$ )

12. 使得关于  $x$  的分式方程  $\frac{ax-1}{4-x} + \frac{3}{x-4} = -2$  的解为正数, 且关于  $x$  的不等式组

$$\begin{cases} x > 0 \\ \frac{a+x}{2} \geq x - \frac{3}{2} \end{cases} \text{ 有解的所有整数 } a \text{ 的和为}$$

- A. -2                      B. -3                      C. -5                      D. -6

二、填空题: (本大题 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分) 请将每小题的答案直接填在答题卡中对应的横线上.

13. 重庆市市民每日用水量约为 27,600,000 吨, 把数 27 600 000 用科学计数法表示为 \_\_\_\_\_.

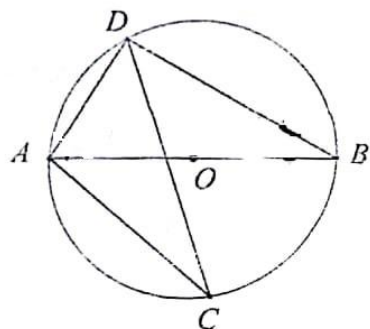
14.  $\sqrt{8} + (-2)^0 = \underline{\hspace{2cm}}.$

15. 初三某班 6 位同学数学测试分数为：117, 135, 123, 150, 147, 135, 则这组数据的中位数是\_\_\_\_\_.

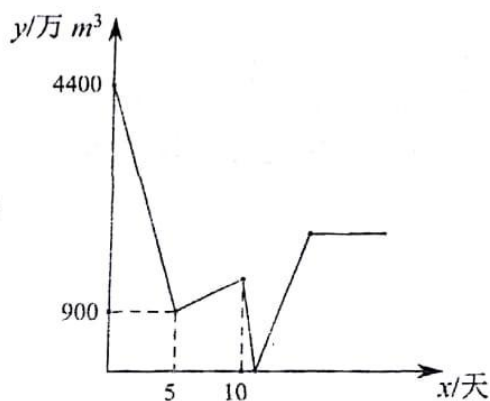
16. 如图, 点  $A, B, C, D$  在  $\odot O$  上,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 若  $\angle C = 36^\circ$ , 则  $\angle DAB =$  \_\_\_\_\_度.

17. 乙水库原蓄有一定量的水, 因旱灾, 现以  $100$  万  $m^3$ /天的速度持续放水救灾, 同时, 甲水库立即向乙水库匀速补充一定量的水, 但  $10$  天后, 甲水库的水才能到达乙水库. 若干天后, 灾情得到解决, 乙水库不再放水 (在整个过程中, 水的损耗不计, 甲、乙水库均不另外补充水量). 如图是两水库的蓄水量之差  $y$  (万  $m^3$ ) 与时间  $x$  (天) 之间的函数图象. 甲水库的放水速度与乙水库的进水速度相同. 甲水库向乙水库输水第\_\_\_\_\_天甲、乙两水库水量相同.

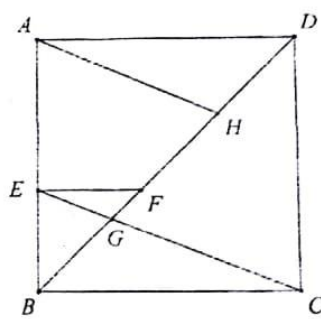
18. 如图, 正方形  $ABCD$  中,  $E$  为  $AB$  边上一点, 过点  $E$  作  $EF \perp AB$  交对角线  $BD$  于点  $F$ . 连接  $EC$  交  $BD$  于点  $G$ . 取  $DF$  的中点  $H$ , 并连接  $AH$ . 若  $AH = \sqrt{2}$ ,  $EG = \frac{4}{7}$ , 则四边形  $AEFH$  的面积为\_\_\_\_\_.



第 16 题图



第 17 题图

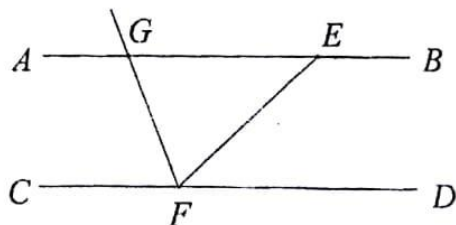


第 18 题图

三、解答题: (本大题共两小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

19. (本小题满分 8 分)

如图,  $AB \parallel CD$ , 点  $E$  在  $AB$  上, 点  $F$  在  $CD$  上, 连接  $EF$ ,  $FG$  平分  $\angle CFE$  交  $AB$  于点  $G$ , 若  $\angle EFD = 40^\circ$ , 求  $\angle FGE$  的度数

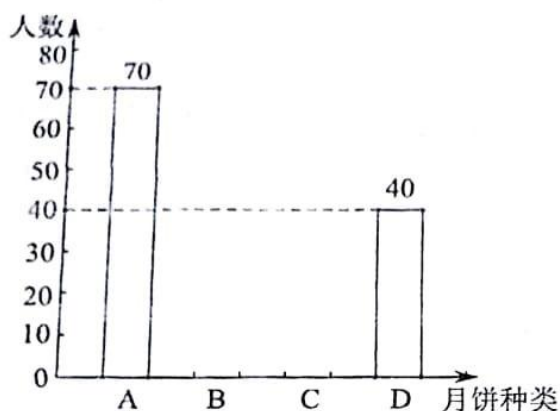


20. (本小题满分 8 分)

“中秋节”是我国的传统佳节，民间历来有吃“月饼”的习俗，我市某食品厂为了解市民对四大月饼种类：广式月饼，京式月饼，苏式月饼，滇式月饼（以下分别用  $A$ ， $B$ ， $C$ ， $D$  表示）的喜爱程度，在节前对某居民区市民进行了抽样调查，并将调查情况绘制出如下两幅统计图，请根据以上信息，完成下列问题：

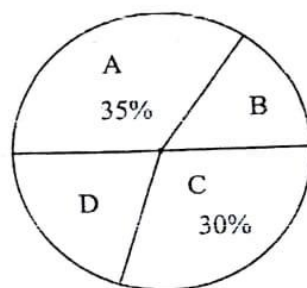
(1) 本市参加抽样调查的居民有人，补全条形统计图；

(2) 若有外型完全相同的 4 种月饼各一个，小王吃了两个，用列表或画树状图的方法，求他恰好吃到一个京式月饼和一个苏式月饼的概率。



市民对四大月饼喜爱程度的条形统计图

图 1



市民对四大月饼喜爱程度的扇形统计图

图 2

四、解答题：(本大题共六个小题，21—25 题每小题 10 分，26 题 12 分，共 62 分)

21. (本小题满分 10 分，每题 5 分)

(1)  $(x+y)(x-y) + (x-y)^2$

(2)  $\frac{x^2-4}{x^2+x} \div \left(1+x-\frac{1}{x+1}\right)$

22. (本小题满分 10 分)

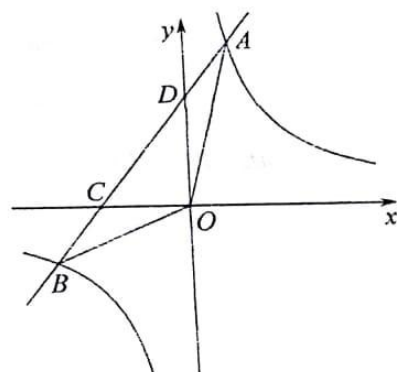
如图，在平面直角坐标系中，一次函数  $y = mx + n (m \neq 0)$  的图象与反比例函数

$y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图象交于第一、三象限内的  $A(1, k)$ ,  $B$  两点，与  $x$  轴交于点  $C$ ,

与  $y$  轴交于点  $D$ . 已知  $\tan \angle DCO = \frac{4}{3}$ ,  $OC = 2$ .

(1) 求反比例函数和一次函数的解析式.

(2) 连接  $OA$ ,  $OB$ , 求  $\triangle AOB$  的面积.



23. 每年 7 月底，国内大量玉米开始丰收。某大型农场内共有 100 个玉米种植区，现有  
人工收割和机器收割两种方式收割玉米（每个区域只能用一种收割方式）。每个人工  
收割的区域一天可收割 200 千克玉米，每个机器收割的区域一天可收割 1000 千克玉  
米。

(1) 若这个农场 100 个玉米种植区一天收割的玉米总量不少于 60000 千克，则至少  
有多少个区域采用机器收割？

(2) 因为今年玉米的销售出现供不应求的现象，所以该农场加快对玉米的收割。在  
玉米种植区总量为 100 个不变的情况下，将其中机器收割区域的数量由 (1) 中的最  
小值提高  $a\%$ 。同时通过技术的改进，每个机器收割的区域收割效率提高  $2a\%$ ，而  
每个人工收割的区域收割效率不变。这样该农场将一天收割的玉米总量就提高为  
132000 千克，求  $a$  的值。

24. 在  $Rt\triangle ABC$  中  $\angle ABC = 90^\circ$ ，点  $D$  是  $CB$  延长线上一点，点  $E$  是线段  $AB$  上一点，连接  $DE$ ， $BF$  平分  $\angle ABC$  交  $AC$  于点  $F$ 。

(1) 如图 1，连接  $EF$ ，当  $\angle C = \angle BEF$ ， $DE = \sqrt{6}$ ， $BC = 1$  时，求  $BD$  的长；

(2) 如图 2， $AC = DE$ ， $BC = BE$ ，点  $G$  是线段  $FB$  延长线上一点，连接  $DG$ ，点  $H$  是线段  $DG$  上一点，连接  $AH$  交  $BD$  于点  $K$ ，连接  $KG$ 。当  $KB$  平分  $\angle AKG$  时，求证：  
 $AK = DG + KG$ 。

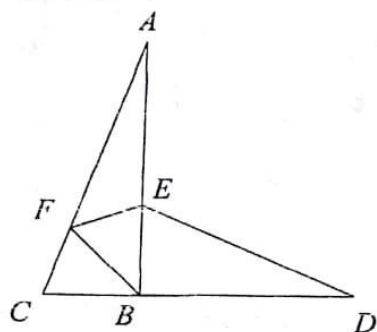


图 1

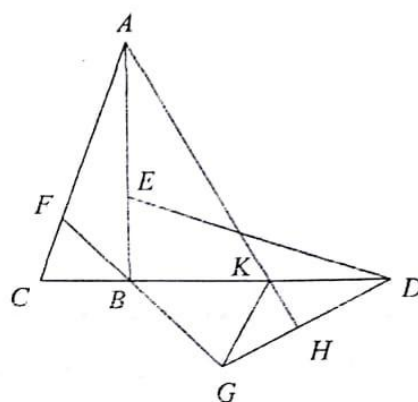


图 2

25.  $t$  是一个三位正整数, 设  $t = 100a + 10b + c$  ( $1 \leq a \leq 9$ ,  $0 \leq b \leq 9$ ,  $0 \leq c \leq 9$ , 且  $a, b, c$  为整数), 若  $t$  的百位数字、个位数字之和与十位数字之差为 6, 则称这个数为“幸运数”, 并规定  $g(t) = 6a - c$ , 如  $t = 248$ ,  $2 + 8 - 4 = 6$ , 则 248 是“幸运数”,

$$g(248) = 6 \times 2 - 8 = 4.$$

(1) 若  $t$  是一个“幸运数”, 且  $100 \leq t < 200$ , 求  $g(t)$  的最大值;

(2) 若一个“幸运数” $t$  满足  $g(t) = \frac{1}{17}t - 4$ , 求  $t$  的值.

26. 如图, 抛物线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$  与  $x$  轴交于点  $A$ , 点  $B$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ , 经过点  $C$  的直线  $l$  与抛物线交于另一点  $E(4, a)$ , 抛物线顶点为  $Q$ , 抛物线对称轴与  $x$  轴交于点  $D$ .

(1) 求直线  $CE$  的解析式;

(2) 点  $P$  为直线  $CE$  下方抛物线上一动点, 连接  $PC$ ,  $PE$ . 当  $\triangle PCE$  的面积最大时, 若在  $x$  轴上存在动点  $M$ , 在  $y$  轴上存在动点  $N$ , 连接点  $PM$ ,  $PN$ , 求  $\triangle PMN$  周长的最小值;

(3) 连接  $CD$ , 将 (1) 中抛物线沿射线  $CD$  平移得到新抛物线  $y'$ ,  $y'$  经过点  $D$ ,  $y'$

的顶点为  $H$ . 在直线  $QH$  上是否存在点  $G$ , 使得  $\triangle DQG$  为等腰三角形? 若存在, 求出点  $G$  坐标.

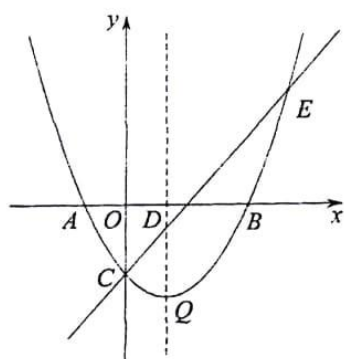


图 1

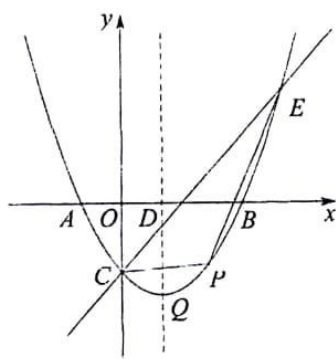


图 2

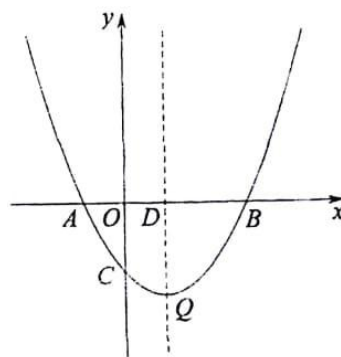


图 3